

**GEOTECNICA**  
**E**  
**FONDAZIONI**

P. VENTURA

## PREMESSA

Finalità principale del testo per il Laboratorio di Costruzioni dell'Architettura è quello di cercare di coordinare le Discipline fondamentali di Statica, Scienze e Tecnica delle Costruzioni con quelle specialistiche di Geotecnica, Costruzioni asismiche e Consolidamento, per gli aspetti formativi essenziali e di responsabilità. Nel Laboratorio si svolge pertanto il Corso di Tecnica delle Costruzioni, che in passato era annuale, integrato con i Moduli di Progetto di Strutture e di Geotecnica, in modo da consentire di acquisire i criteri di base per il dimensionamento delle strutture, possibile realisticamente solo se si sono preparate le “basi” per poter “pensare insieme”.

Il coordinamento con i Laboratori di Progettazione specie Architettonica Tecnologica e le altre Discipline, che dovrebbe essere l'altra finalità del Laboratorio, si cerca di anticiparlo al 3° e 4° anno, per i primi elementi, e deve confluire chiaramente in special modo nei Laboratori di Sintesi e nelle Tesi di Laurea, se non si vogliono disperdere le fatiche di Statica e di S d C ed i collegamenti con le origini, senza eccessi accademici.

La dispensa nella **Parte I** tende ad evidenziare i vantaggi e gli svantaggi delle ipotesi poste alla base dei modelli meccanici di tali Discipline, nella **Parte II** si accenna all'evoluzione del linguaggio Matematico nella Storia del Calcolo, a partire da quello Grafico, la **Parte III** è incentrata sul progetto di elementi di Strutture in elevazione e specialmente in fondazione di un edificio, usando i modelli ogni volta più consoni. Si è cercato di aggiornare i contributi dei vari Eurocodici al dimensionamento, il cui coordinamento merita un attento approfondimento, specie per EC2-c.a., EC6 murature, EC7-geotecnica, e soprattutto EC8-sismica, in modo da usare la ricchezza di ciascuno.

Si evidenzia il passaggio dal criterio di sicurezza deterministico con il metodo delle tensioni ammissibili, al criterio di sicurezza semiprobabilistico agli stati limite.

La diagnostica statica del vasto patrimonio esistente, deve usufruire dell'apporto dell'analisi limite retrogressiva, che si deve svolgere peraltro anche sulla base delle vecchie normative con cui furono progettate le opere, e che pertanto si devono continuare a studiare, arricchendole, senza lotte strumentali, con i criteri moderni.

Il Corso prevede la visita in sede del Laboratorio Sperimentale di prove sui materiali, in modo da cominciare ad avvicinare la realtà, e sviluppare un patrimonio Didattico.

Il testo è scaricabile da internet dal sito del Dipartimento d'Ingegneria Strutturale e Geotecnica o è anche su testo e **CD** a disposizione presso la Segreteria del Dipartimento presso il Laboratorio Prove sui Materiali di Valle Giulia in Roma.

Si spera di non destare false sicurezze come nella battuta di Marcello Marchesi per cui “la cultura a dispense, dispensa dalla cultura”, ma di aver tentato di **riassumere le “linee guida” essenziali su cui si basa la Progettazione**, in particolare Geotecnica.

Si auspica , pur avendo intrapreso una via poco seguita nei piani di studio della Facoltà di Architettura, di aver delineato il contributo della Scienza e della Tecnica al Progetto delle Strutture e lo stupore del Razionale nella bellezza dell'Arte.

Roma A.A. 2003-2004

Pierfranco Ventura

## **TESTI CONSIGLIATI per il modulo di GEOTECNICA**

C.Cestelli Guidi, P.Ventura "Principi di Geotecnica –Fondazioni " Cap E4.E6 del Manuale dell'Ingegnere Colombo 84° Edizione Hoepli 2003

C.Cestelli Guidi "Geotecnica e Tecnica delle Fondazioni" 2 Volumi Ed. Hoepli , da cui sono tratte le principali figure del presente testo.

Eurocodici EC1-azioni,EC2 –c.a.,EC6 \_murature ,EC7- geotecnica ,EC8 –sismica e corrispondenti normative Italiane

I criteri di Progetto più specificamente Geotecnici sono delineati in :

I.3 Principi e prove di laboratorio ed in sito

II.1 Analisi dei cedimenti vincolari – azioni cinematiche

III.3,4,5 Fondazioni e Muri di sostegno

Tutte le altre parti riguardano i fondamenti di Statica, S:d C: e T. d C. incisivamente propedeutici alla Geotecnica.

Analogamente i criteri di Progetto per la Sismica sono appena delineati in :

I.4 Valutazione delle azioni inerziali sismiche-spettri di progetto

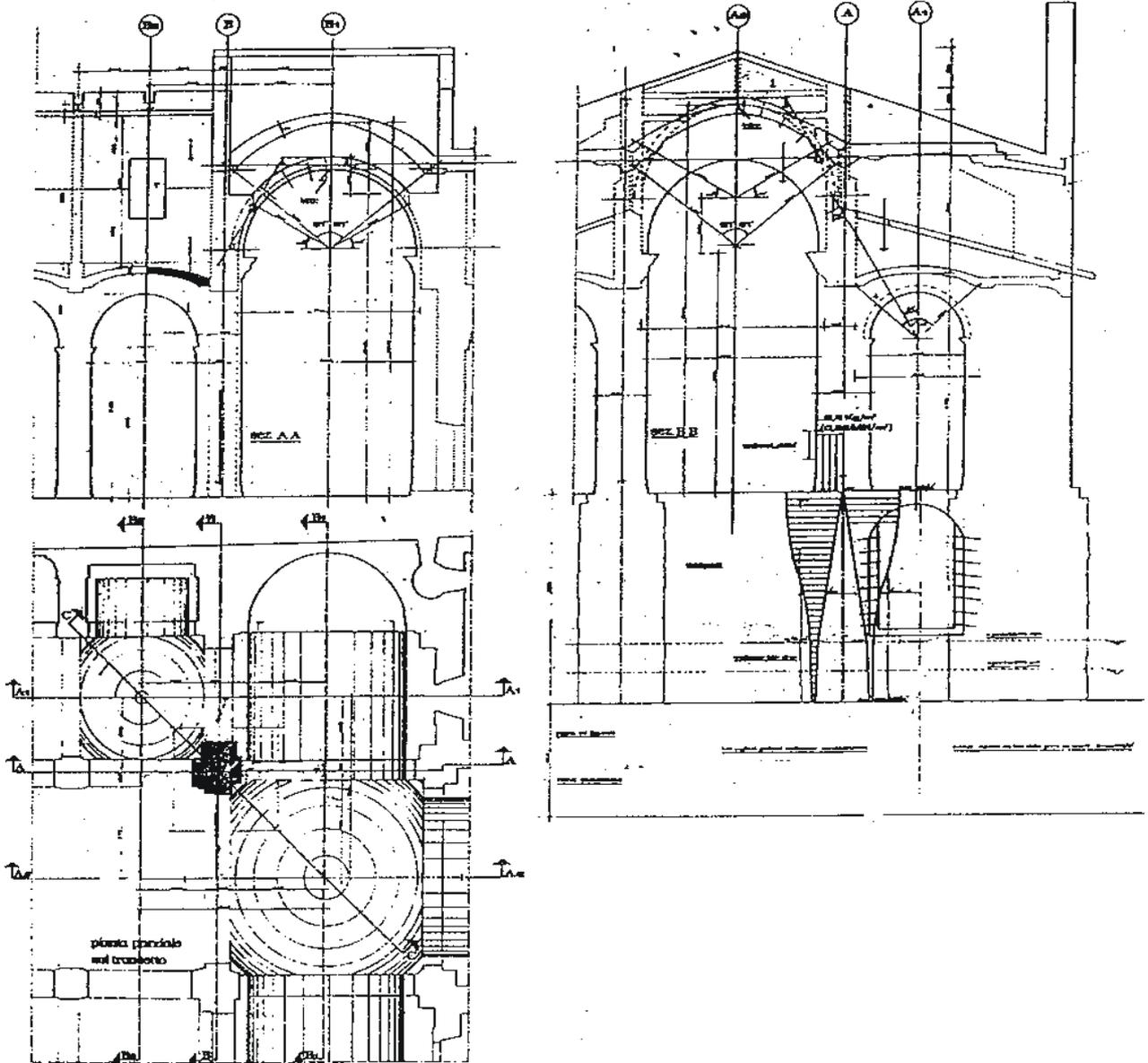
II.1,2 Analisi Grafica pseudostatica

III. 1,2,3 Cenni al dimensionamento del c.a.

Si evidenzia ancora il delicato "stato limite" di contributo del presente testo alla "sicurezza" Formativa, che per essere utile necessita dell' approfondimento degli studi di base sui testi fondamentali , in modo da acquisire una solida preparazione. La laurea quinquennale europea consente sia agli Architetti sia agli Ingegneri Edili di firmare Progetti di Strutture , dopo aver superato in Italia anche l'Esame di Stato, ciò comporta una Didattica che coltivi le radici culturali comuni e favorisca la concezione Strutturale sin dall'inizio, con quantomeno un linguaggio comune al progetto Architettonico ,o consenta realisticamente il dimensionamento tramite il tirocinio pratico. Ciò specie per gli aspetti Geotecnici e Sismici , da acquisire nei fondamenti con esercitazioni specifiche, che superano il calcolo di strutture,pur elementari, utile ma che mira ad un obbiettivo progettuale minimale illusorio, se non si conoscono i vari principi.

Nel campo del Consolidamento poi , trattandosi di Geriatria, le conoscenze devono essere ancora più estese, visti gli interventi inefficaci che si può rischiare di proporre. Approfondire , liberando gli studi da contenuti accademici lontani dalle realtà, ,deve essere sospinto, non da selettiva competizione ma da sana preparazione, accessibile a tutti, anche nel mondo del lavoro attuale dei laureati.

Quanto sia preziosa una persona preparata, è una via per trovare lavoro che non tramonerà mai, se si ha il fascino di divenire progettisti.



## Analisi Statica Grafica di un Pilone di una Chiesa

# **PARTE I**

## **IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE MECCANICA**

# **INDICE**

INTRODUZIONE

I.1 CENNI STORICI

I.2 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA  
E DEI VINCOLI

I.3 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DEI MATERIALI

I.4 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DELLE AZIONI

I.5 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE NEI CRITERI DI  
SICUREZZA

I.6 IL RUOLO DEGLI ASPETTI TECNOLOGICI, ECONOMICI  
E DI CANTIERE

## **INTRODUZIONE**

Il testo, come delineato nella premessa, desidera offrire un contributo allo sviluppo dei Laboratori di Costruzioni dell'Architettura e di Progettazione Architettonica, sorti nella Facoltà di Architettura ed Ingegneria Edile, per coordinare nella progettazione il contributo strutturale con quello architettonico, da affiancare naturalmente ai contributi tecnologico, impiantistico, storico, urbanistico nonché economico, trattati anche in altri Laboratori.

I nomi dei Laboratori sottolineano le combinazioni scaturenti dalle varie interazioni fra le singole discipline bilanciando i ruoli dell'Architetto e dell'Ingegnere con gli etimologici "primo costruttore" ed "artefice d'ingegno".

.Il lavoro di progettazione, tipicamente di équipe per coglierne la reale complessità, si spera possa trovare nei Laboratori universitari le libere radici della ricchezza dell'unità nella diversità.

. Il fascino di persone che hanno racchiuso in sé la capacità progettuale dell'Architetto, del Geologo e dell'Ingegnere rimane una meta di conoscenza per il dialogo, senza peraltro cadere nel mito dell'eclettismo.

.Si vuole peraltro evidenziare la necessità di avere conoscenze in campo strutturale degli Architetti, sia per saper armonizzare le scelte sin dall'inizio, sia per accorgersi di delicate problematiche.

Le attuali articolazioni in Corsi di Laurea cosiddetti "3+2" , che si affiancano al Corso classico "5 U.E.", devono necessariamente contemperare la predetta problematica culturale, determinante per divenire progettisti.

Il calcolo "manuale" inoltre, per conoscere anzitutto l'ordine di grandezza dei problemi, deve affiancare il calcolo "automatico" ,in modo da garantirne l'affidabilità.

Questa poi deve basarsi su programmi preparati su modelli fisici che sono sempre ripercorribili chiaramente dalla mente umana e non su modelli la cui elaborazione numerica, pur corretta, non è interpretabile per la complessità dell'interazioni dei parametri che si vuole coinvolgere nel calcolo, non misurandoli realisticamente.

S'invitano gli studenti dei Laboratori a leggere i testi classici delle discipline strutturali, seguendo il ruolo della modellazione meccanica delineato nella Parte I , perdonando peraltro le varie digressioni.

Si cerca di analizzare i presupposti ed i limiti delle ipotesi scientifiche con il fine di non separarle dalle applicazioni tecnologiche ed in modo da far interagire i modelli perfetti con la realtà complessa.

La tendenza, sino dalle scuole superiori, a separare la Tecnologia dalla Scienza e la Sintesi dall'Analisi, non è in sintonia con la tanto apprezzata tradizione culturale italiana e con le finalità stesse di validi Laboratori Universitari.

La progettazione delle opere presenta una profonda analogia con il progetto di vita al quale può tendere ciascuna persona.

Come l'individuo si completa nel valore personalistico basato su un rapporto armonico non solo fra corpo, ragione, e psiche, ma anche spirito, così il progetto si realizza nel corrispondente rapporto armonico fra la tecnologia, la scienza, l'arte e l'amore per l'opera utile. Il prevalere o la carenza di qualsiasi branca fra le predette crea gravi scompensi nella vita e nel progetto, ancor peggio se la coscienza si confina solo in ideologie che si ammantano di armonie o si manifestano in integralismi settari.

Il forte divario fra la modellazione e la realtà viene superato validamente specie con il predetto equilibrato rapporto armonico personalistico, mosso pertanto da una giusta causa di lavoro da realizzare con equi costi.

La frammentarietà delle eccessive specializzazioni accademiche, come l'individualismo, od il riduzionismo di livellanti interdisciplinarietà di massa, come il totalitarismo, sono le più note cause estreme del degrado della qualità rispettivamente della progettazione e della vita senza amore, tanto da renderle le più aggredite dal male. o peggio da moralismi che non sperano nel miglioramento umano.

Pur se le aspirazioni di non frammentare sono poco colte in quel che segue, nello specifico si cerca di richiamare le tappe essenziali dell'evoluzione del calcolo delle strutture, studiato secondo gli schemi indicati nella premessa, in modo da contemperare la cultura acquisita del passato con l'evoluzione presente, basata anche sull'impiego del calcolatore.

I fenomeni meccanici sono analizzati pertanto sia con il linguaggio del *Calcolo Grafico* che viene confrontato con il *Calcolo Algebrico* classico in

forma chiusa, basata sulla teoria dei vettori, che consente di cogliere con delle formule "chiuse" l'ordine di grandezza del problema: specie per il predimensionamento. Il confronto prosegue sia con il linguaggio infinitesimale del *Calcolo Differenziale*, qui appena accennato, peculiare della Meccanica del Continuo. Si delinea infine il Calcolo Numerico, specie il *Calcolo Matriciale*, che consente di esaminare meglio le variazioni della complessità essendo non vincolati a difficoltà di calcolo molto esteso o non solubile in forma chiusa.

A tal fine alcuni elementi strutturali semplici vengono utilizzati come mezzo per effettuare il confronto fra i vari modelli e linguaggi fisico – matematici: gli elementi sono collegati in modo da realizzare un edificio esemplificativo costruito da vari materiali.

Il contributo al progetto tramite l'etimologico "gettare in avanti" la ragione per precedere la realizzazione necessita, come detto nella premessa, dei contributi tecnologico, architettonico, sociale. Tale contemperazione consente il fiorire della meccanica, sia "delle terre in fondazione", sia "delle pietre in elevazione" per lo sviluppo dell'Architettura.

All'antico criterio di progettare per *similitudine* con opere già realizzate da Maestri e Maestranze, si affianca allora il progetto basato sulla *modellazione meccanica* supportata, quanto più i corpi non sono omogenei ed isotropi, da criteri di progettazione *sperimentale*, cioè supportata da prove su campioni, prototipi o addirittura tramite il monitoraggio in vera grandezza, come ad esempio in presenza di terreni od ammassi rocciosi complessi.

Si premette una panoramica sulla modellazione meccanica con particolare riguardo all'analisi della sicurezza e durabilità in termini di costi – benefici che davanti alla salvaguardia della vita umana devono essere mutati più in termini di rischi – benefici. Prevenire, come per la salute umana, è oltretutto meno costoso sia per la comunità sia per le costruzioni e l'ambiente, in un continuo tirocinio ed aggiornamento anche tramite network specifici.

La Didattica non si ferma alle aule universitarie, ma prosegue per imparare a progettare, con la rinnovata curiosità di trovare soluzioni semplici, ricerca che era peculiare del Prof Carlo Cestelli Guidi.

La conoscenza tecnica che sembrerebbe oggi prossima alla stabilizzazione è invece in continuo sviluppo, come evidenziava il Prof Mario Silvestri nella prefazione al Manuale dell'Ingegnere "Colombo" Hoepli, prendendo a

## **1.2 CENNI STORICI**

La vasta interazione fra le varie branche della Scienza per interpretare la realtà trova importanza, ai fini del testo, anzitutto nell'uso del linguaggio Matematico per interpretare la Fisica o più in dettaglio la Statica e la Scienza delle Costruzioni.

Il rendere quantitativo il qualitativo trova la sua pietra miliare in Galilei con i "Discorsi e dimostrazioni Matematiche, intorno a due nuove Scienze attinenti alla Meccanica" sia quella celeste che proprio dei materiali, pubblicato a Leida nel 1638.

La ricerca della "certezza" cominciò a basarsi sulla coincidenza del dato sperimentale con quello del modello fisico – matematico ipotizzato.

Si evidenzia subito che tale "certezza", o meglio per i presenti fini "sicurezza", ha un limite e comporta, come affermò Borges, che ogni idea valutata dalla Scienza sia la penultima versione della realtà, o, come più di recente affermò Popper, sia tanto più valida quanto più resistente alla confutazione come si preciserà esaminando i criteri di sicurezza. L'accettazione del criterio che nuove leggi possono modificare quelle presenti del resto consentì al Cardinale Bellarmino di scagionare Galilei dalla confutazione eliocentrica dell'inquisizione. Sempre Galilei nella lettera a Cristina di Lorena nel 1615 peraltro già evidenziava la maggiore libertà degli Scienziati nello studio rispetto proprio agli Architetti ed ai Medici, in parte costretti ad un "determinismo" non ammissibile nella Ricerca Scientifica.

Il linguaggio matematico, sempre nel crogiuolo fiorentino, viene introdotto dai fratelli Pacioli nelle Arti figurative, antesignane si può dire della grafica con l'elaboratore.

Si arriva poi con Cartesio alla Geometria Analitica in cui l'Algebra vettoriale viene sistematicamente applicata alla Geometria e viceversa, per rappresentare la realtà.

L'Algebra si arricchisce allora dei "versori" che caratterizzano la direzione e verso delle grandezze "scalari" trasformandole, insieme alle operazioni, in grandezze "vettoriali".

Contributo importante è poi quello di D'Alembert che oltre a definire le forze d'inerzia, fondò nel 1770 la "Meccanica Razionale" ed effettuò la prima grande divulgazione scientifica insieme a Diderot, tramite la famosa "Enciclopedia", nella quale in particolare erano disegnati gli strumenti di

lavoro di tutti i principali mestieri ed arti, nello spirito peraltro positivista dell'uomo "faber" più che lo spirito personalistico dell'uomo "sapiens".

Nell'evoluzione del linguaggio matematico, emblematica è la figura di Lagrange che nel 1788 scrisse la "Meccanica Analitica" senza impiegare una figura ma solo formule, che per non far disperare gli Architetti vanno fatte rivedere in termini di Statica Grafica.

L'Analisi Infinitesimale di Leibniz apre parallelamente le porte alla Geometria Differenziale ed alla "Meccanica del Continuo" in cui lo stato solido, liquido e gassoso sono trattati unitariamente, specie sotto gli aspetti Termodinamici. Tali precedenti hanno consentito di raggiungere nella Scienza delle Costruzioni le sintetiche formulazioni energetiche di Beltrami e Ritz per descrivere il legame fra tensioni e deformazioni nella materia, peraltro di difficile risoluzione in forma chiusa anche per semplici condizioni al contorno, per cui si è dovuto far ricorso alla suddivisione della materia con il metodo degli elementi finiti.

Si deve inoltre sempre a Leibniz l'ideazione del sistema binario attualmente usato nei software; il filosofo infatti ispirandosi alla considerazione che 1 è "l'essere" e 0 è il "non essere" pensò di esprimere tutti i numeri solo con queste due cifre, così 5 diventa  $101$  ovvero  $2^0+0^1+2^2$  mentre 7 diviene  $111$  ovvero  $2^0+2^1+2^2$ .

Parallelamente il linguaggio matematico è divenuto quello delle matrici che descrivono tali elementi e che ben si adattano ad organizzare il reticolo dei fogli elettronici del calcolatore in cui ogni pixel è un "elemento finito" del video comandato vettorialmente.

Così i metodi di Gauss, Jacobi, Laplace, per risolvere le matrici dei vettori sono ritornati in auge nei programmi di calcolo strutturale automatico.

Nel testo si riparte peraltro dalla Statica Grafica sviluppata specie da Culmann, essendo il linguaggio della "Geometria della Masse" quello più vicino alla realtà statico – architettonica, come verrà approfondito in seguito trattando la modellazione dei materiali.

Dagli studi sulla forma isostatica delle trabeccole delle ossa, iniziati da Eifel sulla torre parigina, si è arrivati alla Bionica ed allo studio delle forme strutturali che s'ispirano alla natura.

L'appena delineato percorso storico fisico – matematico è permeato anche dalla Tecnologia, dall'Arte, dall'Etica, come evidenziato nell'introduzione

per non cadere nel positivismo privo della meraviglia del progettista che non "inventa" ma "scopre" la Scienza e l'Arte nella Natura creata trascendendo l'uomo, ma per l'uomo.

La diversificazione degli studi fra Ingegneri ed Architetti che storicamente si attribuisce alla nascita nel 1880 della Scienza delle Costruzioni di Navier e De Saint Venant, presso l'Ecole de Ponts e Chaussées di Parigi, o quella fra Ingegneri e Geologi dovuta alla nascita della Geotecnica nel 1936 con Terzaghi, è una ricchezza solo nell'unità complessiva che umilmente riconosce i propri limiti.

Non a caso il progettista di navi segue anche oggi l'antica scuola di Architettura Navale e Galilei andava all'arsenale navale di Venezia per confrontare le diverse dimensioni dei fasciami di legno, o comparava le diverse dimensioni delle ossa animali ispirandosi al progetto della Natura.

Il divorzio fra le varie discipline e politiche ne fa solo soffrire i figli, sacrificandone i frutti di scambio, e provoca gravi carenze per cui gli studenti e gli amministratori disorientati si disimpegnano e la qualità urbanistica delle nostre città ancora ne paga il prezzo. Persino Voltaire dopo il terremoto di Lisbona del 1775 descrisse nel *Candido* il vacillare delle certezze basate solo su valori illuministici; benché già Cartesio nel 1624 si era chinato a Loreto.

Le difficoltà del progettare, oltre che da Galilei, sono espresse anche nei pensieri di Pascal che ci ricorda che: " la natura possiede perfezioni per mostrare che è l'immagine di Dio, e difetti per mostrare che ne è solo l'immagine, come l'Uomo".

Così le nostre costruzioni sono "mortalì" ed il progetto ad esempio di consolidamento non può trasformarsi in accanimento terapeutico, specie per inserire le nuove impiantistiche in vecchie murature o impiegando tecnologie invasive per giunta a volte inefficaci.

L'antitesi predetta da Pascal, peraltro disperante sui difetti, deve essere interpretata in maniera più distensiva come delineato da Soeren Kierkegaard il quale evidenziava che il continuo scontro fra questi due aspetti infiniti dell'uomo promuove il riso salutare ingrediente della vita.

## **I.2 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA E DEI VINCOLI**

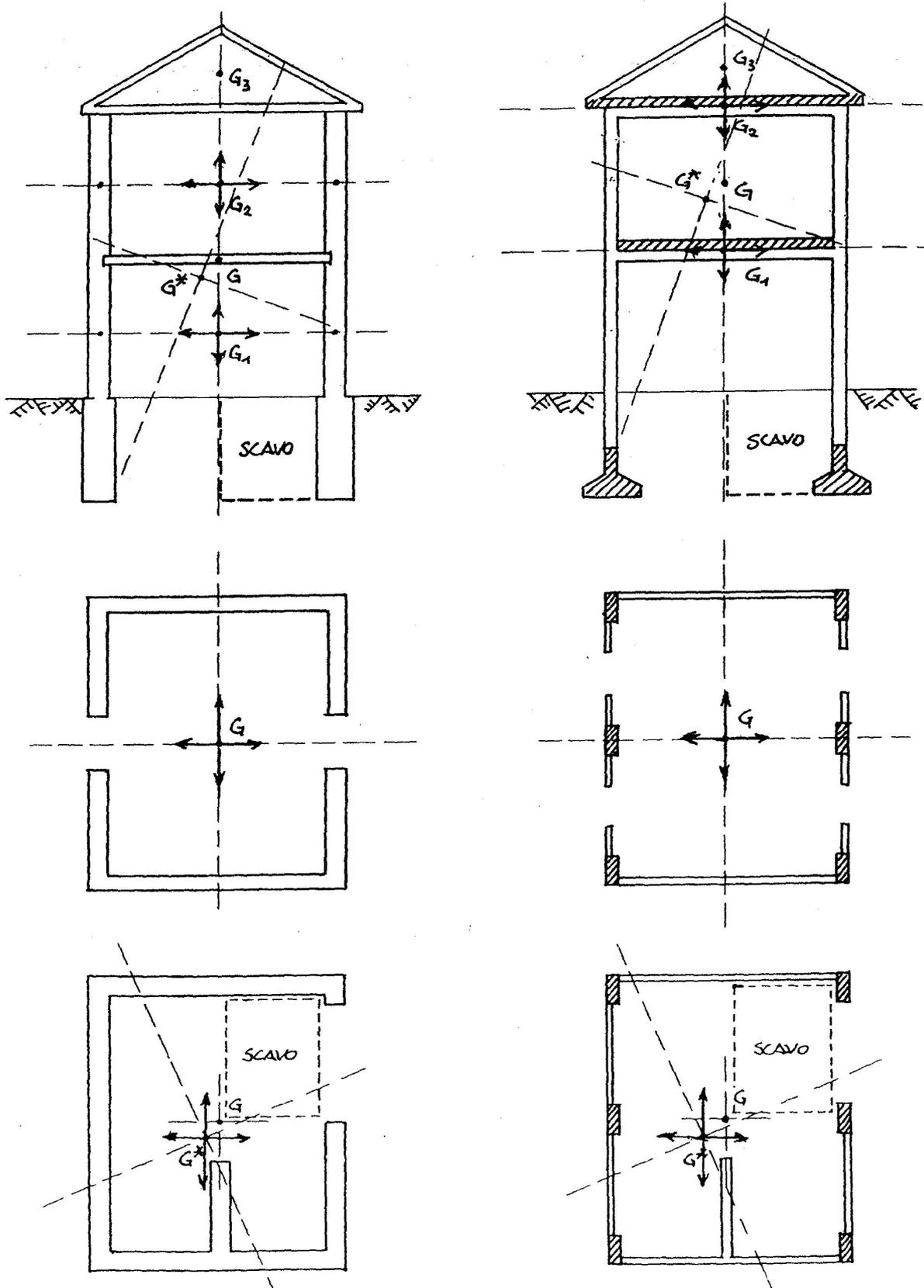
L'iter classico dell'analisi strutturale e del terreno di fondazione sia statica che dinamica è articolata in:

- 1) modellazioni della struttura e profilo del sottosuolo:  
geometrica delle masse, delle rigidzze e scelta dei vincoli;
- 2) leggi costitutive o tensione – deformazione e  
resistenza dei materiali;
- 3) campo delle azioni e combinazioni più “gravose”  
semiprobabilistiche;
- 4) condizioni al contorno dei dati predetti;
- 5) equazioni di equilibrio nei casi isostatici;
- 6) equazioni di congruenza nei casi iperstatici;
- 7) analisi delle sollecitazioni e degli spostamenti e rotazioni;
- 8) analisi delle tensioni e delle deformazioni;
- 9) analisi degli stati limite per la sicurezza di esercizio;
- 10) analisi degli stati limite per la sicurezza a rottura.

Nel primo punto è concentrata la parte più importante dell'arte del progettare: fra tutte le possibili soluzioni architettoniche, funzionali, tecnologiche, di adattabilità alla realtà delle capacità di cantiere ed economiche, solo alcune sono valide per essere verificate con il predetto iter “meccanico” per il dimensionamento.

In tale ottica si preferisce parlare di verifiche di calcolo, più che di un dimensionamento che scaturisce direttamente dal calcolo di progetto con il computer.

Tale istanza è ancora più cogente nel campo geotecnico essendo il terreno un “materiale” con caratteristiche non da progettare artificialmente, ma naturale da rispettare con opportuni adattamenti, ad esempio sotto l'aspetto della filtrazione, consolidazione e drenaggio del regime delle pressioni interstiziali  $u$  per contemperare la presenza della fase fluida e solida. Si richiama che tali pressioni sottratte alle tensioni totali  $\sigma$  forniscono le tensioni efficaci  $\sigma' = \sigma - u$  caratterizzanti il comportamento meccanico dello



**Fig.1** Il ruolo della distribuzione delle masse e delle rigidezze di un edificio in muratura ed in c.a, e modifica dei baricentri e degli assi principali di inerzia alle azioni sismiche per effetto di casuali ristrutturazioni.

scheletro solido del mezzo poroso terreno, come analizzato da Terzaghi con la prova edometrica, assicurante il drenaggio permanenti ( $u = 0$ ) al campione che si consolida sotto il carico ( $v$ , figura 4 a).

Qualsiasi complesso struttura – terreno può essere calcolato per sostenere carichi nel tempo, ma solo alcune sono prive di "protesi statiche" per tutta la vita, e non sono molto vulnerabili al modificarsi reale delle condizioni al contorno specie delle azioni sismiche. La struttura valida, personalizzata alla realtà spesso unica, va scelta pertanto prima di essere modellata per elaborarla specie al computer.

La figura 1 mostra il confronto, fra un edificio in muratura ed uno in cemento armato, in base alla distribuzione geometrica delle masse, da cui scaturiscono le forze d'inerzia in caso di sisma, e della modifica della verticale gravitativa degli assi inerziali in caso di ristrutturazione che possono essere fatali in caso di scossa. Anche nel modello di calcolo, assimilare le rigidità di un edificio in muratura pesante con i solai lignei appoggiati a quello di un edificio con pilastri leggeri in c. a. e con solai rigidi, conduce ad ubicazioni errate di un semipiano degli assi inerziali come evidenziato sempre in figura 1.

Ciò accade impegnando programmi di calcolo per le opere in cemento armato, senza adattarli alle opere in muratura. Altrettanto importante, in tale ottica, è per di più la scelta dei vincoli.

La modellazione delle strutture tradizionalmente si suddivide fra quelle isostatiche e quelle iperstatiche, ovvero quelle assimilabili a "rigide" globalmente e le altre interamente deformabili.

Le isostatiche presentano il numero delle reazioni vincolari (o dualmente il numero dei gradi di libertà lagrangiani impediti) incognite corrispondente al numero delle equazioni di equilibrio in forma scalare, per cui il sistema algebrico lineare è matematicamente (Rouchè e Capelli) solubile con le sole regole della Statica espresse dall'annullamento della risultante e del momento risultante: ( $\underline{R} = 0$ ;  $\underline{M} = 0$ ).

Le iperstatiche necessitano invece per il calcolo delle reazioni vincolari incognite anche delle equazioni di compatibilità cinematica dello spostamento e delle rotazioni fra le varie membrature e con i vincoli.

La realizzazione di strutture isostatiche per cercare di adattare il modello alla realtà è uno degli esempi più emblematici *dei vantaggi e degli svantaggi della Statica* nell'iter della progettazione e della valutazione della sicurezza. Gli spostamenti e le rotazioni da limitare sono quelle solo di ciascun corpo, mentre l'insieme vincolato è privo di cinematismi che ridistribuiscono le reazioni: ovvero ogni elemento strutturale “bada a sé” in un criterio di assemblaggio vincolare uguale per tutti.

Esempio tipico dei vantaggi sono le travi appoggiate dei ponti fatte per usufruire della “certezza” di avere una catena cinematica di corpi “rigidi” con reazioni e sollecitazioni ben note che non risentono dei cedimenti fondali e delle dilatazioni termiche di difficile valutazione.

Si hanno però gli svantaggi notevoli dei costi di manutenzione specie dei vincoli e ancor più ridotta inerzia alle azioni sismiche e ridotta durabilità, fattori quasi ignoti alla sequenza dei memorabili ponti ad arco del passato. Si perde l'enorme vantaggio delle strutture iperstatiche i cui vincoli sovrabbondanti allontanano fortemente l'inizio del collasso, specie in caso di evento sismico, per cui i ponti oggi si ritornano a costruire a travate continue. Per le strutture isostatiche la perdita di un solo grado di libertà lagrangiano, specie vincolare, significa la labilità ed il crollo. Così come accade alle persone prive di riserva d'animo provvidenziale e prive di vincoli di amicizia fraterna in cui l'altro è solidale nell'aiuto e non è “assemblato” socialmente nell'indifferenza di tutti.

La scelta ed il progetto dei particolari costruttivi dei vincoli sono di evidente importanza, ma sono proprio quelli non disegnati dagli usuali programmi di calcolo e disegno automatico delle strutture, che danno ad esempio l'estratto dei ferri delle aste ma non dei nodi che vanno invece decisamente disegnati anche con il CAD (Computer Aided Design).

L'iperstaticità è invece “solidale” e valorizza la “ricchezza” di ognuno senza isolarla, se però diventa eccessiva imprigiona l'univocità di ciascuno, ovvero tornando alle strutture l'eccesso di rigidità fa perdere la duttilità ad adattarsi ai “piccoli” spostamenti e rotazioni che creano l'aiuto armonico.

Il calcolo delle reazioni iperstatiche è peraltro complesso ed è attendibile di fatto solo in campo lineare elastico. L'avvento infatti delle prime plasticizzazioni locali anche le coazioni impresse, quale ad esempio la diversa maturazione del calcestruzzo o il diverso assestamento dei casseri

durante la presa, o le variazioni termiche o i fenomeni di ritiro e viscosità o ancor più i cedimenti differenziali - fondali anche piccoli (maggiori di circa 2 cm), possono rendere illusorio il calcolo delle reazioni iperstatiche reali.

Il calcolo elastico va però comunque percorso in quanto è un modello che anzitutto consente di scegliere le rigidità di *predimensionamento* che, come si preciserà nel paragrafo successivo, si basa sull'imporre "piccoli" gli spostamenti, ovvero le rigidità non devono essere né in eccesso verso il modello rigido statico, né in difetto verso il modello instabile labile. Allorquando non esisteva il calcolatore un semplice telaio richiedeva giorni di calcoli, pur ricorrendo alle brillanti soluzioni iterative di Cross (nodi fissi) o Kani (nodi spostabili) per ripartire le sollecitazioni da nodo a nodo e da piano a piano, cosa che oggi si risolve in pochi istanti con il computer, salvo peraltro la fatica per implementarlo con il modello del telaio e dei carichi.

E' istruttivo comunque ricordare gli sforzi semplificativi del passato per comprendere il funzionamento dei modelli delle strutture.

Per le strutture con prevalenza delle sollecitazioni di sforzo normale  $N$ , come accade negli archi antofunicolari dei carichi (ovvero nelle funi) e nelle strutture reticolari rettilinee caricate solo nei nodi e con vincoli che ne consentono le rotazioni, l'effetto delle reazioni iperstatiche flessionali  $M$  è inessenziale. E' sufficiente infatti il calcolo delle reazioni e degli sforzi normale  $N$  del sistema isostatico più prossimo al reale o "principale" (Verifiche grafiche di Mery negli archi o di Culmann nelle strutture reticolari) .

Per attuare le predette "piccole" rotazioni delle aste nei nodi significa che la struttura deve essere sufficientemente snella senza peraltro cadere nel campo instabile come verrà presentato nel paragrafo successivo. Oppure il materiale può consentire limitate plasticizzazioni come le murature con malta nelle quali un chiodo infisso non crea lesioni come nel calcestruzzo (il modulo elastico di figura 3 e quindi la rigidità è infatti 10 volte inferiore per le malte). E' evidente come vincoli "*leggermente cedevoli*", ma iperstatici conservano i vantaggi delle strutture isostatiche e quelli delle strutture iperstatiche essendo duttili specie al variare dei carichi. L'eccesso di rigidità nei vincoli è controproducente addirittura per la sicurezza in quanto esaspera le sollecitazioni iperstatiche specie nei vincoli.

Un bellissimo esempio è rappresentato dalle 6 ossa del cranio dei neonati (v. dopo gradi di libertà) "incernierate" nelle fontanelle per potersi adattare al

parto ed “incastrate” per ossificazione durante la vita a protezione dagli urti, fortemente ammortizzati anche dal liquido che circonda la massa cerebrale che trasforma eventuali colpi “vettoriali” in pressioni “scalari” meno traumatizzanti.

Analoga meraviglia desta la disposizione del cordame fra le tavole costituenti il fasciame dello scavo della nave romana rinvenuta a Comacchio, in modo da renderlo più flessibile a solcare onde tempestose.

Nelle strutture iperstatiche in cui invece prevalgono le sollecitazioni flessionali  $M$ , quali le travi ed i telai, si possono considerare le aste rigide nei riflessi dello sforzo normale  $N$  e sempre poco distorte dal taglio  $T$ , specie per i carichi uniformi e non concentrati, per cui il calcolo può limitarsi a valutare solo i momenti  $M$  di incastro iperstatici, trascurando nell'analisi delle sollecitazioni iperstatiche il contributo deformativo indotto da  $N$  e  $T$ .

Le predette semplificazioni sul numero delle equazioni di congruenza da aggiungere a quelle di equilibrio non sono possibili in presenza di vincoli cedevoli, come per carenza di fondazioni, o se i nodi sono spostabili, come per effetto delle azioni con prevalente componente orizzontale quali i terremoti. I casi più complessi sono di solito proprio quelli più aleatori (v. sicurezza) in cui la perdita del modello elastico è la regola e pertanto è necessario far ricorso a calcoli non lineari anziché lineari, specie per le più gravose combinazioni dei carichi. In base a quanto prima delineato tale calcolo è complesso e pur se fattibile con il calcolatore, che accetta un numero qualsiasi di equazioni, di condizioni di carico e di leggi costitutive, va orientato verso studi parametrici di ricerca per tarare metodi semplici, anziché per complicare la normale analisi. In tale ottica conviene fare ricorso, pur se solo formale, al più sicuro predimensionamento in campo lineare visto come modello “standard” convenzionale, come del resto lo è la valutazione delle azioni in campo sismico (v. figura 7) o della redistribuzione delle sollecitazioni per effetto dei cedimenti differenziali del terreno in parte sempre incogniti. Si usufruisce così dei *vantaggi della Scienza delle Costruzioni* e non degli *svantaggi* di calcoli onerosissimi pur se la ricerca vorrebbe meglio rispecchiare la realtà, come prima detto per la Statica. Si lascia così alla vita dell'opera di scegliersi le iperstatiche reali per adattamento dei vincoli nel giusto predetto dosaggio delle rigidità. E' più

importante allora eventualmente studiare solo i vincoli in campo non lineare, ovvero renderli duttili.

Le difficoltà predette hanno dato vita anche ad una modellazione dell'analisi delle strutture a rottura, anziché in campo elastico, ovvero al *limit design*.

In tal caso si modella la struttura iperstatica maggiorando i carichi in modo che si formino tante cerniere plastiche o tanti appoggi al limite dello scorrimento attritivo (vedere resistenze materiali) in modo da rendere la struttura isostatica non più influenzata da precedenti complesse coazioni, e tale da simulare virtualmente la configurazione prossima al collasso.

Tale calcolo, se la struttura è molto duttile, specie ad esempio allo scorrimento dei ferri nel c. a., consente di non valutare le reazioni iperstatiche ma direttamente le reazioni isostatiche massime da confrontare con quelle limite a rottura.

In tale studio è importante l'uso del teorema di Drucker e Prager per la ricerca dell'univocità del moltiplicatore dei carichi statico  $\eta$ , con quello cinematico, moltiplicatori che rendono minimo il lavoro complessivo per raggiungere il collasso. Tale calcolo a rottura prende le prime mosse nelle verifiche di equilibrio ultimo a scorrimento e ribaltamento (v. § sicurezza).

Si deve evidenziare però che il *limit design* non va scambiato con il calcolo *agli stati limite* di seguito descritto trattando la sicurezza in termini semiprobabilistici.

Si anticipa subito che si maggiorano di un fattore di sicurezza i valori delle sollecitazioni scaturenti dal calcolo iperstatico elastico, le quali si confrontano con i valori delle sollecitazioni resistenti, opportunamente ridotte da un altro fattore di sicurezza. Tali sollecitazioni ultime sono ben misurabili sperimentalmente, al contrario delle sollecitazioni ricavabili dallo stato tensionale ideale (v. figura 8) indotto specie dalle reazioni iperstatiche.

In comune quindi fra il *limit design* e le sollecitazioni di calcolo a rottura semiprobabilistico c'è solo il confronto con le sollecitazioni a rottura misurate su prototipi, ma i valori delle sollecitazioni scaturiscono da analisi diverse peraltro in prima approssimazione consimili nel percorso dei carichi sino a rottura, (v. figura 8). Si raggiungono in tal modo *i vantaggi della Tecnica delle Costruzioni* nel cercare di legare meglio i modelli alla realtà

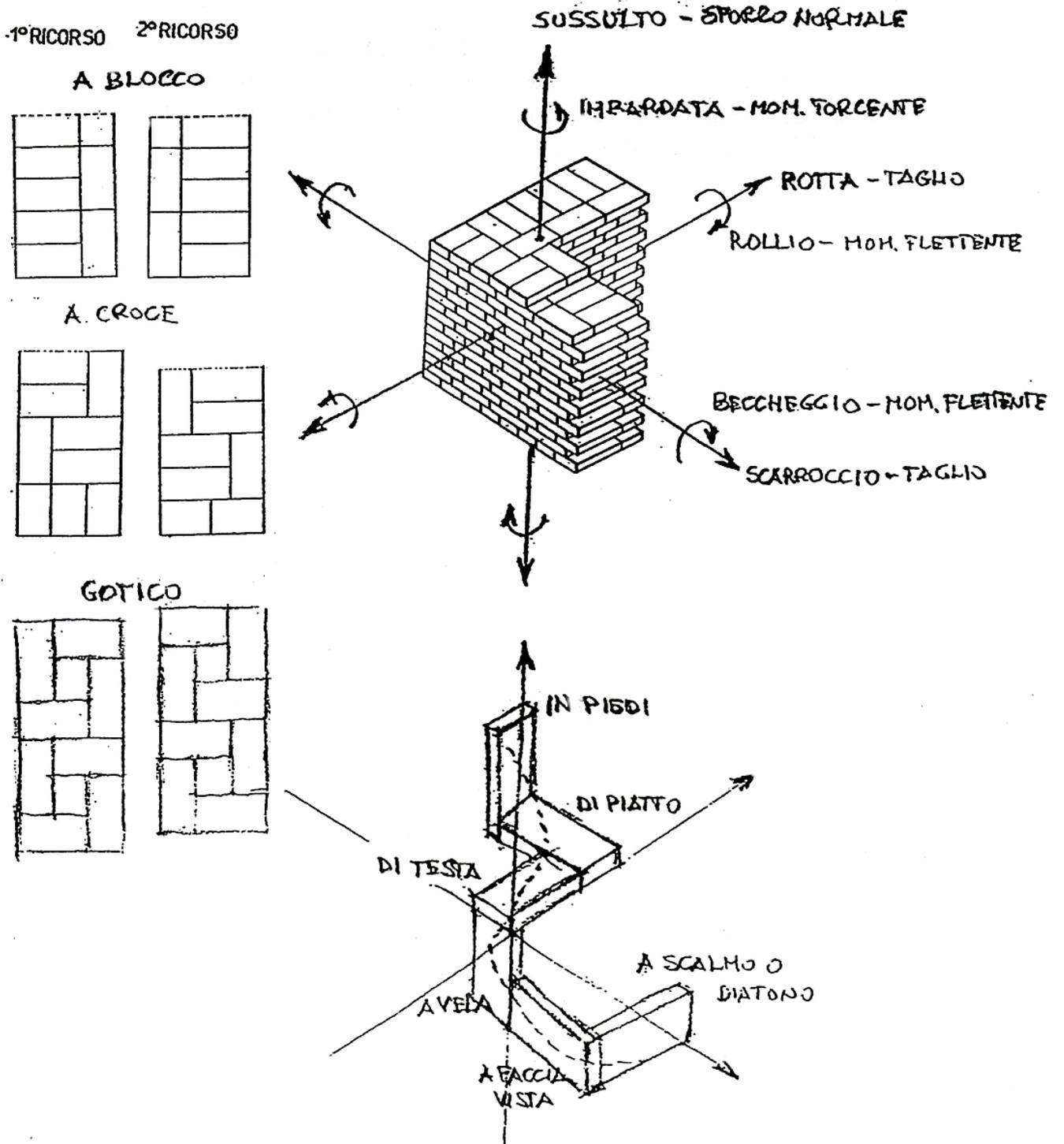
sperimentale (v. figura 3) confinando gli svantaggi agli "stati limite" dell'umano operare.

E' interessante evidenziare poi che può essere vitale nelle scelte strutturali adottare in cantiere delle strutture isostatiche da rendere poi in esercizio iperstatiche. In tal modo tutti gli assestamenti sotto i pesi propri sono scontati, e la preziosa riserva di sicurezza iperstatica viene riservata tutta proprio verso le azioni accidentali. Mirabili in tal senso sono gli arcotravi di Krall nei quali l'impalcato collabora con l'arco in c. a. solo dopo che questi è maturato e la sua spinta per peso proprio è stata eliminata al disarmo, in modo che il ponte completo sopporti solo le distorsioni dei carichi accidentali. Tali considerazioni ben si prestano in particolare in caso di prefabbricazione ancor più usando cavi di precompressione per realizzare vincoli che contrastano proprio le reazioni iperstatiche in modo da avere una rigidezza "artificialmente" elevata e controllata.

Si imita così lo scheletro umano in cui il gioco dei muscoli e tendini rende di volta in volta il corpo labile, isostatico e iperstatico, ma con la risultante delle forze muscolari sempre coincidente con gli assi principali d'inerzia del corpo in movimento. Come è mirabile nella danza e nell'assetto inerziale del volo degli uccelli nell'aria.

Infine i criteri di modellazione dei vari corpi che costituiscono le strutture, scaturiti sia dalla Statica (Geometria delle masse) che dalla Scienza delle Costruzioni (Distribuzione delle rigidzze), che dalla Tecnica delle Costruzioni (incidenza delle imperfezioni reali) vengono delineati nel successivo paragrafo riguardante il ruolo dei materiali (v. figura 3) nella progettazione.

I vincoli soprattutto devono essere analizzati nella loro dualità statico – cinematica, ovvero come sede di reazione ed assenza di movimenti e viceversa.



**Fig.2** Lesione impedita disponendo i mattoni nella tessitura muraria in modo da bloccare tutti e 6 i gradi di libertà duali delle 6 componenti di sollecitazione.

I 6 gradi di libertà lagrangiani di un corpo rigido nello spazio sono caratterizzati dalle 3 componenti di traslazioni di "rotta", "scarroccio" e "sussulto" e dalle 3 componenti di rotazione di "rollio", "beccheggio" e "imbardata", per usare il gergo navale anziché i termini euleriani, tutte e 6 vanno sistematicamente bloccate.

Con una muratura di mattoni ciascuno di questi 6 gradi di libertà, dapprima nelle mani del muratore, se incastrati di "piatto", "di testa", "in piedi" o "a faccia vista", "a scalmò"(o diatono), "a vela", consentono di realizzare una consistenza muraria di elevatissima durabilità essendo bloccato ogni cinematismo.

La figura 2 esplicita tale realizzazione della consistenza muraria in modo da impedire il formarsi di lesioni indotte da ciascuna delle 6 sollecitazioni, come con i ricorsi murari specie gotici; la lesione tratteggiata ad elica è allora innescabile con molta difficoltà.

Le scelte strutturali rappresentano l'essenza della "firmitas" vitruviana sino ad arrivare al dualismo statico-estetico della recente Storia della Architettura; scelte che devono essere ancor più controllate proprio dai destrutturalisti per realizzare liberamente una valida "vetustas" ,sempre valorizzando la "utilitas", sino all'emblematico funzionalismo di Gropius.

Analoga problematica presentano le scelte strutturali nel campo della Conservazione del Patrimonio Architettonico e Paesaggistico ,per cui i corsi di Consolidamento non possono essere alternativi ai presenti; il Geriatra rischia molto di più di un Medico di base, specie se evita l'accanimento terapeutico, ovvero il rispetto dell'opera.

### I.3 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DEI MATERIALI

Al secondo punto del predetto iter vi è la modellazione delle caratteristiche meccaniche dei materiali, espresse dalla Reologia in leggi costitutive.

Fra queste i modelli costitutivi classici sono quello *rigido perfetto* peculiare della Statica e quello *elastico perfetto* peculiare della Scienza delle Costruzioni, come richiamato in figura 3 nella quale sono riportate le caratteristiche meccaniche (monoassiali a trazione in alto ed a compressione in basso) dei principali materiali da costruzione.

Si noti come il modulo elastico  $E = d\sigma/d\varepsilon$  e la resistenza  $f_c$  del calcare siano più che tripli di quelli del conglomerato cementizio a testimonianza della durabilità delle opere in pietra squadrata.

Anche il legno presenta un'alta resistenza lungo le fibre (con difetti ridotti), ovvero sfruttando favorevolmente l'anisotropia, e se ben stagionato, di prima scelta, ventilato e non sottoposto alla pioggia, presenta una vita plurisecolare pur avendo un modulo elastico dell'ordine della metà di quello del conglomerato.

Il confronto è fatto anche con la dispersione dei dati per effetto delle imperfezioni e della qualità dei materiali, in base al metodo semiprobabilistico, di seguito descritto, secondo i canoni della Tecnica delle Costruzioni.

E' interessante fare una digressione su tale modellazione che si basa sulla misura sperimentale sia in laboratorio sia in sito su campioni significativi della realtà. Le prove su campioni mono-bi-tridimensionali con percorsi delle tensioni simili ai reali, in particolare sotto carichi statici o sotto carichi dinamici che evidenziano i fenomeni di fatica e di isteresi, ovvero con decorsi dei carichi nel tempo, che evidenziano i fenomeni viscosi, mostrano subito la vasta gamma di studi sperimentali reologici per analizzare una realtà tutt'altro che semplificata in modelli "perfetti". L'aleatorietà delle azioni e l'eterogeneità dei materiali, come si specificherà trattando della sicurezza più avanti, conducono per esempio in campo geotecnico a ricorrere al monitoraggio in vera grandezza ed al confronto con *l'analisi a posteriori o retrogressiva (back analysis)* di strutture interagenti con il terreno,

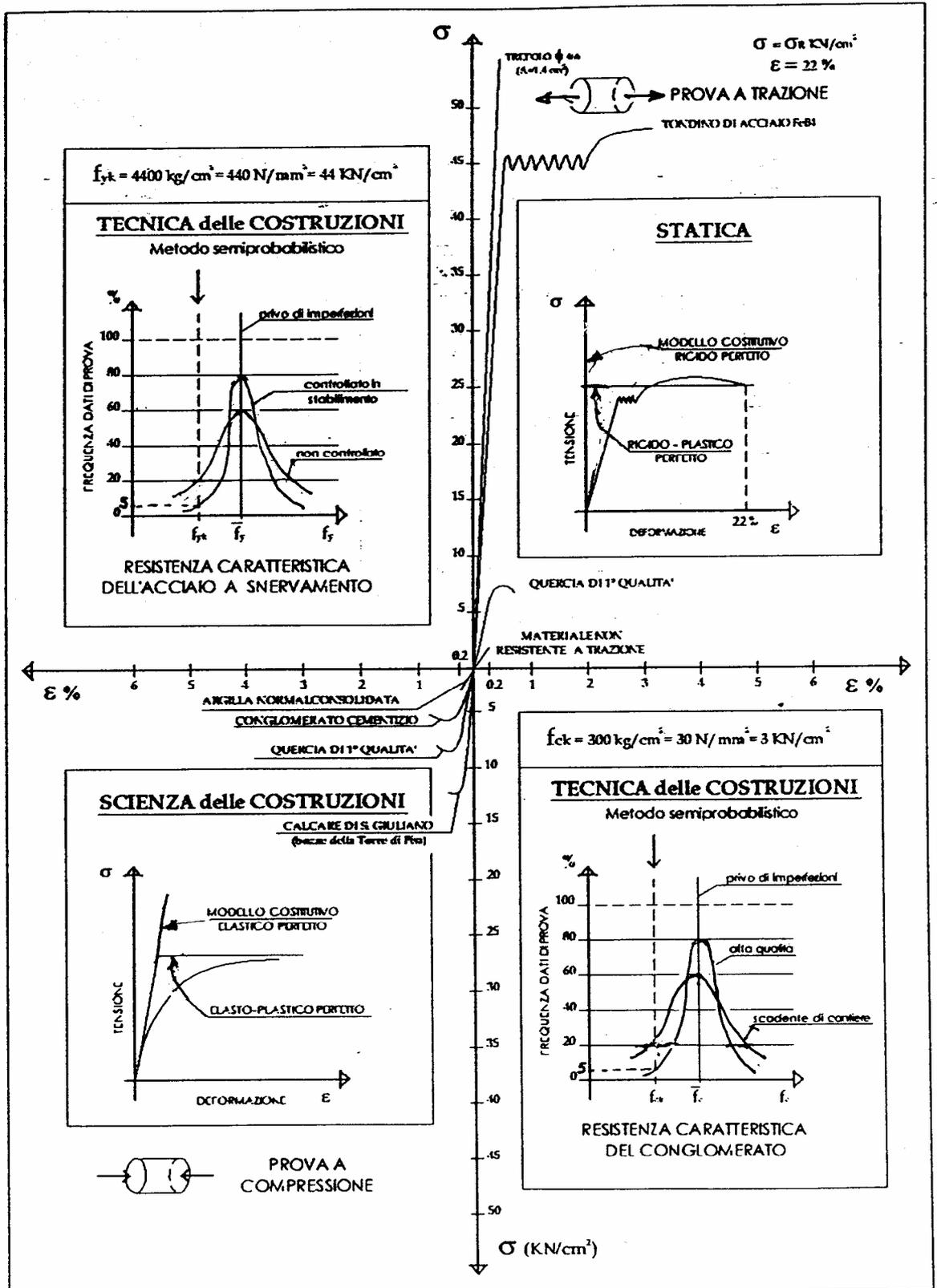


Fig.3 Caratteristiche meccaniche di vari materiali e modellazione "perfetta" illustrata precipuamente in Statica. Scienza e Tecnica delle Costruzioni.

monitorate (prediction and performance), in particolare con terreni prototipi ben caratterizzati meccanicamente per essere di riferimento alla ricostruzione reologica, come delineato nelle tabelle 1 a,b che seguono.

Non è possibile infatti a volte estrapolare dall'“elemento” del campione “indisturbato” un profilo del sottosuolo che consenta di impiegare con sicurezza la predetta *analisi a priori* basata sulla meccanica classica.

La figura 4a mostra una sintesi, delle classiche prove di laboratorio geotecnico, alla luce del principio delle tensioni efficaci e quindi del ruolo delle pressioni interstiziali durante i vari percorsi delle tensioni indotti con vari tipi di apparecchi, in modo da simulare al meglio lo stato tensionale reale indotto dall'opera da inserire nel terreno.

La tensione totale  $\sigma$  indotta dall'opera si ripartisce fra lo scheletro solido, tensione efficace  $\sigma'$ , e la pressione interstiziale  $u$  nel fluido che permea in generale il terreno, secondo la classica modellazione di Terzaghi, già prima delineata, ed evidenziata in figura 4 a con le pietre porose e le molle.

Le prove allora sono molto influenzate dalle condizioni di drenaggio, ovvero dalla possibilità di svolgersi in condizioni “drenate” ( $u=0$ ), come nell'edometro e nell'apparecchio di taglio diretto, od in condizioni “non drenate” ( $\Delta u \geq 0$ ), come nell'apparecchio triassiale, con il quale si possono simulare anche le varie condizioni di drenaggio.

Le caratteristiche di deformabilità e di resistenza dei terreni presentano, diversamente dai solidi monofase descritti in figura 3, anzitutto idue tipi di leggi costitutive o tensioni - deformazioni mostrati in figura 4 a.

La figura evidenzia inoltre tali leggi per i terreni normalconsolidati (NC) ovvero che non hanno subito geologicamente tensioni maggiori di quelle litostatiche pascaliane  $\sigma'_{vo} = \gamma' z = (\gamma - \gamma_w) z$  (essendo  $z$  la profondità di calcolo), e per i terreni sovraconsolidati (SC) che invece hanno subito tensioni di preconsolidazione  $\sigma'_p$  maggiori di  $\sigma'_{vo}$  e che sono pertanto molto meno compressibili di quelli normalconsolidati. Tale aspetto è evidenziato dal “ginocchio” delle curve edometriche in particolare ricostruite a tratto in corrispondenza del valore litostatico, per meglio valutare il modulo elastico drenato  $E'$  in sito, per il modulo non drenato  $E_u$  si vedano le curve triassiali.

In figura 4 a sono mostrati infine i vari tipi di resistenze “drenato” ( $c', \phi$ ) in termini di tensioni efficaci, e “non drenato” ( $c_u, \phi_u = 0$ ) in termini di tensioni

totali e con sovrappressioni interstiziali non dissipabili tanto da non evidenziare l'attrito  $\phi$ , ma solo la coesione non drenata  $c_u$ .

La figura 4 b mostra poi i profili geotecnici dei sedimi della valle alluvionale del Tevere in Roma basati sui dati penetrometrici statici (CPT olandese) e sulle prove edometriche che individuano gli strati sovraconsolidati ovvero che hanno subito tensioni  $\sigma'_p$  maggiori di quelle litostatiche che  $\sigma'_{vo}$  riducendone la compressibilità  $C_c \equiv \sigma'_{vo}/E_{ed}$ . Le leggi tensioni – deformazioni di figura 4b sintetizzate nei parametri indice delle caratteristiche meccaniche sono messi a confronto al variare della profondità per valutare l'eterogeneità; è evidente l'importanza della qualità delle prove specie in sito se i terreni non sono campionabili, come le sabbie, indisturbatamente per il laboratorio.

Una delle ipotesi più drastiche che è stata fatta sulle leggi costitutive dei materiali, è come noto quella tipica della Statica di omogeneità e di totale indeformabilità o perfetta rigidità (v. figura 3) della materia pur se sollecitata dalle più disparate azioni di qualsiasi livello d'intensità, prescindendo pertanto dalla sua resistenza interna.

La spinta alla ricerca della certezza assoluta nella sicurezza progettuale sotto l'impulso degli studi di meccanica deterministica ha condotto alla predetta ipotesi di rigidità perfetta la quale consente di considerare sufficiente il solo rispetto dell'equilibrio delle forze esterne ai corpi per calcolare le reazioni vincolari e per essere "perfettamente" garantiti della loro staticità. Tale certezza s'infrange miseramente con il fatto che appena ci si confronta con realtà si constata che non esistono, specie come i predetti sedimi alluvionali, i materiali perfettamente rigidi e di resistenza invulnerabile. E' emblematico in tal senso l'esempio della realizzazione degli alberi motori navali della marina tedesca in acciaio pieno di alta qualità che si spezzavano dopo pochi giorni di navigazioni in quanto non si adattavano alla deformabilità dello scafo solcante le onde. Le navi non sono più andate in avaria, solo introducendo alberi motore cavi più flessibili e che si adattavano ai cedimenti vincolari dello scafo. Così lo stelo della spiga di grano è cavo all'interno e dotato di lamelle radiali per dare la rigidezza elastica di ritorno dopo essersi chinata al vento.

L'analogia con il comportamento dell'uomo è ancora più istruttiva: se non si prendono in esame le forze interiori della persona nell'adattarsi agli eventi

esterni avversi, si verifica la crisi. Irrigidirsi, anche psicologicamente, è privo di frutti. Il considerare solo il gioco delle forze esterne nel prendere le decisioni per agire, non rispettando le forze dell'anima di ciascuno, ha creato i più gravi dissidi fra gli uomini, in particolare caduti nell'individualismo capitalista o nella massificazione comunista.

E' noto peraltro che anche l'assoluta mancanza di fermezza, per parafrasare la rigidità dei materiali, ha fatto crollare i rapporti fra gli uomini nell'anarchia e peggio nell'indifferenza e nel relativismo etico totale (Social pluralism) anziché nell'ecumenismo rispettoso dell'opinione altrui, senza perdere però la propria identità, ma, arricchendola delle altre.

La Scienza delle Costruzioni sostituisce pertanto il concetto di rigidità a quello dei corpi perfettamente rigidi, in base alle deformazioni ammissibili.

Così la Scienza dell'Educazione introduce con Don Bosco il concetto di amorevolezza rispetto a quello di rigida severità, e quello etimologico di *ex-ducere*, ovvero "trarre fuori" da ciascuno i propri talenti "ammissibili"; ci si basa quindi sull'amorevole empatia, anziché l'antipatia o la simpatia.

Anche il Medico se si basa solo su rigidi protocolli diagnostici, possibili peraltro spesso solo ai ricchi, dimentica che il paziente prima è una persona da assicurare e non se è una "assicurata".

La sicurezza delle strutture, come quella sociale si avvale allora di un modello prossimo al rigido ma mai totalmente rigido, in modo da poter valorizzare al meglio le forze interne.

In Politica significa equilibrare il centralismo con il localismo federandosi, ed in Economia fra mercato globale e regionale promuovendo la sussidiarietà.

Per ritornare ai canoni della Statica si richiama che la risultante ed il momento risultante delle forze *interne* di un corpo reale inerte sono nulle, tanto più per un corpo rigido, per cui è sufficiente rispettare l'equazione di equilibrio cardinale, ovvero l'annullamento della risultante e del momento risultante delle forze *esterne*, concentrando notoriamente le forze peso nei baricentri delle masse per garantire la staticità.

Se il corpo esplode, ovvero le sue forze interne non sono inerti, la risultante ed il momento della risultante delle forze interne ed esterne sono ancora nulli, ma il corpo è tutt'altro che statico.

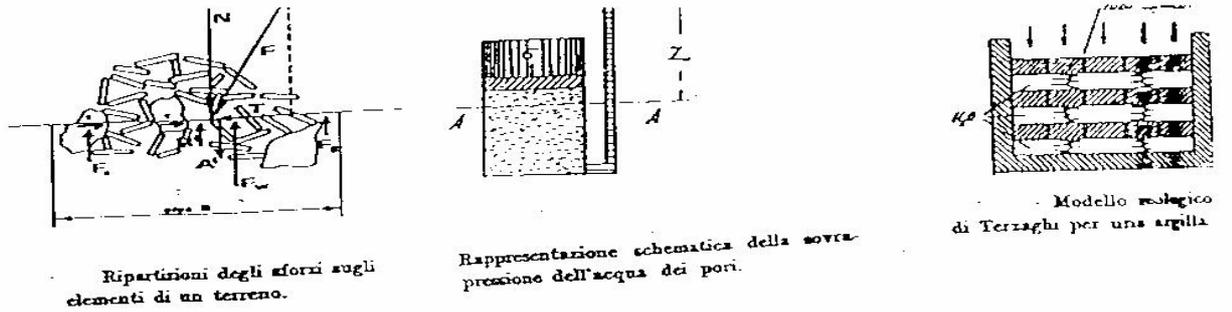
Analogamente se il corpo è sottoposto ad un ciclo termodinamico, si passa dallo stato solido a quello liquido o gassoso e viceversa; così in una reazione

chimica le trasformazioni sono enormi, pur essendo soddisfatte le equazioni cardinali. Analogamente si verifica per i più complessi fenomeni di radianza luminosa e nucleare entrando nella meccanica quantistica ed in astrofisica. La materia inorganica è dunque solo apparentemente inerte e testimonia subito una trascendenza creativa, ancor più ciò si rivela per la materia organica biologicamente viva e maggiormente in quella "grigia" dell'uomo. Ciò ancor più per l'embrione che supera ogni crescita pessimistica dell'entropia e speriamo anche della manipolazione genetica della sua libertà e dignità.

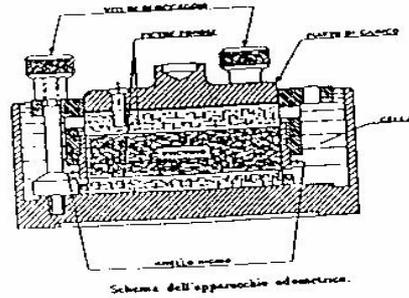
Dimenticarsi delle forze interne persino nei materiali inerti "congelandoli" senza tempo nell'ipotesi di rigidità e limitandosi al rispetto dell'equilibrio delle forze esterne, pur in sintonia con la realtà che la risultante ed il momento risultante delle forze interne sono nulli, significa depauperare la materia di tutte le sue capacità fisico - chimiche interne. Così non considerare ancor più attentamente nell'uomo le sue forze interne personalistiche, valutando solo le sue forze esterne di ricchezza e potere, significa limitarsi alla facciata statica esterna e non vedere la parte di bene che è deposta internamente in ciascun uomo. Per nostra debolezza o carenza di speranza non esprimiamo in tutto la ricchezza interiore, impauriti dalle forze esterne o irrigiditi nell'egoismo senza amore per il prossimo.

Se si torna alla materia del resto il classico bilancio fra il lavoro delle forze esterne e quello delle forze interne, ampiamente considerate dalla Scienza delle Costruzioni crea l'equilibrio armonico.

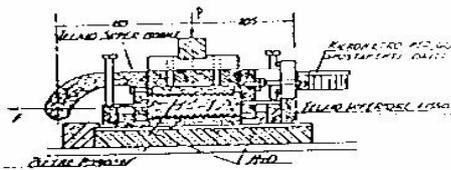
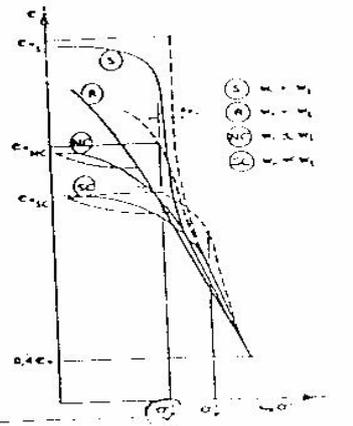
Se poi si riconosce all'uomo anche l'aspetto trascendente che lo distingue dalle altre specie sia organiche che inorganiche, allora si deve ammettere che l'uomo è l'unico a poter governare la natura, con progetti "naturalmente" non dispotici, per lo sviluppo dell'ambiente, criterio abbandonato dai biocentristi o "verdi" specie della corrente "deep ecology" decisamente anti - antropocentrici per i quali la natura vale più dell'uomo.



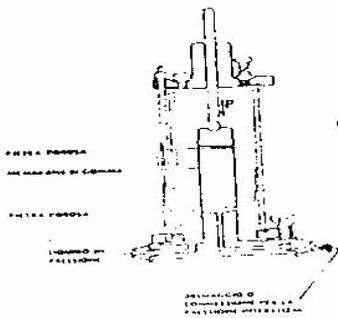
$$\sigma' = \sigma - u$$



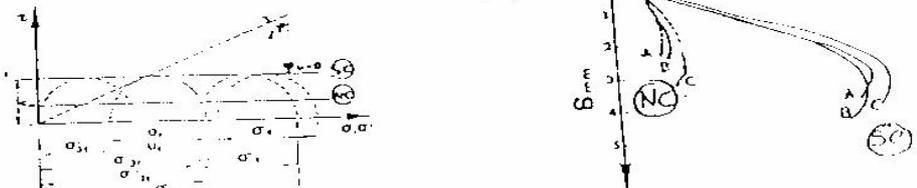
Curve di compressibilità edometrica al variare del contenuto in acqua: ricerca del modulo in sito (Schmertmann)



Rette di Coulomb per 3 provini (A, B, C) di sabbia densa in condizioni drenate: valore di picco ( $\phi'$ ) e valore residuo  $\phi'_{res}$



RESISTENZA NON DRENATA  $c_u, \phi_u = 0$



Nota bene: dedotta da prove triassiali standard (U) in variazioni dei cerchi di Mohr per un'argilla normalmente consolidata (NC) ed una fortemente sovraconsolidata (SC)

Fig. 4 a Ruolo delle tensioni efficaci nelle prove di Laboratorio Geotecnico

“Geotecnica e Tecnica delle Fondazioni” Hoepli Vol 1 C.Cestelli Guidi

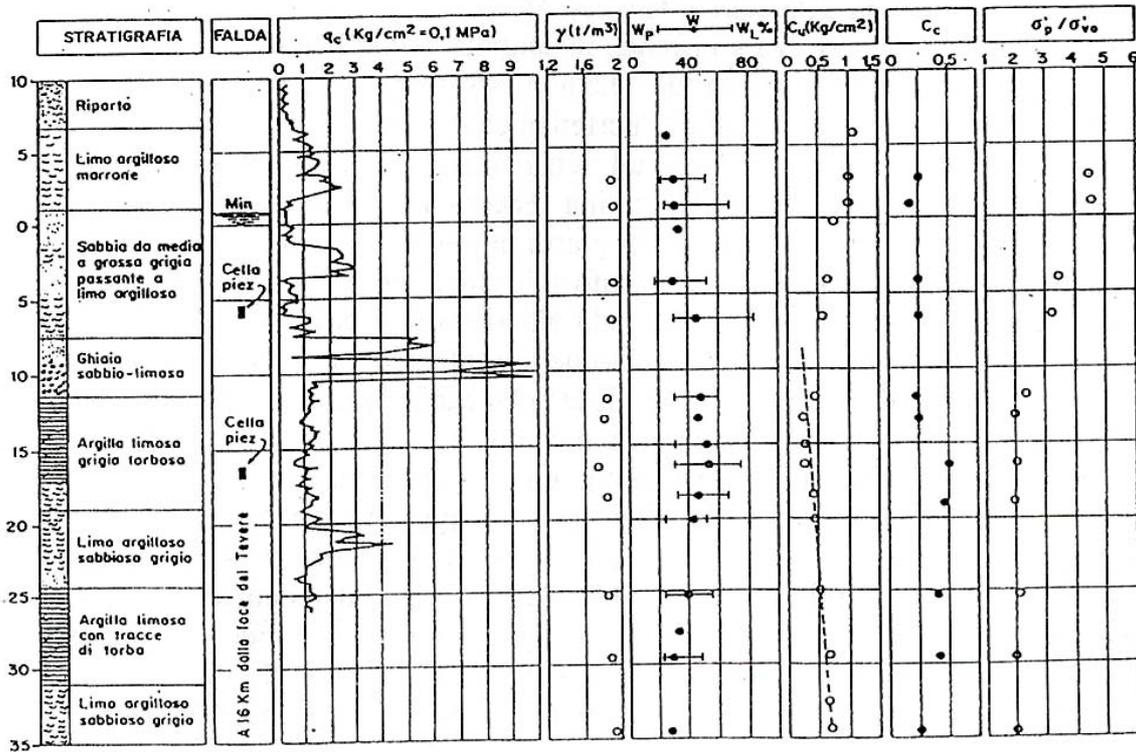
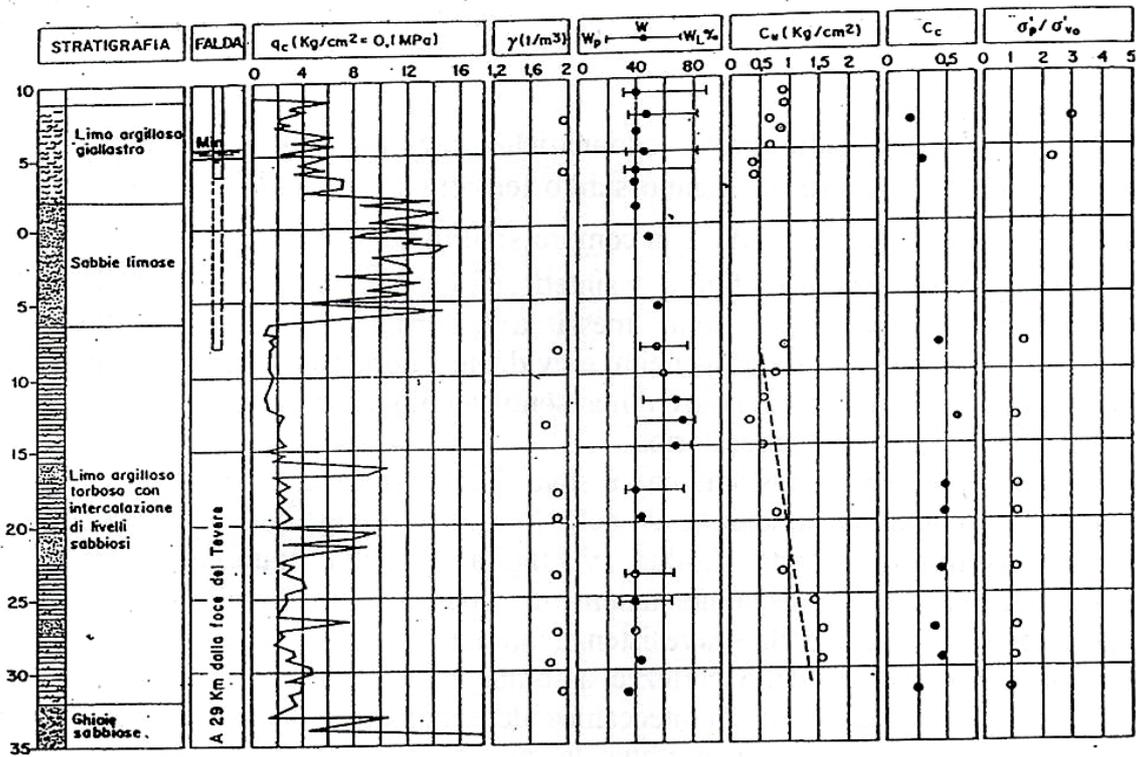


Fig.4b Profili geotecnica della valle alluvionale del Tevere: resistenza penetrometrica statica alla punta,  $q_c$  (CPT) confrontata in particolare con il grado di sovraconsolidazione ( $\sigma'_p / \sigma'_{vo}$ ) desunto da prove edometriche.

Tabella 1 a. Principali parametri geotecnici.

Stato del terreno	Determinazione teorica	Parametri geotecnici		
		$S_r, K_0, \sigma_r$	$K_0, u_0$	$u_0(t)$
tensione iniziale	preconsolidazione: idrodinamica (pendio, artesianità)	–	–	$\sigma(t)$
tensionale totale indotto	rete isostatica	$k, C_v$	$Q, k$	$u(t)$
tensionale efficace indotto	rete idrodinamica: isocrona	$C_r, E; G$	$E, G$	$\delta(t)$
limite di esercizio: codimenti	rete isostatica delle deformazioni	$c, \varphi, \delta_y$	$\sigma_r, \delta_y$	$\delta_y$
limite di rottura: stabilità	rete delle linee di scorrimento	Prove di Laboratorio	Indagini in sito	Controlli in opera
Interazione terreno struttura statica e dinamica				

Tabella 1 b Schema degli strumenti per le misure in sito, riguardante la progettazione, esecuzione, collaudo ed esercizio delle costruzioni.

Strumenti agenti	Strumenti reagenti
<b>Terreni e rocce</b> Penetrometri a multisensori Pressiometri autopercoranti Dilatometri Permeametri Sonde ad ultrasuoni Sonde a raggi $\gamma$	Celle di tensione e dinamometri Piezometri Assesimetri Inclinometri Estensimetri e deformometri Geodesia, distanziometri Aereo fotogrammetria, fotogrammetria
<b>Strutture</b> Carico su pali, ancoraggi strumentati Rilevati, placaggi sperimentali	Controllo ponti, dighe, opere marittime Controllo interferenze fra opere
<b>Sismica</b> Moduli dinamici cross-hole Vibrodina Vibrocompattazione	Deformometri Velocimetri Accelerometri
<b>Consolidamento</b> Carico con martinetti piatti Iniettabilità controllate	Ultrasuoni Termografia Fotogrammetria Igrometria

La tabella 1a evidenzia i principali parametri geotecnica misurabili con i vari tipi di prove in laboratorio, in sito od in vera grandezza.

La tabella 1b descrive una panoramica dei vari strumenti di misure in sito e di monitoraggio in opera, che affiancano le prove di laboratorio, specialmente quando i terreni od i materiali non sono campionabili. Gli strumenti in particolare sono distinti fra quelli “agenti” o che imprimono una sollecitazione nell’opera per misurarne le caratteristiche meccaniche, e gli strumenti “reagenti” in cui l’azione indicatrice delle caratteristiche è esterna all’opera.

Manuale dell’Ingegnere Colombo - Hoepli 84<sup>a</sup>Ed. 2003  
 Cap E4, E5 C. Cestelli Guidi, P. Ventura

Il progetto delle strutture in tale cornice si avvale allora di una sicurezza “non quantizzabile” basata sulla responsabilità “interna” degli operatori che consente a volte anche di superare i casi di notevole divario fra la modellazione e la realtà, come già ricordato per la “sicurezza sanitaria” e per lo sviluppo. Il controllo di qualità specie di collegamento (performance bord) fra gli operatori è prezioso, ma solo se illuminato può far sperare anche gli ecologisti biocentrici a dialogare con quelli antropocentrici, peraltro non trasformati in tecnocrati soltanto della finanza, in una visione finalmente ecoottimista.

Per tornare di nuovo a discutere della modellazione meccanica si ricordano poi le ipotesi fondamentali su cui si basa la Scienza delle Costruzioni.

Ipotesi di Bernoulli, DeSaintVenant, Eulero: linearità geometrica e cinematica.

Nei corpi si attiva la conservazione delle sezioni piane, se monodimensionali, o dei segmenti rettilinei, se bidimensionali, per cui la distribuzione della deformazione è lineare lungo lo spessore. Ciò comporta che i corpi non siano troppo tozzi o presentino variazioni brusche di sezione o dei carichi, né vi siano vincoli troppo rigidi. In tal modo le dimensioni dei tratti del contorno, necessari per mandare a regime le tensioni, risultano piccoli o dello stesso ordine di grandezza dello spessore dei corpi.

La dimensione più piccola dei corpi deve essere ben minore del raggio di curvatura sotto i carichi, per cui si trascura il taglio nelle travi o l'effetto Poisson nella deformazione laterale nelle piastre, e gli spostamenti e le rotazioni sono linearmente correlati dalla relazione euleriana di traslazione vettoriale infinitesima maggiorata dall'angolo di rotazione infinitesimo per il rispettivo raggio  $l$  di rotazione ( $d\underline{s} = d\underline{s}_0 + d\theta \Lambda l$ ).

Ad esempio nei nodi strutturali, o nei vincoli di continuità, l'ipotesi decade.

Ipotesi di Hooke: linearità costitutiva.

I corpi sono omogenei isotropi ed elastici perfetti ovvero gli spostamenti massimi sono dell'ordine di 1/500 delle luci, condizionando le rigidità dei corpi  $K=F/(s=1) \equiv EA/l$  per un pilastro compresso,  $K=M/(\theta =1) \equiv EJ/l$  per una trave inflessa.

Il valore  $\varepsilon < 2\%$  del diagramma  $\sigma - \varepsilon$  di figura 3, vigendo la proporzionalità fra forze e spostamenti, diviene  $s < 1/500$  in modo da definire quanto devono essere “piccole” le deformazioni in esercizio.

I carichi sono inoltre “quasi - statici” ovvero applicati molto gradualmente in modo anche che non vi siano deformazioni permanenti allo scarico o fenomeni isteretici o di fatica ciclica, non vi sono poi vincoli molto cedevoli o coazioni residue ed è ammessa la sovrapposizione degli effetti. Le sollecitazioni e le tensioni sono allora linearmente legate alle deformazioni e quindi alle rotazioni ed agli spostamenti in base all'ipotesi precedente, con conseguente notevole semplificazione dei calcoli. Ciò comporta anche che il fattore di sicurezza “esterno” sui carichi possa divenire “interno” ovvero basato sulla tensione e la deformazione “ideali” come assunto nel metodo delle tensioni ammissibili e come verrà discusso nel paragrafo sulla sicurezza. Ad esempio nel campo dei materiali non o poco resistenti a trazione, come i terreni, le murature, il c.a., l'ipotesi decade.

Ipotesi di Kirchoff: univocità dell'equilibrio elastico.

I corpi presentano deformazioni del 2° ordine trascurabili ovvero le strutture non sono troppo snelle da presentare spostamenti e rotazioni che inneschino fenomeni di instabilità, ovvero i giratori o raggi di inerzia  $\rho = \sqrt{J/A}$  delle sezioni devono condizionare delle snellezze  $\lambda = l_0/\rho$  a partire da  $\lambda_e = 30$  (v. in seguito) . Si noti come sia fondamentale l'uso Statico della Geometria delle masse per fornire i raggi d'inerzia caratterizzanti la distanza dal baricentro, alla quale virtualmente si può concentrare la massa per calcolarne il momento d'inerzia  $mp^2$  e tracciare l'ellisse d'inerzia. Nel caso poi della pressoflessione retta ( $M_y = 0$ ), il giratore è il terzo medio  $\rho^2 = e_{ny}$  y fra l'eccentricità limite del nocciolo  $e_{ny} = M_x/N$  e la posizione dell'asse neutro  $y = d/2$  ( corpi omogenei) consente di tracciare il nocciolo d'inerzia (l'antipolarità fra centro di pressione ed asse neutro rispetto all'ellisse d'inerzia comporta  $I_x = A e_{ny}$  y), caratterizzante l'inizio delle trazioni.

Le snellezze sono da quantizzare specie in base al tipo di vincolo condizionante la luce  $l_0$  dei vari corpi e dei materiali impiegati.

Per il cemento armato le norme indicano  $\lambda = 50$  da ridurre a 35 in caso di sisma e per l'acciaio  $\lambda_{max} = 200$  da ridursi a 150 in caso di sisma.

Le deformazioni in tal modo non si incrementano in modo trascendente con i carichi, ma vengono ridotte a lineari e di conseguenza il calcolo delle reazioni e delle sollecitazioni del problema dell'equilibrio elastico è univoco, senza entrare nel campo critico di instabilità. Si suole anche dire che i corpi

sono “tozzi” secondo il modello di Navier caratterizzato da snellezze  $\lambda_e = \pi \sqrt{E/f_y}$  rapporto fra il modulo elastico E di Young e la resistenza di inizio della rottura per plasticizzazione (failure) del materiale  $f_y$  (yielding = pieghevole per snervamento) ovvero di fuoriuscita del campo elastico. Lo sforzo normale  $N = \sigma/A$  per  $\lambda < \lambda_e$ , non dipende in pratica dalla curvatura dell'asta.

I materiali reali naturalmente presentano imperfezioni quali la cristallizzazione differente negli acciai o la segregazione o le difettose riprese di getto nel calcestruzzo, o i nodi o il tipo di taglio del tronco nel legno, solo per citarne alcuni. Tali imperfezioni comportano che campioni di tali materiali sottoposti a carico e scarico presentano deformazioni permanenti e in generale fenomeni di isteresi ciclica, assente nel modello elastico perfetto. La scelta di limitare la snellezza deve pertanto essere tanto più severa quanto più ci sono imperfezioni, dispersioni o carenze di qualità in cantiere (v. figura 3).

L'importanza di scegliere materiali omogenei nella progettazione ha portato ad esempio al legno lamellare per non avere la dispersione della resistenza del legno naturale per effetto dei nodi (anche del 40%) o dell'anisotropia delle tensioni divergenti dalla direzione delle fibre del legno.

Ancora una volta ci troviamo davanti ad ipotesi, come per il benessere dell'uomo, né troppo rigide né troppo snelle.

In tale ottica l'uso della Statica, in particolare grafica, se esistessero le sole forze peso permanenti consentirebbe di limitarsi allo studio della *Geometria delle Masse*. I pesi infatti possono essere modellati depurandoli dall'accelerazione di gravità (Newton), come del resto anche le forze di inerzia possono essere depurate dell'accelerazione (D'Alembert) in modo da ridursi alle sole masse. Queste a loro volta possono essere depurate della densità media o della densità se in particolare i corpi sono omogenei, riducendosi infine ai soli volumi, o se il problema è piano (spessori uniformi) alle sole aree.

I volumi non sono altro che proprio la *forma architettonica* che si vuole progettare. La distribuzione pertanto delle masse, della forma e dei vincoli delle strutture assimilate a “rigide” sotto i carichi devono assecondare anzitutto i principi della statica in base ai quali la risultante dei pesi passa per il baricentro delle masse i cui momenti statici sono nulli ( $S_{xg} = S_{yg} = S_{zg} = 0$ )

e gli assi principali di inerzia, per i quali i momenti centrifughi sono nulli:

( $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ ), devono approssimare l'asse centrale delle forze agenti

( $R_x = \Sigma x = 0 \dots; M_x = \Sigma M_x = 0$  ed analoghe).

Si richiama la brillante intuizione di Mohr di caratterizzare il moto delle masse libere tramite i predetti assi principali d'inerzia ricercati graficamente con il circolo delle inerzie ( $I_{\text{centrifughi}} = 0$ ) e quello delle masse vincolate tramite il duale circolo di Mohr che consente di analizzare le tensioni principali ( $\tau = 0$ ) (v. figura 8). Ad esempio l'asse centrale di un edificio è opportuno pertanto farlo passare per il baricentro delle fondazioni (v. anche figura 1).

Nelle costruzioni essendo in generale i pesi propri rilevanti rispetto agli accidentali, tale criterio non va mai dimenticato all'inizio della progettazione valorizzando la cultura acquisita nel passato.

Sono emblematici in tal senso i modelli usati da Gaudi per progettare la Sagrada Famiglia di Barcellona, le masse dei modelli in scala furono sospese a funi e poi solidificate con il gesso e ribaltate, in modo da materializzare l'autofunicolare dei carichi delle volte e delle guglie le cui forme straordinarie rispecchiano proprio la Geometria delle masse.

La presenza di carichi variabili influenza inoltre notevolmente, come vedremo nei criteri di sicurezza, le tensioni - deformazioni "interne", ciò comporta la necessità di rispettare anche le ipotesi fondamentali predette della Scienza delle Costruzioni. Così le grandezze Statiche tipiche della Geometria delle masse, quali l'area  $A$  e i momenti di inerzia  $J$ , si perfezionano nelle rigidezze  $EA/I$  ed  $EJ/I$  dei corpi elastici.

Ulteriore confronto è quello con le sollecitazioni ultime come indicato sullo schema riguardante gli elementi di teorie sul predimensionamento, in cui peraltro si è usata la pratica semplificazione di non differenziare, rispetto alle azioni ed alle resistenze dei materiali, i fattori parziali di sicurezza  $\gamma$ .

Si noti come il modello privo di imperfezioni di figura 3 di fatto corrisponda all'asintoto orizzontale  $\sigma - \varepsilon$  di resistenza plastica perfetta.

Ancora una volta le grandezze  $A$  e  $J$  compaiono nel calcolo moltiplicate per la resistenza  $f_{mk}$  anziché per il modulo  $E$ . Il confronto richiama la snellezza di Navier funzione proprio del rapporto  $E/f_{mk}$  caratteristico del comportamento costitutivo del materiale, da confrontare proprio con il rapporto  $A/J$  tramite il

termine  $l_0/\pi$  caratteristico della lunghezza d'onda flessionale elastica con cui una sollecitazione si propaga all'interno di un'asta di luce  $l$ .

**Fig.5a** Elementi di teorie “perfette” per il dimensionamento

CARICHI	SOLLECITAZIONE PREVALENTE	STATICA	S.d.C.	T.d.C.
G,Q,Q <sub>E</sub>	N	A	EA/L	$f_{mk} A/\gamma_m \gamma_q$
	M	J	EJ/L	$f_{mk} J/\gamma_m \gamma_q$
MODELLI COSTITUTIVI CLASSICI DEI MATERIALI		MASSA RIGIDA PERFETTA $\delta/l=0$	RIGIDEZZA ELASTICA PERFETTA $\delta/l \approx 1/500$	RESISTENZA PLASTICA PERFETTA $\delta/l \approx 1/100$

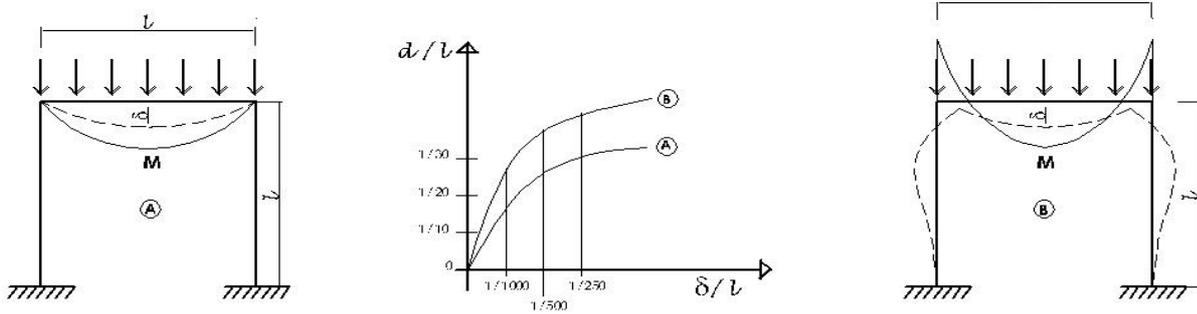
$E = f_{mk} \rightarrow \infty$

$\Pi \sqrt{\frac{E}{f_{mk}}} > l_0 \sqrt{\frac{A}{J_{mm}}}$

Le rigidezze consentono di effettuare *il predimensionamento* facendo in modo che non siano né troppo elevate in modo da rendere “piccoli”, od ammissibili, invece che nulli come in Statica, gli spostamenti e le rotazioni, né troppo basse, per evitare di cadere nel campo di snellezze elevate passibili d'instabilità, come prima delineato, ed esemplificato in figura 5b. In essa sono indicati i casi di sollecitazione semplice tarati a flessione per  $\theta_{amm} = 1/500$  ed a compressione e per  $\lambda_e = 50$  ambedue valori di norma per il c.a. peraltro in assenza di sisma e per moduli elastici non a breve termine di carico.

Si evidenzia inoltre che già l'eliminazione delle ipotesi di rigidità lungo le superfici vincolari consente di avvicinarsi immediatamente alla realtà. Basta infatti eliminare l'ipotesi che le impronte di contatto siano nulle con reazioni concentrate normali alla tangente di contatto e quindi lisce, e considerare invece l'importanza della deformazione da contatto vincolare fra i corpi, che costituisce l'impronta con presente l'attrito coulombiano. Ciò consente di valutare la sicurezza in base al maggiore o minore impiego di tale attrito sotto l'effetto dei carichi ovvero di

limitare a "piccole" le deformazioni vincolari, sedi nevralgiche di tutti i flussi statici, sino al terreno di fondazione.



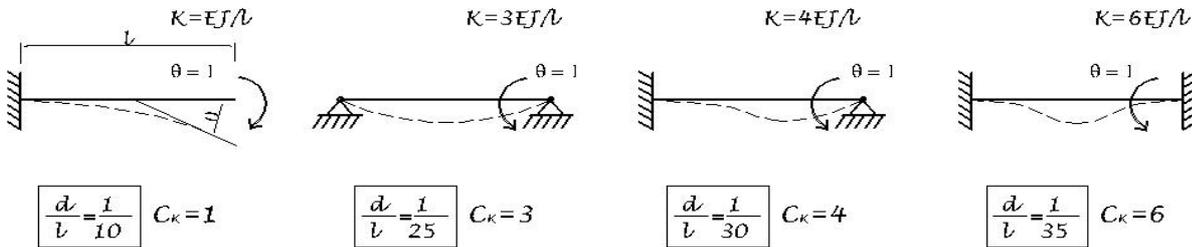
**TRAVE CON PREVALENZA DI MOMENTO FLETTENTE M**

$$M = K\theta < M_{crit} \quad \text{RIGIDEZZA } K = \frac{M}{\theta=1} = C_k \frac{EJ}{\theta=L} = 500M$$

$$\theta_{max} \cong \frac{\delta}{l} < \theta_{norm} = \frac{M}{K} \cong \frac{1}{500} < \theta_{norm} \quad \text{ROTAZIONE DI NORMA C.A.}$$

$$J = \frac{500}{C_k E \sigma_s} \frac{bd^3}{12}; \quad d = 18 \sqrt[3]{\frac{IM}{C_k b E \sigma_s}}$$

PER SEZIONE RETTANGOLARE bd OMOGENEA ED ISOTROPA SENZA IMPERFEZIONI CON MODULO ELASTICO  $E \rightarrow \infty$  A FENOMENI VISCOSI ESAURITI, RISULTA:

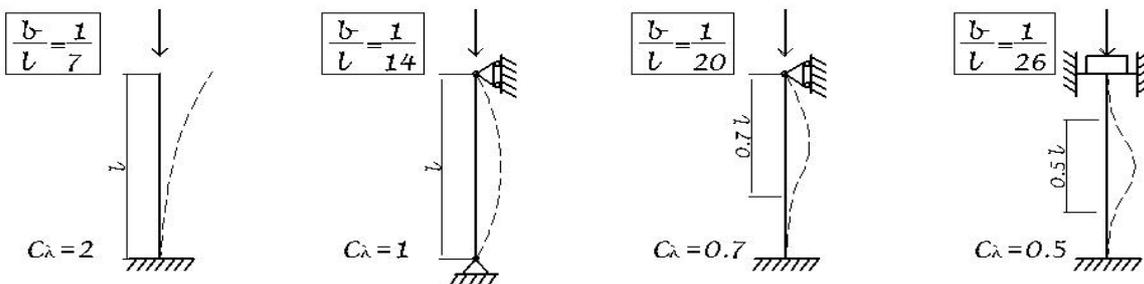


**PILASTRO CON PREVALENZA DI SFORZO NORMALE N**

$$N = K\delta < N_{crit} \quad \text{RIGIDEZZA } K = \frac{N}{\delta=1} = \frac{EA}{l}$$

$$\lambda = \frac{I_o}{\rho_{min}} = \frac{C_\lambda l}{\rho_{min}} = \frac{C_\lambda l}{\sqrt{J_{min}/A}} < \lambda_c = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \cong 50 \quad \text{SNELLEZZA DI NORMA C.A.}$$

$$J = \frac{AC_\lambda^2 l^2}{2500} = \frac{bd C_\lambda^2 l^2}{2500} = \frac{b^2 d^2}{12}; \quad b \cong \frac{l}{14} C_\lambda \quad \text{SEZIONE COME PER M}$$



**Fig.5 b** Elementi di predimensionamento in campo elastico per diverse condizioni di sollecitazione semplice e di vincolo.

## I.4 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE DELLE AZIONI

La normativa italiana, in linea con l'Eurocodice1 (EC1), fornisce dati quantitativi sulle azioni, sia per valutare i pesi propri ( $G_k$ ) in base ai pesi specifici standard dei materiali, sia soprattutto modellando le azioni come schematizzato nelle figure 6 a, b .

Così la pressione cinetica del vento (azioni accidentali  $Q_{ik}$ ) è desunta dagli studi aerodinamici trasformandola in generale in dati statici equivalenti per le varie zone dell'Italia.

Particolarmente importante è la valutazione delle depressioni che possono mettere in crisi, anche con valori non elevati, strutture leggere con luci elevate (ad esempio ponti strillati, grandi coperture leggere).

Fare in modo che l'asse centrale dei pesi deviato dalla verticale dal vento massimo misurato, cada nel nocciolo delle fondazioni è un tipico criterio statico molto valido.

Analogamente i sovraccarichi di neve sono stati modellati zonizzando l'Italia in varie aree e sono molto severe soprattutto al crescere dell'altitudine e della possibilità del perdurare del gelo che trasforma la neve ( $0,25 \text{ t/m}^3 = 2,5 \text{ kN/m}^3$ ) in ghiaccio ( $0,50 \text{ t/m}^3 = 5,0 \text{ kN/m}^3$ ) molto più pesante specie se intriso d'acqua ( $1,0 \text{ t/m}^3 = 10 \text{ kN/m}^3$ ).

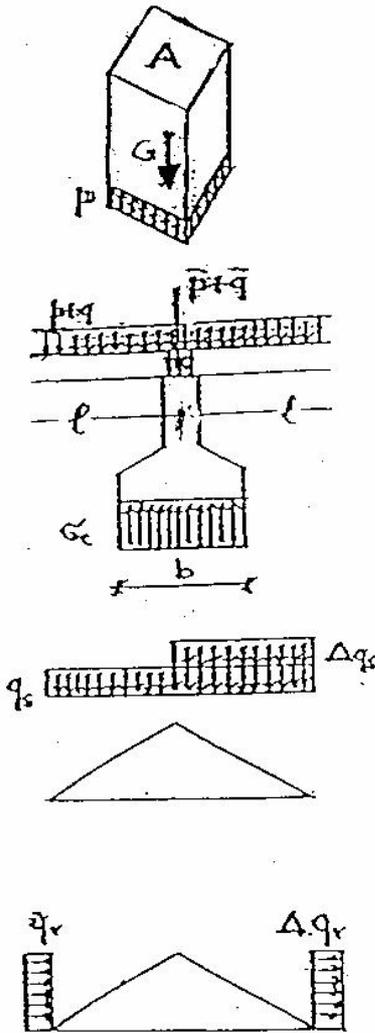
Particolarmente importante è la valutazione specie per i tetti a debole pendenza, dei sovraccarichi di neve asimmetrici per tempeste, o per eventuale insaccatura della neve fra più falde, non più ripide come una volta in montagna per l'avvento del c. a. che non si può gettare su forti inclinazioni di copertura.

La combinazione delle azioni "statiche" nell'Eurocodice EC1 viene effettuata come sintetizzato nella figura 6 valutando le forze di calcolo di progetto  $F_d$  (design) sia per le verifiche agli stati limite ultimi, sia per quelle di esercizio, come verrà esaminato nel paragrafo successivo trattando i fattori parziali di sicurezza per tener conto dell'aleatorietà delle azioni.

La valutazione poi delle azioni sismiche è di certo quella che richiede la modellazione più complessa e con i risvolti più incisivi sui criteri di progetto delle strutture.

Il sisma presenta infatti un'aleatorietà tanto ampia quanto quella delle caratteristiche meccaniche dei terreni in campo geotecnico o delle murature specie "incerte" nel campo dei materiali.

Si anticipa subito che la combinazione accidentale associata alle azioni sismiche (fig.6b) risulta di norma la più gravosa, tanto che persino nei simboli è indicata con E (Earthquake) anziché con  $Q_{k1}$ .



### AZIONI DETERMINISTICHE

Peso  $G = m \underline{g} = \rho V \underline{g} = \rho g h A$  [Newton = N =  $\frac{kg_{Peso}}{g} \cong \frac{kg_{Peso}}{10}$ ]

Pressione  $p = \frac{G}{A} = \rho g h$  [Pascal = Pa =  $\frac{N}{m^2} = 10^{-3} \frac{kg_{Peso}}{cm^2} = 10^{-5} \frac{kg_{Peso}}{cm^2} \cdot 10^{-4} \text{ mH}_2\text{O}$ ]

Densità  $\rho = \frac{dm}{dv}$ ;  $\rho = \frac{m}{v}$  corpi omogenei [kg/m<sup>3</sup>]

Peso specifico  $\gamma = \rho g$  [kN/m<sup>3</sup>] = 10 kN/m<sup>3</sup> per l'acqua ( $\cong 1 \text{ t/m}^3$ );

25 kN/m<sup>3</sup> conglomerato armato; 78,5 kN/m<sup>3</sup> acciaio

Carichi ripartiti  $\bar{p} + \bar{q} = (p + q) \ell$  [kN/m] es. trave in elevazione

Tensione sul terreno  $\sigma_c = (\bar{p} + \bar{q})/b$  [kN/m<sup>2</sup>] es. trave di fondazione

Sovraccarichi variabili  $q$  (kN/m<sup>2</sup>);  $Q$  (kN);  $\bar{q}_h$  (kN/m) orizzontali lineari

Sovraccarico neve  $q_s = \mu_s q_{s,k} = \mu_s [2,58 + 8,5 (s_x - 750)/1000]$  per  $s_x > 750$  m

Terminillo  $s_x = 1500$  m,  $q_{s,k} \cong 9 \mu$  (kN/m<sup>2</sup>)  $\cong 1 \text{ t/m}^2$  ( $s_x$  altitudine)

$\mu$  coeff. di forma della copertura ( $\mu = 0$  per  $\alpha > 60^\circ$ )

Pressione dinamica  $q_v = \frac{v_{ref}^2}{1,6} C_e C_p C_d \cong v_{ref}^2 = 27^2 \text{ (m/s)} \cong 0,8 \text{ kN/m}^2 \cong 80 \text{ kg}_p/\text{m}^2$

vento Roma con edificio  $h = 8$  m ; coeff.  $C_e$  esposizione;  $C_p$  forma aerodinamica;  $C_d$  dinamica; depressione dinamica  $\Delta q_v = q_v$

I valori dei fattori di sicurezza deterministici  $\gamma$  sono riportati in III.1 per il c.a. ed in III.4, III.5 per i problemi geotecnici.

### COMBINAZIONI DELLE AZIONI SEMIPROBABILISTICA Edifici di abitazione

#### Stato limite di esercizio

Carichi rari:  $F_d = G_k + P_k + Q_{1,k} + \sum_{i=2}^n 0,7 Q_{i,k}$

C. frequenti:  $F_d = G_k + P_k + 0,5 Q_{1,k} + \sum_{i=2}^n 0,2 Q_{i,k}$

C. quasi permanenti:  $F_d = G_k + P_k + \sum_{i=1}^n 0,2 Q_{i,k}$

I valori dei fattori parziali di sicurezza  $\gamma_1, \gamma_s$  in campo geotecnica sono riportati in III.4 riguardante le fondazioni.

#### Stato limite ultimo

$F_d = \gamma_g G_k + \gamma_p P_k + \gamma_q [Q_{1,k} + \sum_{i=2}^n 0,7 Q_{i,k}]$

$G_k$ : azioni permanenti carat

$P_k$ : forza di precompressione carat

$Q_{1,k}$ : azioni accidentali di base carat

$Q_{i,k}$ : azioni acc. indipendenti carat

$\gamma_g = 1,4 \pm 1,0$  fattori parziali  
 $\gamma_p = 0,9 \pm 1,2$  di sicurezza  
 $\gamma_q = 1,5 \pm 0,1$  Norm. italiana

FIG. 6 a Combinazioni delle azioni permanenti ed accidentali quasi-statiche

**Combinazione dell'azione sismica con le altre azioni**

La verifica allo stato limite ultimo (SLU) o di danno (SLD) deve essere effettuata per la seguente combinazione degli effetti della azione sismica con le altre azioni.

$$\gamma_1 E + G_k + P_k + \sum (\psi_{0i} Q_{ki})$$

dove:

- $\gamma_1 E$  azione sismica per lo stato limite in esame;
- $G_k$  carichi permanenti al loro valore caratteristico
- $P_k$  valore caratteristico dell'azione di precompressione, a caduta di tensione avvenute;
- $\psi_{0i} = \psi_{0i}$  (SLU) coefficiente di combinazione che fornisce il valore quasi-permanente della azione variabile  $Q_{ki}$ ;
- $\psi_{0i}$  (SLD) coefficiente di combinazione che fornisce il valore raro dell'azione variabile  $Q_{ki}$ ;
- $Q_{ki}$  valore caratteristico della azione variabile  $Q_{ki}$ .

Gli effetti dell'azione sismica saranno valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$G_k + \sum (\psi_{0i} Q_{ki}) \quad \psi_{0i} = \varphi \psi_{0i} ; \psi_{0i} = \varphi \psi_{0i}$$

dove:

- $\psi_{0i}$  coefficiente di combinazione dell'azione variabile  $Q_{ki}$ , che tiene conto della probabilità che tutti i carichi  $\psi_{0i} Q_{ki}$  (SLD) o  $\psi_{0i} Q_{ki}$  (SLU) siano presenti sulla intera struttura in occasione del sisma, e si ottiene moltiplicando  $\psi_{0i}$  o  $\psi_{0i}$  per  $\varphi$ .

I valori dei coefficienti  $\psi_{0i}$ ,  $\psi_{0i}$  e  $\varphi$  sono riportati nelle successive tabelle.

Tabella 3.4 - Coefficienti  $\psi_{0i}$ ,  $\psi_{0i}$  per varie destinazioni d'uso

Destinazione d'uso	$\psi_{0i}$	$\psi_{0i}$
Abitazioni, Uffici	0,70	0,30
Uffici aperti al pubblico, Scuole, Negozi, Autorimesse	0,70	0,60
Tetti e coperture con neve	0,70	0,35
Magazzini, Archivi	1,00	0,80
Vento	0,00	0,00

Tabella 3.5 - Coefficienti  $\varphi$  per edifici

Carichi ai piani		$\varphi$
Carichi indipendenti	Ultimo piano	1,0
	Altri piani	0,5
Archivi Carichi correlati ad alcuni piani	Ultimo piano	1,0
	Piani con carichi correlati	0,8
	Altri piani	0,5

La combinazione delle componenti orizzontali ondulatorie e verticali sussultorie dell'azione vettoriale sismica, in generale continuamente variabile in direzione ed intensità nel tempo, si valuta tramite:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

oppure  $E = \pm E_x \pm 0,3E_y \pm 0,3E_z$  ed analoghe

in prima approssimazione si possono considerare separatamente gli effetti ondulatori ( $E_z = 0$ ) da quelli sussultori ( $E_x = E_y = 0$ ), se l'edificio è regolare sia in pianta che in elevazione.

**Fig. 6 b** Combinazioni delle azioni con le azioni sismiche

La figura 6b evidenzia la combinazione delle azioni  $G_k$ ,  $P_k$ ,  $Q_{ki}$  con quella sismica  $E$  (Earthquake) secondo la normativa sismica italiana sensibilmente modificata nel 2003 per adeguarla all'Eurocodice EC8.

Si noti subito che per la combinazione sismica, pur riferendosi alle verifiche agli stati di danno e ultimo, le azioni permanenti ed accidentali non sono maggiorate dei fattori parziali di sicurezza ( $\gamma$  v. 1.5) data l'eccezionalità dell'evento sismico, come se si trattasse dello stato limite di esercizio (v. fig 6 a,  $\gamma_g = \gamma_p = \gamma_q = 1$ ), mentre l'azione sismica è invece l'unica maggiorata del fattore d'importanza dell'opera  $\gamma_I$ , come meglio verrà chiarito in figura 9.

Per entrare nei criteri di base della normativa occorre conoscere gli elementi essenziali del comportamento *dinamico di un oscillatore semplice ad un grado di libertà*, ovvero una struttura che da iperstatica diviene isostatica e tende poi a collassare divenendo una volta labile secondo le coordinate generalizzate di Lagrange, che evidenziano anche la gerarchia del collasso dei vincoli sia esterni che interni (v. in seguito il fattore  $q$  di struttura).

Le figure 7 a,b evidenziano poi il vantaggio di esprimere l'equazione del moto in termini rispettivamente assoluti e relativi fra struttura ed il suolo soggetto all'accelerazione  $a_g$  (ground).

Si può in tal modo adottare la simbologia di Newmark per cui  $S_a = s''_{max}$ , attingendosi il valore massimo dell'accelerazione allorché la velocità è nulla ed  $S_D = S_{max} - S_{gmax}$  il valore massimo dello spostamento relativo.

Distinzioni fra il moto assoluto e relativo non sono di fatto necessarie per gli oscillatori rigidi, simboleggiati in figura 7a dal telaio semplice con i controventi rigidi a croce di S Andrea, in cui la risposta della struttura coincide con quella del terreno ( $R = 1$ ), ovvero non è amplificata.

L'equazione del moto è uguagliata a  $F(t)=0$  per descrivere dapprima il caso delle oscillazioni libere e specialmente il caso in cui l'impulso iniziale, pur se tolto, innesca la risonanza o effetto diapason per cui  $r = \omega / \omega_0 = 1$ .

Importanti studi sulla risonanza risalgono a quelli sulle vibrazioni degli strumenti musicali ed agli studi di acustica ed anche sugli oscillatori dei circuiti elettronici, o nella diagnostica con la risonanza magnetica, in cui i dipoli delle cellule monoorientate, tramite un intenso campo magnetico, sono eccitate con varie radiofrequenze.

Lo smorzamento  $\nu = c/c_{crit}$  della struttura caratterizza la dissipazione dell' energia andando verso il collasso anelastico o plastico, per gli spettri, di seguito descritti, di solito si assume il valore 5% ,variando  $\nu = 1\% \equiv 10\%$  al crescere della plasticizzazione strutturale.

.Valori di  $\nu \geq 1$  consentono non solo di attenuare i fenomeni di risonanza, ma addirittura di non innescare le oscillazioni forzate  $\omega_D = 0$  della struttura sotto l'effetto eccitatore del sisma, rientrando in campo statico anziché pseudostatico.

Nel caso poi delle strutture deformabili , simboleggiata in figura 7b dal telaio con solo il trasverso rigido, s'instaura l'amplificazione  $R \geq 1$ , espressa usualmente con la terminologia di Newmark delle pseudoaccelerazioni  $S_a$  e pseudospostamenti  $S_D$ , ed inoltre trattando le oscillazioni forzate  $F(t) > 0$  .

Si è usato per la forza in figura 7 , il simbolo classico F ,anziché E ,come in figura 6 , solo per non confonderlo con il simbolo dell' energia , descritte proprio in figura 7; per le varie intensità dell'energie dissipative in sismica si usa il simbolo I, riservando E all'Earthquake force.

Se si riprende la fig.7b, In assenza dei controventi , la sollecitazione di taglio risulta  $F_{max} = 2V_{max} = kS_D = kS_a/\omega^2 = mS_a = GS_a/g$  , per cui la sollecitazione flettente alla base dei pilastri risulta  $2 M = hGS_a/g = hGC_s$ .

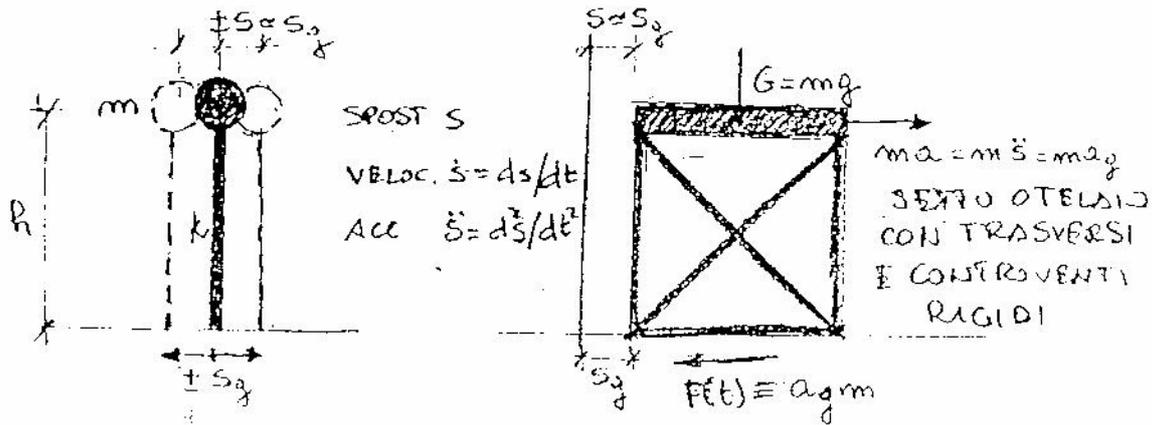
La presenza dei controventi, caratterizzati proprio dai moderni dissipatori dell'energia sismica(stilizzati in figura 7b nella posizione reale), smorzano sensibilmente gli effetti del terremoto. Si progettano proprio le capacità dissipative e la gerarchia di collasso ( ovvero si accresce il fattore di struttura q che attenua lo spettro(v.In seguito le figure 9 e 10).

In particolare le sollecitazioni in fondazione di progetto, espressa tramite la trasmissività  $R_D$ , vanno valutate allo stato limite ultimo, e sono notevolmente influenzate dalla pulsazione naturale  $\omega_0$  della struttura e dall'amplificazione eccitatrice ciclica  $\omega$  del terreno , specie per  $r = \omega/\omega_0 = 1$  di risonanza.

In prima approssimazione si possono valutare le azioni sismiche in termini *statici equivalenti* o *pseudostatici* o *statici lineari elastici e non lineari anelatici*(v. in seguito il fattore di struttura q) , ovvero con forze d'inerzia "congelate" nel tempo al valore massimo:

$$GC_s = GRa_g/g$$

amplificate in corrispondenza del periodo proprio  $T_0$  ,come con gli spettri delle figure 8 ,9,10 e 11, che consentono di cogliere con semplicità gli aspetti



- $a_g$  ACCELERAZIONE DELLA SCOSSA SISMICA (GROUND ACCELERATION)
- $a_g/g$  ACCEL. NORMALIZZATA A QUELLA DI GRAVITÀ  $g = 10 \text{ m/s}^2$  (V FIG 8)
- $F(t)$  FORZA IMPULSIVA ARMONICA  $\rightarrow$  ENERGIA ECCITATRICE
- $\omega, \varphi$  PULSAZIONE E FASE DELL'IMPULSO  $F(t) \equiv F_{max} \sin(\omega t + \varphi)$
- $m\ddot{s}$  FORZA D'INERZIA DELLA STRUT  $\rightarrow$  ENERGIA CINETICA
- $m$  MASSA DELLA STRUTTURA  $m = G/g$  ( $K_0$ ) CHE SI OPpone AL MOTO
- $c\dot{s}$  FORZA DI RICHIAMO VISCOSO  $\rightarrow$  ENERGIA DISSIPATIVA
- $c$  CAPACITÀ DI SMORZAMENTO  $c = (1\% + 10\%) \sqrt{K_m}$  PER PLASTICIZZAZIONE
- $Ks$  FORZA DI RICHIAMO ELASTICO  $\rightarrow$  ENERGIA ELASTICA E DI DANNEGG.
- $K$  RIGIDEZZA DELLA STRUT.  $K = dF/ds$  DIMINUISCE ISTERETICAMENTE

L'EQUAZ. DI EQUILIBRIO DINAMICO DI UN OSCILLATORE AD 1 GRADO DI LIBERTÀ PER VIBRAZIONE LIBERA  $F(t) = 0$  DI SAGGIO

$$m\ddot{s} + c\dot{s} + Ks = 0 ; \ddot{s} + \frac{c}{m}\dot{s} + \omega_0^2 s = 0$$

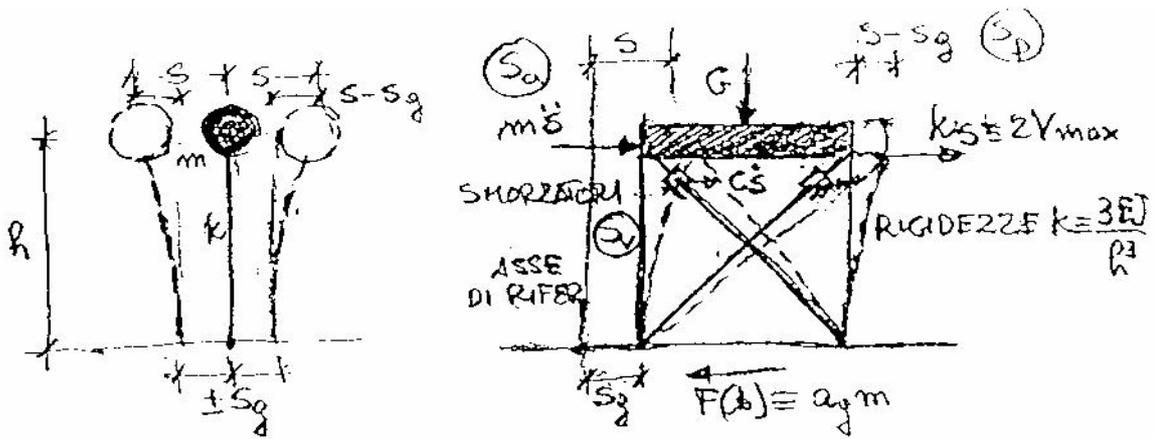
$\omega_0$  FREQUENZA CIRCOLARE PROPRIA O PULSAZIONE NATURALE  $\omega_0 = \sqrt{K/m}$  (rad/s)

$T_0$  PERIODO O NATURALE DELLA STRUTTURA  $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 1/f_0$  (secondi)

$f_0$  FREQUENZA PROPRIA O NATURALE STRUT.  $f_0 = \omega_0/2\pi = 1/T_0$  (cicli/s = Herz)

$\alpha$  RAPPORTO DI FREQUENZA  $\alpha = \omega/\omega_0$ ;  $\alpha = 1$  RISONANZA

Fig. 7 a Elementi di dinamica di un oscillatore ad un grado di libertà, rigido



L'EQ. VAZ. DI EQUILIBRIO DINAMICO PER VIBRAZIONE FORZATA  $F(t)$   
 IN BASE AL MOTO RELATIVO STRUTTURA-TERRENO SCOSSE (NEWMARK)

$$\ddot{s} - a_g + \frac{c}{m} (\dot{s} - \dot{s}_g) + \frac{k}{m} (s - s_g) = -a_g$$

PER  $\dot{s} - \dot{s}_g = 0$  RISULTA  $\ddot{s}_{max} = \omega_0^2 (s - s_g)_{max}$

$S_a = \ddot{s}_{max} = \omega_0^2 S_D = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 S_D$  PSEUDO ACCELERAZIONE

$S_v = (\dot{s} - \dot{s}_g)_{max} = S_a / \omega_0 = \omega_0 S_D$  PSEUDO VELOCITÀ

$S_D = (s - s_g)_{max} = S_a / \omega_0^2 = S_v / \omega_0$  PSEUDO SPOSTAMENTO

$c_{crit} = 2\sqrt{k m} = c/\mu$  SMORZAMENTO CRITICO,  $\mu$  FATTORE DI SMORZAM.  
 OLTRE IL QUALE NON S'INNESCANO LE OSCIL. FORZATE  $\omega_0 = \omega_0 \sqrt{1 - \mu^2}$

$\ddot{s} - a_g = 0$  ;  $m = c/\omega_0$  MASSA DI UN SISMOGRAFO IMMOBILE  
 SU SUOLO CHE OSCILLA SISMICAMENTE

$S_x, S_y$  COMPONENTI ORIZZONTALI ONDULATORIE

$S_z$  COMPONENTE VERTICALE SUSSULTORIA

$R(T_0, \mu) = \frac{\ddot{s}_{max}}{a_{g,max}} = \frac{k S_D}{m a_{g,max}} = \frac{F_{R,max}}{F_{max}}$  AMPLIFICAZIONE DI RISPOSTA

$R(T_0, \mu) = 1$  RISPOSTA STRUT. RIGIDA FIG. 7a

$C_s(T_0, \mu) = \frac{\ddot{s}_{max}}{g} = \frac{k S_D}{G} = \frac{F_{R,max}}{G} = \frac{\omega_0^2 S_D}{g}$  COEFF. SISMICO ACC. NORMALIZZATA

$R_D(T_0, \mu) = \frac{s_{max}}{S_g} = \frac{F_{R,max}}{F_{max}}$  TRASMISSIVITÀ SPOST. O FORZA ALLA STRUT. ELASTICA

Fig. 7b Elementi di dinamica di un oscillatore ad un grado di libertà

elasto-plastico.

essenziali dell' analisi *dinamica tramite lo studio di oscillatori ad un solo grado di libertà* .Questi, seppure rappresentano una semplificazione della realtà, consentono di acquisire una sensibilità dei fattori che entrano in gioco in campo dinamico

La figura 8a mostra la costruzione di uno spettro di risposta da una storica registrazione sismica (El Centro vicino la faglia di S.Andrea e san Francisco), ovvero il massimo spostamento  $S_D$  , velocità  $S_V$  , accelerazione  $S_a$  (od anche potenza eccitatrice) per tutti i possibili sistemi ad un solo grado di libertà caratterizzati da oscillatori con periodo proprio  $T_0$  .Noto pertanto  $T_0$  si risalire alla risposta sismica di progetto:  $S_a, S_D$ .

La rappresentazione degli spettri può essere effettuata anche riportando in ascissa la frequenza propria  $f_0 = 1/T_0$  misurata in Hertz (Hz = cicli/secondo) ed in ordinata lo spostamento massimo  $s(t)$  che in prima approssimazione è pari ad  $s(t)_{\max} \equiv a(t)_{\max} T_0^2 / 4\pi^2 \equiv C_s g / \omega_0^2 \equiv C_s g / 4\pi^2 f_0^2$  essendo  $C_s = a/g$  funzione del periodo proprio  $T_0$  e dello smorzamento  $\nu$  come mostrato in figura 7 , ovvero secondo la simbologia di Newmark.

L'aleatorietà delle strutture dei terreni e della potenza sismogenetica possono "essere illuminati nel progetto" da brillanti modellazioni dinamiche (strong motion), senza pretendere di " simulare nel progetto" la realtà con il computer, ma in modo da prevenire seriamente i danni, con criteri prestazionali.

Esempi di analisi sono la combinazione delle oscillazioni armoniche ideata da Fourier per analizzare una registrazione sismica qualsiasi, ispirandosi al timbra delle corde musicali , o l'analisi modale delle varie forme di vibrazione della struttura, per valutare i massimi spostamenti e sollecitazioni.

In tal caso l'analisi dinamica di un sistema strutturale ad  $n$  gradi di libertà è trasformata nell' analisi relativa ad  $n$  sistemi di un solo grado di libertà.

L'elemento d'importanza dominante , come di seguito ripreso interamente dal documento esplicativo della normativa sismica italiana, riguarda anzitutto il valore della azione sismica assunta a base del progetto.

L' EC8 adotta al riguardo quale parametro di scuotimento preferenziale il valore di picco dell' accelerazione orizzontale del suolo ( $a_g$ ) e raccomanda

di utilizzare valori caratterizzati da periodi medi di ritorno pari a  $500-5\%=475$  anni per lo stato limite ultimo senza il crollo, e pari a  $100-5\%=95$ anni per lo stato limite di danno non strutturale. Tali periodi di ritorno corrispondono al 10% di probabilità di superamento dei predetti limiti rispettivamente in 50 e 10 anni.

Al valore di accelerazione così definito, PGA (475), è associato un sistema di forze (derivanti da criteri di carattere statico "equivalente", oppure dinamico) e la struttura viene progettata per resistere ad esse.

In Italia sono previste 4 zone sismiche i cui spettri sono all'inizio "ancorati" al valore di  $a_g$ , appena definito con probabilità di superamento del 10% in 50 anni, come tabulato in figura 8a. L' amplificazione di  $a_g$  al variare di  $T_0$  dipende dalle aleatorietà della struttura e dall' aleatorietà del terreno.

Le figure 8 a,b evidenziano in proposito gli spettri previsti dalla normativa italiana del 2003, ripresa dall' Eurocodice EC8, sia per le accelerazioni  $S_a$ , sia per gli spostamenti  $S_D$  ondulatori e sussultori, per terreno soffice tipo "D" in pianura.  $S_a$  è caratterizzato dal tratto  $T_B-T_C$  ad  $S_a=\text{cost}$ , dal tratto  $T_C-T_D$  (essendo  $1/T_0$ ), un tratto  $> T_D$  discendente ad  $S_v=\text{cost}$  (essendo  $1/T_0^2$ ).

Si noti come lo spettro di spostamento sussultorio sia molto meno esteso di quello ondulatorio, risultando quindi più incidenti sugli edifici rigidi, ove peraltro gli spostamenti dinamici risultano contenuti essendo i periodi propri delle strutture sono piccoli, specie se di pochi piani.

Al perdurare del sisma, per  $T_0 \geq 10s$ , la normativa fornisce il seguente valore per lo spostamento massimo  $S_D=0,025 a_g S T_C T_D$ , che torna ad allinearsi ad  $S_D$  a terra.

L'aleatorietà dei periodi di eccitazione reali possono comunque coincidere con quelli propri, innescando fenomeni di risonanza, e lo stesso variare aleatorio del reale periodo proprio per degrado specie della rigidità durante tutto il sisma od i successivi, rende l'uso degli spettri tipicamente una valutazione in termini statistico-probabilistici (stocastici) delle varie registrazioni sismografiche.

La figura 8 a mostra poi gli spettri di progetto che modellano i sismi reali caratterizzandoli con l'accelerazione  $a_g(t)$  al suolo (ground), e con quella amplificata della struttura  $S_a$ , che, come prima detto, integrata fornisce la velocità  $S_v$  e gli spostamenti  $S_D$  registrati al suolo con il sismografo nella componente ondulatoria ad es., N-S (le altre sono E-O e sussultoria

zenitale); ad esempio per  $a_g/g = 0,35$  si instaurano spostamenti massimi di circa 50 cm al suolo tipo D e di circa 100cm alla sommità di strutture con ad esempio  $T_0 = 0,5$ .

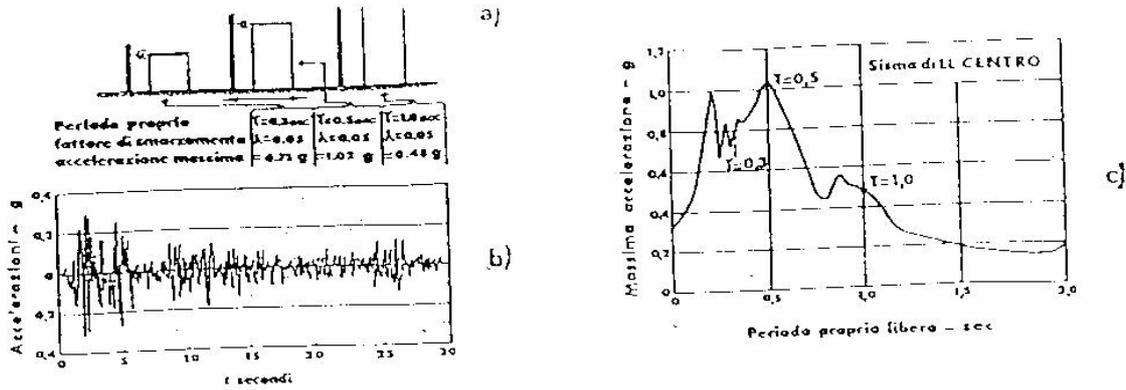


Fig. 8 a) Diagramma di risposta ottenuto dall'accelerogramma del sisma di El Centro con oscillatori semplici di diverso periodo naturale; b) accelerogramma; c) diagramma di risposta in funzione del periodo proprio non smorzato

zona	accelerazione orizzontale con probabilità di superamento pari al 10 % in 50 anni [a <sub>e</sub> /g]	accelerazione orizzontale di ancoraggio dello spettro di risposta elastico (Norme Tecniche) [a <sub>e</sub> /g]
1	> 0,25	0,35
2	0,15-0,25	0,25
3	0,05-0,15	0,15
4	< 0,05	0,05

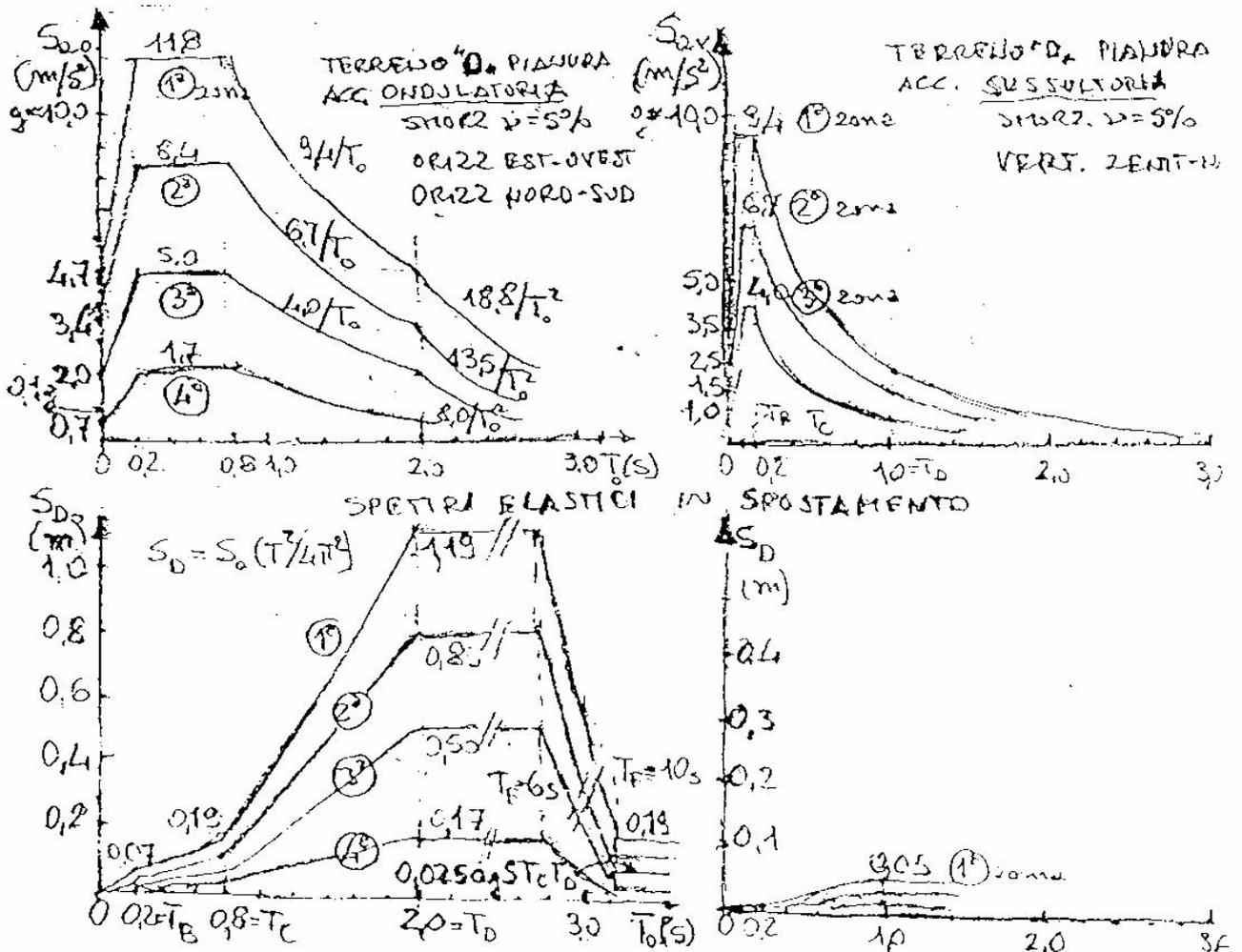


Fig. 8 a) Spettri di risposta della normativa italiana 2003 per le 4 zone sismiche In termini di pseudoaccelerazione  $S_a$  e pseudospostamenti  $S_D$

Tabella 3. Classificazione dei terreni.

Descrizione della categoria	$V_s$	$N_{SPT}$	$C_u$	Fattore di amplificazione topografica $S_t$	
	$V_{s,eq}$ (m/s)	$N_{eq}$	$c$ (kPa)	Morfologia	Pendenza media $\alpha$
A: Rocce o terreno assimilabile a roccia, con al più 5 m di terreno debole in superficie.	$> 800$			Pendii sottoscesi isolati	$> 15^\circ$
B: Depositi di sabbia densa, ghiaia, o argilla sovraconsolidata di varie decine di m di spessore. Caratterizzati da un graduale incremento della rigidità con la profondità.	$300 - 800$	$> 50$	$> 250$		$< 1,2$
C: Depositi di sabbia densa, o medio-densa, ghiaia, o argilla rigida, di varie decine di m, fino a qualche centinaio di m di spessore.	$180 - 300$	$15 - 50$	$70 - 250$	Larghezza in cresta molto inferiore alla larghezza alla base	$15^\circ$ to $30^\circ$
D: Depositi di terreno incoerente sabbioso con qualche lente di terreno coeso su una soletta. Oppure, depositi di terreno coesivo ma soffice riasolidati.	$< 180$	$< 15$	$< 70$		$< 1,2$
E: Uno strato superficiale, con i valori $V_s$ della classe C o D, di spessore tra 5 m e 20 m, sovrastante uno strato di materiale con $V_s > 800$ m/s.					$< 1,4$

In funzione della categoria, si determinano i parametri di  $S$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ , e  $T_D$ , che definiscono lo spettro di risposta. (Si richiama l'attenzione sul simbolo  $S$ , che identifica un parametro legato alla rigidità del terreno). Lo spettro  $S_e$  - spettro di risposta classico, per distinguerlo dallo spettro di progetto, definito più oltre - assume la seguente espressione:

spettro di risposta elastico delle componenti orizzontali

spettro di risposta elastico della componente verticale

$$0 \leq T \leq T_B \quad S_e(T) = a_e S \left[ 1 + \frac{T}{T_B} (\eta \cdot 2,5 - 1) \right]$$

$$T_B \leq T \leq T_C \quad S_e(T) = a_e S \eta \cdot 2,5$$

$$T_C \leq T \leq T_D \quad S_e(T) = a_e S \eta \cdot 2,5 \left[ \frac{T_C}{T} \right]$$

$$T_D \leq T \quad S_e(T) = a_e S \eta \cdot 2,5 \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

$$S_v(T) = 0,9 a_e \cdot S \cdot \left( 1 + \frac{T}{T_B} (\eta \cdot 3,0 - 1) \right)$$

$$S_v(T) = 0,9 a_e \cdot S \cdot \eta \cdot 3,0$$

$$S_v(T) = 0,9 a_e \cdot S \cdot \eta \cdot 3,0 \left[ \frac{T_C}{T} \right]$$

$$S_v(T) = 0,9 a_e \cdot S \cdot \eta \cdot 3,0 \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right]$$

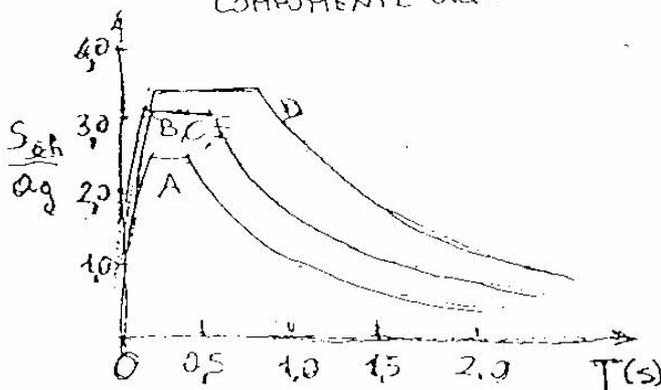
Zona	Valore di $a_e$
1	0,35g
2	0,25g
3	0,15g
4	0,05g

Categoria suolo	S	$T_B$	$T_C$	$T_D$
A	1,0	0,15	0,40	2,0
B, C, E	1,25	0,15	0,50	2,0
D	1,35	0,20	0,80	2,0

Categoria suolo	S	$T_B$	$T_C$	$T_D$
A, B, C, D, E	1,0	0,05	0,15	1,0

SPETTRI DI RISPOSTA ELASTICI PER VARI TIPI DI TERRENI

COMPONENTE ORIZZONTALE



COMPONENTE VERTICALE

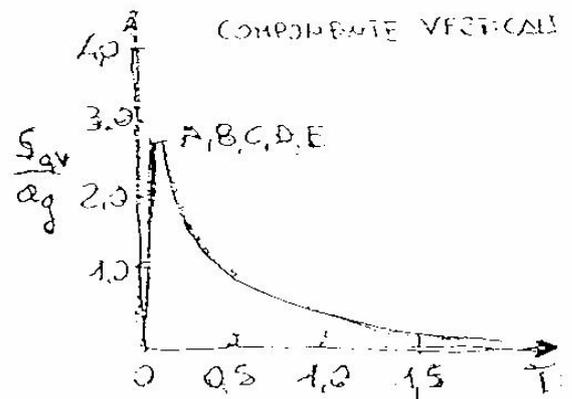


Fig. 8b Fattori di amplificazione geomorfologici degli spettri di risposta elastici e relazioni dei vari rami dello spettro, ridotti del fattore di struttura q per lo spettro di progetto agli stati limite di danno o ultimo

In figura 8b sono evidenziati inoltre i fattori geomorfologici di amplificazione sismica per vari tipi di terreno in pianura e per acclività del pendio.

Nell'attuale normativa il simbolo  $S$  (da non confondersi con  $S_d$ ) è usato invece per aumentare l'accelerazione spettrale, passando da suoli poco compressibili a quelli molto compressibili per i quali le forze inerziali sono meno filtrate a bassa frequenza (o per periodi propri della struttura più elevati  $T_o > 0,8$ ) rispetto al caso di rocce.

L'effetto sullo spettro dei vari tipi di terreni è caratterizzato dalla velocità di taglio  $V_s$  (shear) d'introspezione geofisica sismica, misurabile con apparecchi pulsanti in laboratorio o in sito con prove cross hole e similari, ( $V_s = 0$  per l'acqua). La velocità longitudinale  $V_p$  (push) non è significativa (nell'acqua  $V_p = 1500$  m/s = 5400 km/h), per valutare gli effetti delle distorsioni  $\theta_{ij}$  sul modulo di taglio  $G = E/2(1 + \nu) = \sigma_{ij} / \theta_{ij} = \gamma V_s^2 / g = V_s^2 / \rho$ , essendo nei corpi omogenei ed isotropi,  $\nu$  il coeff. di Poisson,  $E$  il modulo di Young,  $\sigma_{ij}$  il deviatore delle tensioni rispetto ai valori litostatici,  $\gamma$  il peso specifico e  $\rho$  la densità.

Si ricorda, in base alla figura 7, che la velocità di propagazione  $V_s = \lambda / T$ , essendo  $\lambda$  la lunghezza d'onda e  $T$  il periodo di eccitazione d'introspezione sismica, registrato ai geofoni

I vari tipi di suoli in funzione di  $V_s$  sono descritti in figura 8b, correlandoli anche alle caratteristiche geotecniche tipo, quali lo Standard Penetration Test  $N_{SPT}$  o la coesione non drenata  $c_u$  (v.fig4); i terreni passibili di liquefazione (annullamento delle tensioni efficaci per eccesso di sovrappressioni interstiziali indotte dal sisma) o con strati molto compressibili, spietorbossi e non saturi, vanno bonificati.

A titolo di esempio si ricorda il terremoto di Avezzano del 1915 che durato 5 secondi, con epicentro nella piana lacustre del Fucino, che si abbassò di 40 cm distruggendo i paesi della piana, mentre quelli sulle pendici calcaree, lontani dalle grosse faglie indotte anche dal sisma, subirono meno danni.

L'incremento spettrale del fattore di pendio va interpretato in senso sismogenetico e geomorfologico e non solo morfologico, potendo essere meno grave di un sedime in pianura poco addensato, o ben più grave se si tratta di strati a franapoggio o molto fagliati fra due formazioni geologiche

che addirittura attraversano la fondazione. La relazione geologica anziché limitarsi o dilettersi con il valore della  $\sigma_{amm}$  (III.4.1) deve interessarsi delle Geologia Strutturale tramite sondaggi mirati .

In tale ottica "convenzionale" si definiscono le zonazioni sismiche tramite le isosiste ogni 0,025g , in base al catalogo dei terremoti ed alle leggi di attenuazione dagli epicentri ,senza seguire i confini regionali.

La valutazione è ancora più complessa se si considera che gli spettri sono isoprobabili a duttilità assegnata ( v. figura 9 a,b ) ovvero si valuta la probabilità di superamento di un evento sismico durante la vita di un opera,correlandola al suo grado di "sana e robusta costituzione" o di contenuta vulnerabilità e adattabilità al collasso(v. in seguito gerarchia dei meccanismi di collasso e duttilità).

Il periodo di non ritorno  $T_R$  di un terremoto ,prima descritto , ossia l'intervallo di tempo che contiene almeno un evento con spostamenti che portano la struttura di "normale costituzione" allo snervamento e quindi verso il collasso è considerata di 50 anni ,ovvero la probabilità di superamento che accada un terremoto è dell'ordine della "normale" vita media di una struttura di edificio in c.a.,usuale in America ,ma non certo in Italia.

Se invece l'opera è di "robusta costituzione" o poco vulnerabile , in quanto progetta a resistere anche ad elevate azioni sismiche, il periodo di non ritorno  $T_R$  passa a circa 500 anni , affinché si verifichi una probabilità di superamento che accada un terremoto ancor più violento di quello di progetto in campo elastico assunto equivalente però a quello ultimo.

Quanto delineato circa la zonazione spettrale non deve creare sfiducia ,basata sullo scarso realismo degli aspetti anzitutto geologici, ma deve cogliere i criteri prestazionali sismoresistenti che le nuove norme vogliono evidenziare ,per realizzare nuove costruzioni in Italia come in Giappone o Nuova Zelanda.

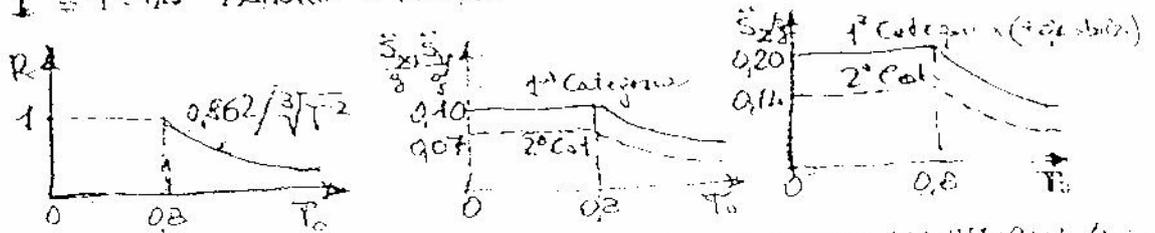
Il problema è analogo a quello delle indagini geognostiche in Geotecnica, l'aleatorietà dei risultati non deve far credere di risparmiare non facendole. Studi rilievi ed indagini geomorfologici e sismogenetici , specie tramite introspezioni sismiche per valutare  $V_s$  devono del resto essere svolte su scala pubblica, in modo da non ricadere su cittadini , specie a basso reddito.

Nella figura 8b sono riportate poi le relazioni che descrivono i vari rami degli spettri elastici per i vari tipi di terreno ,privi del fattore di struttura  $q$  (v.fig.9b),

cerchiati in figura per caratterizzare gli analoghi spettri agli stati limita di danno e ultimo, come subito di seguito descritto.

SPETTRO DI RISPOSTA DI PROGETTO NORMATIVA ITALIANA '98

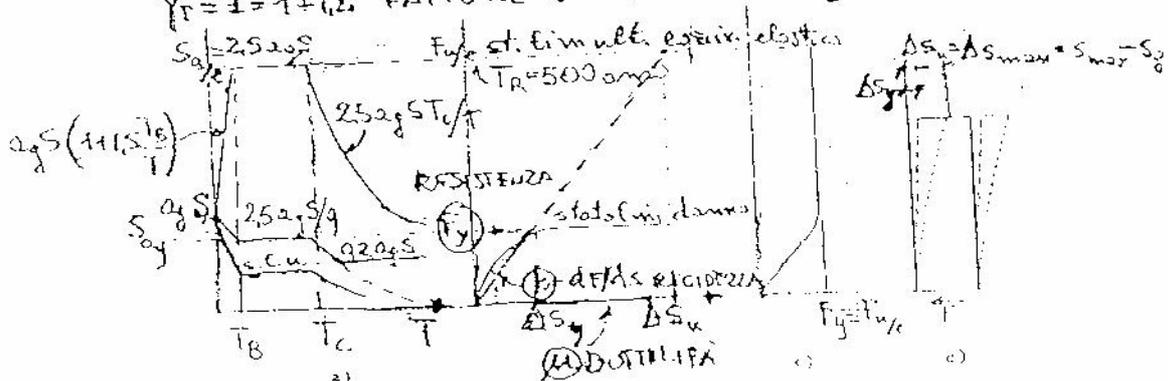
$C_s = CRI = \frac{S_0}{g}$  PER VALUTARE  $F_{SE}$  FORZA STATICA EQUIV. O PSEUDOSTATICA (MT)  
 $C = (S-2)/100$  COEFF. D'INTENSITA' SISMICA;  $S = 2+12$  INTENSITA' MISURELLI  
 $I = 1+1,6$  FATTORE D'IMPORTANZA DI PROIEZIONE SISMICA



VERIFICHE STRUTTURA CON IL METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI (MT)  
 $T_0 = 0$  STRUT. RIGIDA  $\beta = 1$ ;  $T_0 > 2$  sec ISOLATORI NUCLEO DEFORMABILE  $\beta = 0$

SPETTRO DI RISPOSTA DI PROGETTO NORMATIVA ITALIANA 2003-EUROCODE 8

$C_s = \frac{a_g S_T \eta}{g}$ ,  $S = \frac{S_0}{g}$  PER VALUTARE LA  $F_{EL}$  FORZA PSEUDOSTATICA (SILV-SIV)  
 $S = 1+1,35$  FATTORE AMPLIFICAZIONE DEL SUOLO AL RISORSI DELLA CAPACITA'  
 $\eta = \sqrt{10/(5+1000\omega)}$   $\omega = 5\%$ ,  $\eta = 1$  FATTORE DI SMORZAMENTO  
 $2,5 =$  AMPLIFICAZ. ONDULATORIA REGISTRATA NEI PIANI COLPETI IN C.A.  
 $\gamma = I = 1+1,6$  FATTORE D'IMPORTANZA DELLA STRUTTURA (V.E. f. G)



VERIFICHE STRUTTURA CON IL METODO DEGLI STATI LIMITE (SLE/SIV)

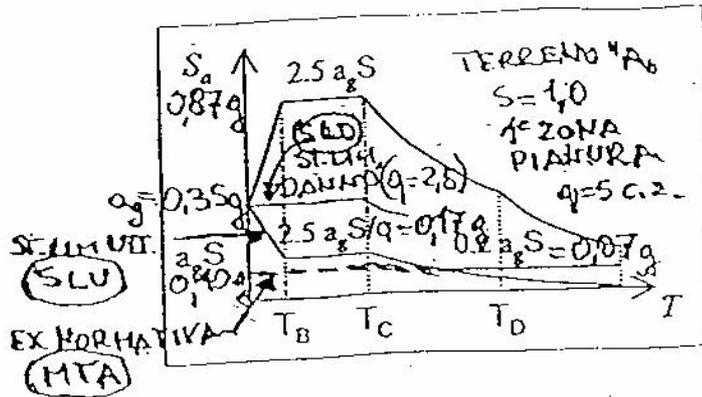
$$\mu = \frac{\Delta s_u}{\Delta s_y} = \frac{F_{yk}}{F_y} = \frac{S_{ay}(T)}{S_{ay}(T)}$$
 RAPPORTO DI DUTTILITA' STRUTTURALE  
 FORZA BLOCCATA DALLO YIELDING ( $F_y$ )

$$S_d(T) = S_{ay}(T) = \frac{S_{ay}(T)}{\mu \times \eta}$$
 ACC. DI PROGETTO STATO LIMITE (Sd DESIGN)

$q = 2,5$  FAT. STRUT. C.A. DI RIDUZIONE FORZE SICHE  $q = 2,5$  ST. LIM. DANNO

$q = 4,5$  (1,1+1,3) PER TECAL IN C.A.; 1 PIU'  $q = 5,0$  ST. LIM. ULTIMO

**Fig. 9 a** Confronto fra gli spettri di progetto previsti nella normativa sismica italiana del '96 per verifiche MTA e gli spettri del 2003 , per verifiche SLD e SLU



Fattori di struttura

Il fattore di struttura da utilizzare per ciascuna direzione della azione sismica è dato dalla seguente espressione:

$$q = q_0 K_D K_R$$

- nella quale:  $q_0$  è legato alla tipologia strutturale
- $K_D$  è un fattore che dipende dalla classe di duttilità
- $K_R$  è un fattore che dipende dalle caratteristiche di regolarità dell'edificio

I valori di  $q_0$  sono contenuti nella tabella seguente.

Tabella 5.1 – Valori di  $q_0$

Tipologia	$q_0$
Strutture a telaio	$4,5 \alpha_w / \alpha_1$
Strutture a pareti	$4,0 \alpha_w / \alpha_1$
Strutture miste telaio-pareti	$4,0 \alpha_w / \alpha_1$
Strutture a nucleo	3,0

- Il fattore  $K_D$  vale:
  - CD "A"  $K_D = 1,0$
  - CD "B"  $K_D = 0,7$
- Il fattore  $K_R$  vale:
  - Edifici regolari in altezza (punto 4.3)  $K_R = 1,0$
  - Edifici non regolari in altezza (punto 4.3)  $K_R = 0,8$

$\alpha_1$  è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la sua resistenza flessionale

$\alpha_w$  è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile.

Il valore di  $\alpha_w / \alpha_1$  può essere calcolato per mezzo di un'analisi statica non lineare (punto 4.5.4) e non può in ogni caso essere assunto superiore a 1,5.

Qualora non si proceda ad una analisi non lineare per la valutazione di  $\alpha_w / \alpha_1$ , i seguenti valori possono essere adottati:

- edifici a telaio di un piano  $\alpha_w / \alpha_1 = 1,1$
- edifici a telaio a più piani, con una sola campata  $\alpha_w / \alpha_1 = 1,2$
- edifici a telaio con più piani e più campate  $\alpha_w / \alpha_1 = 1,3$
- edifici a pareti non accoppiate  $\alpha_w / \alpha_1 = 1,1$
- edifici a pareti accoppiate o miste telaio-pareti  $\alpha_w / \alpha_1 = 1,2$

Quando risultasse  $q < 1,5$ , può essere adottato  $q = 1,5$ .

Per tipologie strutturali diverse da quelle definite in 5.3.1, ove si intenda adottare un valore  $q > 1,5$ , il valore adottato dovrà essere adeguatamente giustificato dal progettista.

Strutture aventi i telai resistenti all'azione sismica composti con travi a spessore, anche in una sola delle direzioni principali, devono essere progettate per la Classe di Duttilità CD "B".

**Fig. 9b** Spettri di progetto per analisi lineari (statiche e dinamiche) caratterizzati dal fattore di struttura  $q$  descritto per il c.a. in base alla Capacità Dissipativi o Classe di Duttilità alta /CD "A" o bassa (CD "B")

Le figure 9 a,b mostrano poi i criteri generali per valutare gli effetti E dei terremoti ,da combinare come delineato in figura 6b con le azioni statiche ,per i quali l'uso degli stati limite è decisamente peculiare per cercare di modellare realisticamente le azioni sismiche.

In particolare lo stato limite ,valutato in base allo spettro di progetto descritto in figura 9 a, che mantiene le sollecitazioni più gravose in pieno campo elastico riguarda in generale non tanto gli usuali edifici ma le strutture di speciale importanza . La struttura in tal caso, come per le dighe o le opere di primaria importanza (vedi dopo fattore d'importanza ), si progetta per rimanere in campo elastico ,anche sotto le azioni sismiche massime ( $S_a \approx g$ ) ,ovvero consente spostamenti  $S_D$  elastici equivalenti a quelli dello stato limite ultimo, con il predetto criterio della massima prevenzione alla vulnerabilità.

Nella nuova normativa permangono solo alcuni dei criteri della precedente del '96 per valutare l'azione sismica, mentre per le verifiche, sia con l'analisi pseudostatica che con quella dinamica, si calcolano le sollecitazioni e si controlla che non si superino gli stati limite, di danno e ultimo , anziché lo stato limite di esercizio in base al metodo delle tensioni ammissibili.

Lo spettro di risposta di progetto della normativa italiana assume un comportamento non amplificato rigido o statico della struttura se questa presenta periodi propri  $T_0 < 0,05$  ( $f_0 > 20$  Hz) pur con accelerazioni elevate o per  $T_0 > 0,8$  ( $f_0 \approx 1$  Hz), per piccole scosse ( $a/g \leq 0,1$ ), ovvero fuori del campo di amplificazione spettrale di figura 9, per cui la risposta  $R(t) = 1$ .

Il coefficiente di intensità sismico  $C_s = C R I$  veniva assunto in Italia , come visto in figura 9 a riguardante la normativa del '96 , pari a  $C = 0,1$  per il moto ondulatorio e  $C = 0,2-0,4$  per il sussultorio per le zone di 1<sup>a</sup> categoria sismica essendo  $C = \frac{S-2}{100}$  con S grado di sismicità della scala Mercalli ( $S_{max} = 12$ ).

Il fattore di importanza  $I = 1,0-1,4$  dell'opera cresce passando da un'abitazione ad un ospedale o caserma sino al 40% ,analogamente con l'attuale normativa si adottano fattori di sicurezza  $\gamma_1=I$  sempre con il valore più elevato per il grado di protezione maggiore richiesto per l'opera, orientandoli peraltro verso il criterio di progetto dello spettro elastico

equivalente allo stato limite ultimo, riservato appunto alle opere importanti quali le dighe..

Il confronto fra l'attuale normativa italiana in sintonia con l'Eurocodice 8 e quella antecedente il '96, evidenzia dunque che le differenze non riguardano tanto i criteri di valutazione delle azioni sismiche, quanto soprattutto i valori delle azioni ed il tipo di verifiche riguardanti lo stato limite di danno oppure ultimo a duttilità "ammissibile", anziché allo stato che mantiene per "piccole" azioni sismiche, le tensioni ammissibili in campo di esercizio, per strutture di normale importanza.

Se si confrontano le risposte di strutture di diversa resistenza e regolarità costruttiva, a parità d'intensità del terremoto in un abitato, si vede che quelle non crollate sono quelle duttili, come di seguito definito, e peraltro non ricadenti in zone di faglia o di rilevanti mutamenti stratigrafici o rilevanti pendii (v. fig.8).

Il criterio di progetto si diversifica quindi da quello della precedente normativa sismica, in cui l'azione del terremoto di 1ª categoria ( $S_a/g \approx 0,1$ ) doveva soddisfare le tensioni ammissibili (MTA), ovvero essere temperato nello stato di esercizio, in particolare elastico. Solo con le predette opere di elevata importanza, le azioni sismiche massime dello spettro elastico equivalente allo stato limite ultimo, si fanno rientrare nello stato di esercizio, come in passato,

Più precisamente i valori di  $S_a/g$ , prima indicati per i vari stati limite, sono codificati in figura 9 a, usando i simboli sia della passata normativa italiana, sia quella attuale ripresa dall'EC8, per facilitare i predetti confronti ove possibile.

Le verifiche, per strutture che escono dal campo elastico, nella nuova normativa sono incentrate sul mantenimento dello stato limite di danno (SLD) per cui ( $S_a/g \div a_g S$ ) ed è caratterizzato dal raggiungimento in generale della fine del campo elastico, che per i materiali fragili significa peraltro il crollo anziché l'inizio dello snervamento (yielding).

Mentre è necessario cercare di realizzare il raggiungimento dello stato limite ultimo (SLU) (per accelerazioni massime normalizzate  $S_a/g \div 2,5 a_g S/q$ ) in cui la struttura deve essere sufficientemente duttile, ovvero possa subire spostamenti al di fuori del campo elastico, senza raggiungere il collasso, sia in grado cioè di plasticizzarsi, dopo attinta la resistenza a snervamento  $F_y$ .

Le plasticizzazioni sono in numero più elevato in presenza della preziosa ridondanza dei vincoli iperstatici, che pertanto tendono a ritardare il cinematismo a gradi di libertà nulli per evitare il crollo per risonanza. Riserva invece assente nelle strutture isostatiche nelle quali, le ulteriori plasticizzazioni, o peggio fragilità, instaurano il primo grado di libertà e quindi il crollo per cinematismo labile, che solo nelle macchine non è dannoso per l'uomo.

La figura 9 b, in base alla nuova normativa 2003, evidenzia i predetti aspetti, caratterizzati dalla duttilità assegnata in termini di spettri isoprobabili elastici con spostamenti equivalenti a quelli ultimi, e di spettri isoprobabili con spostamenti anelatici.

Le grandezze che interessano il progetto in zona sismica, come evidenziato in figura 9 b, sono pertanto la resistenza  $F_v$ , la rigidezza  $k = dF/ds$ , e la duttilità  $\mu$

Si definisce in particolare la duttilità come l'estensione di adattabilità deformativa che presenta la struttura, superato lo snervamento, ovvero il campo d'incrudimento se ci si riferisce al singolo materiale (v. fig. 3, acciaio con allungamento  $\varepsilon_{max} \geq 10\%$ ).

Nel caso del c.a. si accenna che la forza di richiamo della rigidezza o di rilassamento dopo la scossa può essere lineare elastica  $k_s$  o non lineare anelastica (ad esempio ciclo elasto-plastico di carico-scarico con inversione di sollecitazione e ricarico con in particolare  $k=0$  nel tratto plastico senza incrudimento, ciclo tipo Takeda).

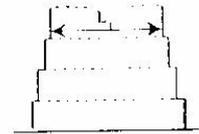
Come si vedrà nel dimensionamento del c.a. (III.2.4) la duttilità locale si ottiene aumentando le sezioni cementizie anziché l'armatura in zona tesa, per cui una struttura poco elastica è più duttile in caso di sisma.

Analogamente, riferendosi al progetto di elementi strutturali anziché ad una semplice sezione, se si sovradimensionano ad esempio le scale di un edificio, si finisce per renderle più vulnerabili dal terremoto, anziché più sicure per un ordinata evacuazione dopo l'evento sismico; è necessario invece ripartire e centrare il più possibile le rigidezze delle membrature più resistenti.

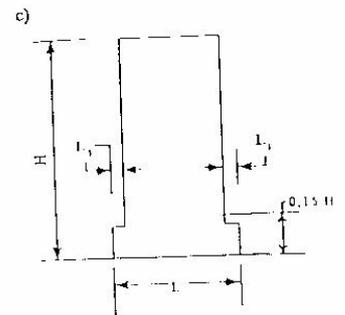
La durata poi del sisma di solito dell'ordine da 10 fino a 30 volte  $T_0$ , al crescere della sua magnitudo da 7 ad 8, influenza fortemente le sollecitazioni, o meglio le capacità di dissipare energia della struttura.

PIANTE		COMMENTI
SI	NO	
		Ideale per comportamento e analisi
		Buona simmetria, analisi meno facile
		Attenzione al comportamento differenziale alle estremità opposte di edifici lunghi
		Da respingere per gli effetti asimmetrici
		Benché la pianta sia simmetrica, le lunghe ali danno problemi di previsione del comportamento
		Torri di accesso sporgenti. Problemi per l'analisi e la progettazione dei particolari costruttivi
		Asimmetria degli elementi: resistenti al taglio orizzontale. Problemi di analisi e di torsione

Fig. 4.1 Semplici norme per la disposizione in pianta degli edifici antisismici (si può venir meno a queste norme *solo* con un'analisi dinamica e un attento studio dei particolari)

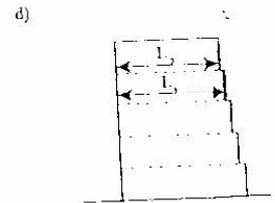


$$\frac{L_1 - L_2}{L_1} \leq 0,20$$



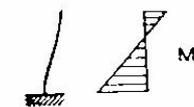
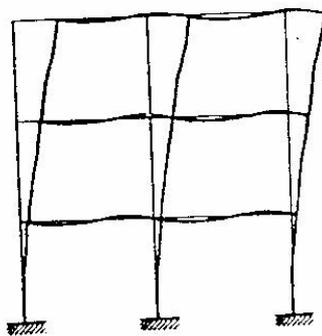
$$\frac{L_1 + L_2}{L} < 0,50$$

(setback occurs below 0,15H)

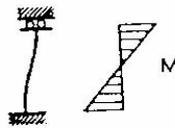
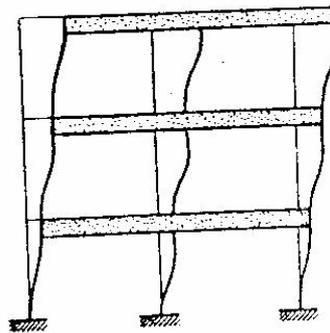


$$\frac{L - L_1}{L} \leq 0,30$$

$$\frac{L_1 - L_2}{L_1} \leq 0,10$$



- 1) Il solaio è indeformabile a sforzo assiale  
 2) La rigidità a flessione del solaio è pari a quella delle sole travi



- Il solaio è indeformabile sia a sforzo assiale che a flessione

Fig. 10 Criteri sismoresistenti: Statici riguardanti la regolarità di un edificio e di Scienza delle Costruzioni riguardanti la gerarchia dei meccanismi di collasso

Il periodo del primo modo di vibrare della struttura può essere effettuato mediante le seguenti formule approssimate:

PIANTA RETTANGOLARE BxL

1) Edifici in muratura:

$$T_0 \approx 0,06 \frac{H}{\sqrt{B}} \sqrt{\frac{H}{2B+H}} \div 0,050 H^{3/4}$$

2) Edifici intonacati in c.a.:

$$T_0 \approx 0,09 \frac{H}{\sqrt{B}} \div 0,075 H^{3/4}$$

3) Edifici con struttura portante in acciaio:

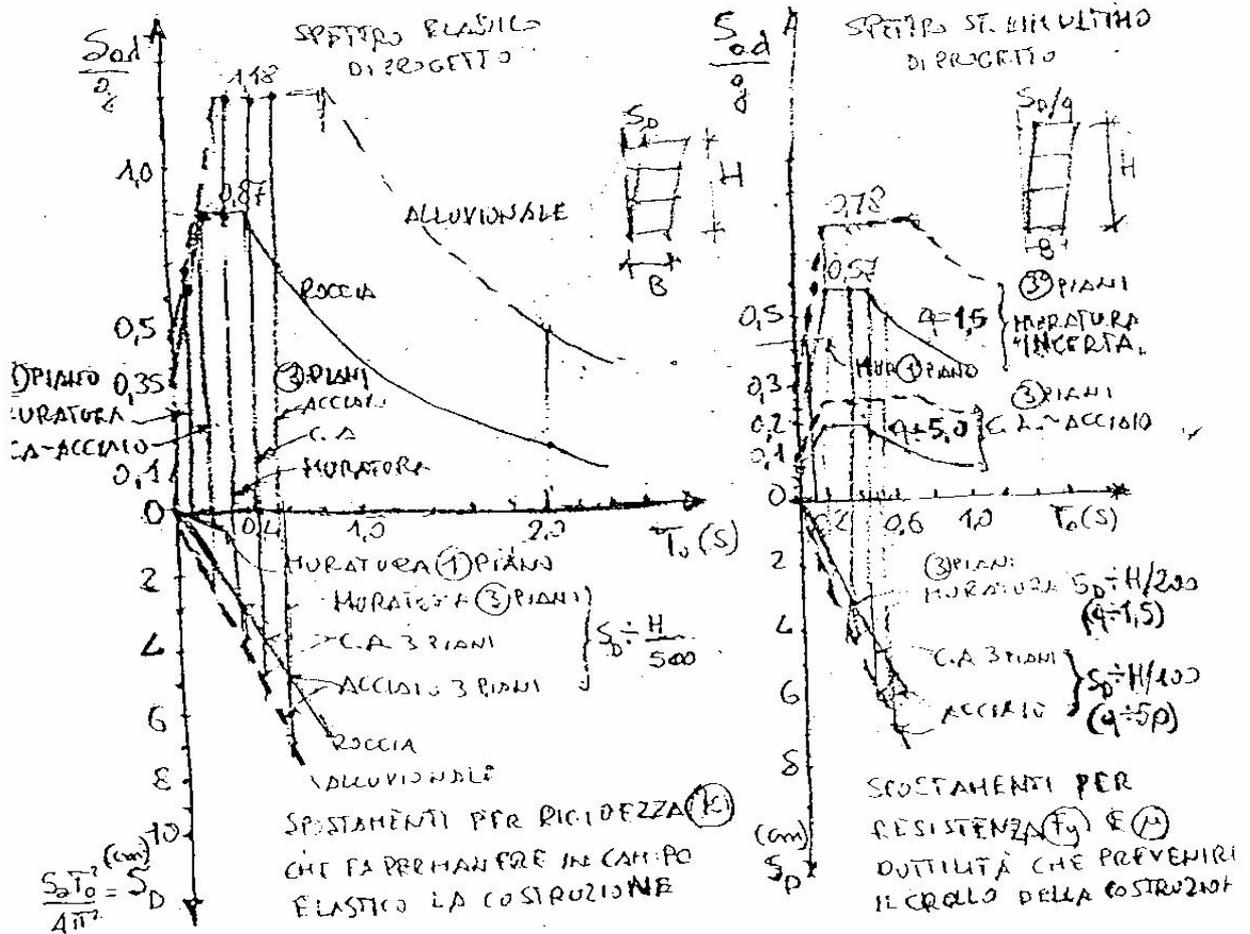
$$T_0 \approx 0,1 \frac{H}{\sqrt{B}} \div 0,085 H^{3/4}$$

4) Edifici con controventi formati da pareti in c.a.:

$$T_0 \approx 0,08 \frac{H \sqrt{H}}{\sqrt{B(H+B)}}$$

PERIODO NATURALE	PAT. STRUT. SEC.
1 PIANO $T_{01} = 0,11s$	MURATURA INCERTA
2 $T_{02} = 0,19s$	$q = 1,5$
3 $T_{03} = 0,26s$	MURATURA
	$q = 2,5$
1 PIANO $T_{01} = 0,17s$	$q = 4 \div 5$
2 $T_{02} = 0,21s$	
3 $T_{03} = 0,33s$	
1 PIANO $T_{01} = 0,19s$	$q = 5 \div 6$
2 $T_{02} = 0,26s$	
3 $T_{03} = 0,41s$	

Queste formule  $H$  è l'altezza dell'edificio, in metri, e  $B$  la massima dimensione, in metri, base nella direzione nella componente di accelerazione considerata.



**Fig. 11** Periodi propri tipici di edifici e confronti fra le risposte di vari tipi di costruzioni e di terreni.

La capacità dissipativa è analoga alla capacità di crash test delle auto ; incidenza ancora più forte sulle possibilità dissipative sono inoltre imputabili alla sequenza delle pulsazioni sismiche.

La figura 10 evidenzia i criteri generali per conferire ad una struttura una elevata capacità dissipativa : dovuta sia a criteri statici di regolarità, descritti per la figura 1 nella 1ª Parte, che di S.d.C. riguardanti la gerarchia dei meccanismi di collasso e i dettagli costruttivi.

Si fa così in modo, ad esempio per le intelaiature degli edifici. che gli "scorrimenti plastici" per taglio si verifichino sempre dopo la formazione delle "cerniere plastiche", e che queste si formino prima nelle travi e solo dopo nei pilastri; le rotazioni delle sezioni per consentire la duttilità ad esempio per , per deformazione  $\varepsilon_s$  ammesse dall'acciaio ,devono essere :

$$\theta \neq \operatorname{tg} \theta = \delta_h / h = h \varepsilon_s / 3d = 1 / 300 = 0,0033 = 3,3 \text{‰} = 35 \text{mrad (v. fig. 11)}$$

La parte alta di figura 10 evidenzia i criteri di regolarità ed i limiti consigliati, la parte in basso , ripresa dal testo del Prof Gavarini "Ingegneria antisismica" evidenzia invece l'importanza della gerarchia di collasso ,travi troppo rigide penalizzano fortemente i pilastri; al contrario accadeva con gli antichi solai lignei, che non trasferivano trazioni per pressoflessione ai muri.

Il fattore di struttura q caratterizza pertanto l'estensione dell' adattabilità della struttura nel degradarsi duttilmente sino al collasso .

Così le coordinate generalizzate q di Lagrange (il simbolo è quello originale per riferimento cartesiano, polare ... qualsiasi) descrivono il cinematismo di collasso , in quanto proprio evidenziano il degrado da iperstatico ad isostatico delle strutture ,tanto più celere se la gerarchia del meccanismo di collasso presenta rotture localizzate fragili,che anticipano il cinematismo del crollo,

In presenza di stratigrafie regolari e di strutture regolari, ovvero non vulnerabili come quelle di figura 1, è di valida prevenzione progettare in modo che l'uscita dal campo elastico ( $F_y$  fig. 9) sia prodotta dall'intensità di progetto

$$S_{ad} = S_a/q,$$

essendo  $q$  il fattore di struttura, prima delineato, che tiene conto della duttilità e regolarità vincolare della struttura. Mentre per un oscillatore semplice la duttilità vale  $\mu = F_u / F_y$ , per una struttura più complessa, le sue capacità in duttilità, si sintetizzano nel fattore  $q$ . Lo spettro si può allora ridurre di  $q$  divenendo  $S_a$ , per la duttilità controllata gerarchicamente.

In figura 9b il coefficiente d'intensità sismico 0,1, di fig. 9 a, della vecchia normativa è riportato a tratteggio in basso a titolo di confronto, con riferimento ai diversi tipi di verifiche, prima descritti.

Il fattore  $q$  consente di fare valutazioni di progetto anziché in maniera forfettaria, valutando invece i benefici di progettare le nuove strutture duttilmente. Quanto maggiori sono le possibilità di plasticizzazione della struttura, tanto minori quindi possono essere le forze di progetto, pur mantenendo la stessa sicurezza nei confronti del terremoto che produce il collasso senza arrivare al crollo in modo da salvaguardare le vite umane.

Si deve inoltre all'Architetto Wright aver impiegato degli smorzatori dissipativi sotto le fondazioni del grattacielo progettato in Giappone, in modo da filtrare il terremoto, precorrendo gli studi di ingegneria sismica (base isolation).

Dissipatori plastici, come delineato in figura 7b, possono anche essere diffusi all'interno dei vari vincoli in modo da rendere tutta la struttura adattabile alla potenza energetica del sisma.

Se si passa poi alle strutture esistenti, specie in muratura nelle quali tutto è affidato invece alla qualità plastica delle malte non puramente cementizie e ad una valida consistenza muraria (v. figura 2), si cerca di sopperire alla mancanza di duttilità  $\mu$ , con una congrua resistenza  $F_y$  (v. fig. 9), in modo da cercare di sfuggire alle amplificazioni di risposta con periodi propri  $T_0$  molto piccoli.

La figura 11 evidenzia proprio tale accorgimento caratteristico delle strutture in muratura di pochi piani ( $T_0 = 0,05s/\text{piano}$ ), per cui  $R=1$ , ed anche se  $q = 1,5$ , anziché dell'ordine di  $4 \div 5$  come per il c.a., le azioni sismiche tendono ad essere simili, poiché le strutture in c.a. presentano periodi propri maggiori ( $T_0 = 0,1s/\text{piano}$ ) e pertanto ricadono di più nella zona amplificata a 2,5 dello spettro.

Inoltre sperimentalmente l'amplificazione 2,5 si registra negli edifici in muratura per terremoti di bassa intensità, mentre per alta intensità si riscontrano amplificazioni minori di 2,5, usuali invece per il c.a.

Il confronto predetto appare poi meno drammatico se si esaminano gli spettri di spostamento  $S_D$ , anziché di accelerazione  $S_a$ , sempre che si tratti di murature di valida consistenza, quali le murature in pietra squadrata od in mattoni, ben ammorsati. Per piccoli periodi infatti gli spostamenti indotti dal sisma tendono ad essere contenuti e rientrano in quelli tipici della S.d.C., pari ad  $h/500$  (v. fig. 5 e paragrafo 1.2), usualmente condizionanti le rigidezze di progetto in campo elastico, ovvero un valido progetto statico prelude anche un valido comportamento alle azioni sismiche.

In generale, per qualsiasi struttura, poi il progetto deve basarsi sul criterio di dissipare al massimo energia da parte della struttura durante tutto il sisma e possibilmente i successivi, ovvero tenendo conto di ambedue gli spettri di figura 11, confluenti in quello energetico (x.Fig.7)  $mS_a S_D / 2 = mS_v^2 / 2$  cinetici, e dissipativi viscosa ed elastica e isteretica (energia dissipata nei vari cicli) e attritiva.

Proprio considerando tale capacità di disperdere per attrito colombiano (v. III.6 fig.G18), se si escludono le murature a sacco o di scarsa consistenza, come purtroppo si è riscontrato in tanti paesi poveri, allora il fattore  $q=1,5$  che la nuova normativa assume per le murature, può essere maggiorato, in quanto la muratura squadrata pur fessurandosi può consentire ancora di dissipare energia per attrito, anziché duttilmente, come mostrano opere romane millenarie.

I predetti confronti con il c.a. vanno naturalmente fatti a parità di situazioni geomorfologiche, che possono avere un' influenza notevole sulla risposta.

Il realistico impiego del fattore di struttura  $q$  per valutare gli spettri di progetto, non deve però far preferire strutture in c. a. rispetto a quelle in muratura di buona consistenza con il centro delle masse coincidente con quello delle rigidezze, sempre se si tratta di un numero limitato di piani portato da congrui maschi murari.

Considerazioni di ecobilancio e di bioarchitettura sono inoltre a favore delle murature, maggiormente isolanti termicamente ed acusticamente.

In ogni caso la nuova normativa sismica per le fondazioni prevede l'impiego del conglomerato armato, proprio in quanto realizzano la predetta peculiarità delle strutture rigide a contenere le amplificazioni ( $R=1$ ).

Non altrettanto si verifica di solito in elevazione con strutture in c. a. di pochi piani, ed esili pilastri agli ultimi piani, pur con sezioni verificate, magari uniti da travi a spessore specie nelle angolate, e quindi con minuti nodi vincolari, ben lontani dalla monoliticità delle bibliche pietre angolari, atte a sopportare eventi sismici.

I vantaggi del c.a. emergono con gli edifici multipiano, passando per le murature armate, spinte fino a 10 piani in California.

Per riassumere, riprendendo lo spettro di figura 9b, la scelta di strutture "rigide" od "isolate" alla base tramite dissipatori cercano di prediligere periodi propri che mantengono le opere senza amplificazioni sismiche, rispettivamente all' inizio ed alla fine dello spettro, mentre le strutture "duttili" cercano di ridurre di q le azioni sismiche in modo da mantenere l'opera in campo elastico o con danni non strutturali sino allo snervamento.

Scelte ibride come l'inserimento di strutture in c.a. od in acciaio, specie nel caso di consolidamento, sono spesso dannose. L'uso poi dei micropali di scarsa resistenza al taglio non rispetta di certo la gerarchia di collasso .

L'intelaiamento di rinforzo di strutture in muratura, deve invece essere un chiaro organismo di rinforzo , non sempre peraltro conciliabile con le esigenze del Restauro, pur ricostruttivo anziché conservativo.

La deroga alla normativa sismica per i monumenti, prevista dal Ministero dei Beni Culturali, rispetto a quello delle Infrastrutture (ex Lavori Pubblici) propone il "miglioramento" anziché l' "adeguamento" delle strutture a resistere al sisma. E' evidente come tutto vada interpretato con prudenza, specie per quanto riguarda le chiese e le scuole per cui mancano oltretutto sempre sproporzionatamente i fondi economici .

In proposito si richiama il caso di murature ben dimensionate originariamente, qualora subiscano danni da terremoti forti, possono essere consolidati tramite l'antica tecnologia "scuci e cuci" , ripristinando ad arte la consistenza e gli ammorsamenti lesionati , con costi contenuti.

L'analisi retrogressiva della massima accelerazione sopportabile dall ' opera, utilizzata come "macrosensore, evidenzia che la risarcitura delle lesioni ed il ripristino della preziosa resistenza attritiva , può far considerare l'intervento un

adeguamento più che un miglioramento, qualora si sia in presenza di una valida costituzione costruttiva iniziale.



## I.5 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE NEI CRITERI DI SICUREZZA

In corrispondenza all'ipotesi "di base" di rigidità perfetta della Statica e di elasticità perfetta della Scienza delle Costruzioni, sono stati formulati i primi classici criteri di sicurezza. Così a ciascuna equazione di equilibrio scalare, ovvero a ciascun spostamento da impedire con l'insorgere delle varie sollecitazioni come mostrato in figura 2, corrispondono le antiche verifiche di sicurezza "esterne" deterministiche: di portanza ( $\Sigma Z = 0$ ), a compressione ( $\eta \geq 3$ ) a trazione ( $\eta \geq 5$ ), di scorrimento ( $\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0$ ) ( $\eta \geq 1,3$ ) ed a ribaltamento ( $\Sigma M_x = 0; \Sigma M_y = 0$ ) ( $\eta = 1,5$ ) ed a torsione ( $\Sigma M_z = 0$ ) ( $\eta \geq 3$ ).

Il fattore di sicurezza deterministico (v. figura 12)  $\eta$  è il rapporto fra i valori di esercizio delle sollecitazioni scaturenti dalle azioni "esterne" alla struttura e le sollecitazioni di rottura scisse però ambedue nelle varie 6 componenti spaziali (v. figura 2) anziché combinandone gli effetti. Tale criterio è rimasto di fatto ancora in uso per le verifiche di stabilità d'insieme delle opere di sostegno o dei pendii specie in campo pseudostatico, ovvero ipotizzando che le forze d'inerzia dovute ad un sisma siano staticamente applicate nei baricentri delle masse oscillanti.

E' emblematico come al crescere dell'aleatorietà geotecnica e sismica si sia mantenuto ancora oggi tale antico criterio di sicurezza deterministico anziché quello probabilistico di seguito delineato a causa dell'elevata dispersione dei dati (v. figura 3).

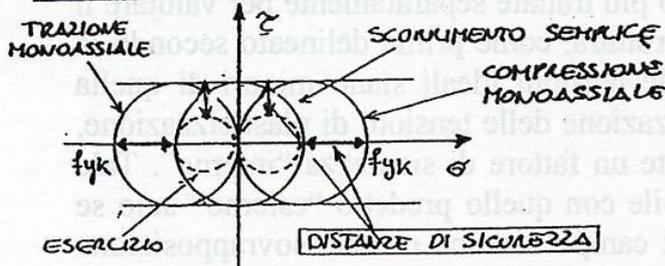
I vecchi carpentieri del resto saggiavano con dei colpi secchi per ciascuna delle direzioni cartesiane l'efficacia dei vincoli appena finiti di montare. Analogamente il collaudo del tubo prototipo di una partita di acciaio posta sotto elevata pressione idraulica, veniva collaudato auscultando il tipo di riverbero di un colpo di martelletto sul tubo, prima dell'impiego dei raggi X.

La Scienza delle Costruzioni ha sviluppato poi l'analisi delle tensioni e delle deformazioni, introducendo il concetto di tensioni principali  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (sui piani degli elementi infinitesimi privi di tensioni tangenziali  $\tau = 0$ ) o più in generale, in presenza di sollecitazioni composte, introducendo il concetto di tensioni ideali combinazioni di quelle principali, per evidenziarne gli effetti

## CRITERI DI SICUREZZA

### DETERMINISTICI

#### ACCIAIO: TRESKA, VON MISES, HENCKY



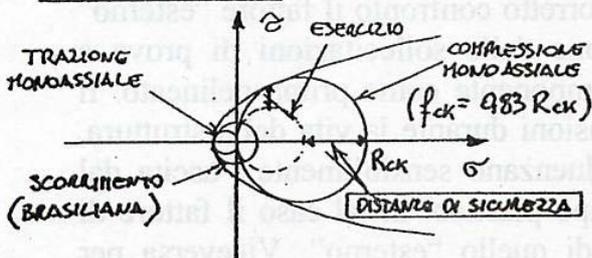
TENSIONE IDEALE

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} < \sigma_{amm}$$

$$\sigma_{amm} = f_{yk} / \eta \text{ TENS. AMMISSIBILE}$$

FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 2,0$

#### CONGLOMERATO: MOHR, COULOMB

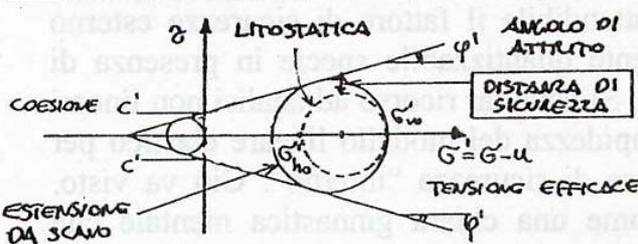


$\sigma_{id} < \sigma_{amm}$ . DALLA CURVA INVILUPPO DEI VARI CIRCOLI DI ROTTURA

$$\sigma_{amm} = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI  
FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 3,0$

#### TERRENO DRENATO: MOHR, COULOMB, TERRAGHI



$$\sigma = \frac{\sigma'_v - \sigma'_{ho}}{2} < \sigma_{amm} = \frac{\sigma'_v - \sigma'_{hf}}{2} \cdot \frac{\tan \phi'}{\eta}$$

FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 1,3$

DISTANZA DI SICUREZZA PIU' PICCOLA SOLO PERCHÉ RIFERITA A  $\tau$  ANZICHÉ  $\sigma$

### SEMI-PROBABILISTICI

#### CONGLOMERATO ARMATO

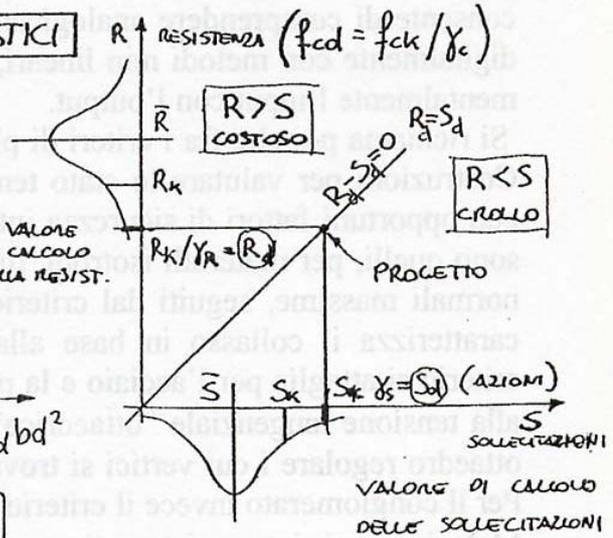
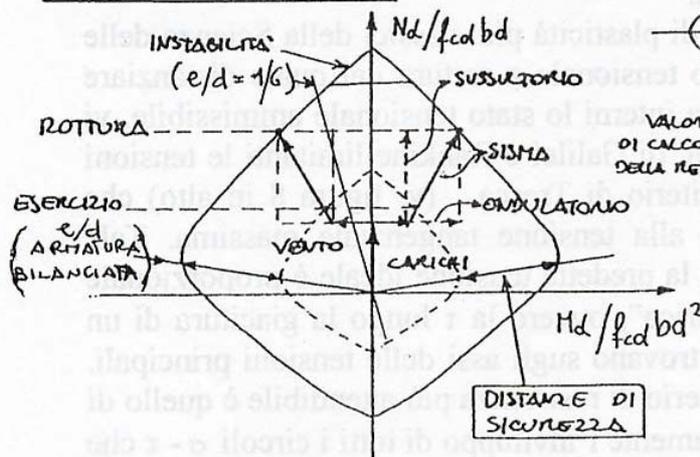


Fig12 Percorsi delle tensioni ammissibili e distanza di sicurezza interna deterministica. Percorsi delle sollecitazioni di calcolo e distanza di sicurezza esterna semiprobabilistica.

distorcenti e di variazione volumetrica della materia. La tensione ideale (v. figura 8) consente di ricondurre uno stato tensionale qualsiasi (triassiale o biassiale) ad uno equivalente monoassiale più usuale per misurare la resistenza sui provini in laboratorio, in modo da contemperare il fatto che uno stato di compressione laterale migliora la resistenza monoassiale e viceversa di trazione laterale lo peggiora.

Così le sollecitazioni non vengono più trattate separatamente per valutare il margine di sicurezza rispetto alla rottura, come prima delineato secondo la Statica. Si verifica pertanto che le tensioni ideali siano minori di quella ammissibile ricavata dalla penalizzazione delle tensioni di plasticizzazione, sino a rottura del materiale, tramite un fattore di sicurezza "interno". Tale fattore è perfettamente confrontabile con quello predetto "esterno" solo se lo stato di esercizio non supera il campo elastico o della sovrapposizione degli effetti e si rimane nel pieno ambito delle ipotesi prima ricordate poste alla base delle S.d.C.. Peraltro per un corretto confronto il fattore "esterno" deve essere applicato alla combinazione delle sollecitazioni di prova a rottura, senza scinderle per ciascun componente come prima delineato. Il percorso delle sollecitazioni o delle tensioni durante la vita della struttura, nonché il loro decorso nel tempo, influenzano sensibilmente l'uscita dal campo elastico ovvero l'entrata in campo plastico: in tal caso il fattore di sicurezza "interno" è più cautelativo di quello "esterno". Viceversa per valutare sperimentalmente rispetto alla rottura di un prototipo le sollecitazioni di esercizio è più attendibile il fattore di sicurezza esterno rispetto all'interno, più difficilmente quantizzabile specie in presenza di fenomeni d'instabilità (v. figura 5). Si deve far ricorso ad analisi non lineari perdendo la prima evidenziata limpidezza del modello lineare elastico per cui è stato proprio ideato il fattore di sicurezza "interno". Ciò va visto, come tutti i modelli descritti, come una chiara ginnastica mentale che consente di comprendere analogicamente le realtà, prima che quantizzarla digitalmente con metodi non lineari, in cui pericolosamente non si collega mentalmente l'input con l'output.

Si richiama poi che fra i criteri di plasticità più classici della Scienza delle Costruzioni per valutare lo stato tensionale a rottura dal quale distanziare con opportuni fattori di sicurezza interni lo stato tensionale ammissibile, vi sono quelli, per materiali isotropi, di Galilei e Rankine limitanti le tensioni

normali massime, seguiti dal criterio di Tresca (v. figura 12 in alto) che caratterizza il collasso in base alla tensione tangenziale massima. Tale criterio si attaglia per l'acciaio e la predetta tensione ideale è proporzionale alla tensione tangenziale "ottaedrica", ovvero la  $\tau$  lungo la giacitura di un ottaedro regolare i cui vertici si trovano sugli assi delle tensioni principali. Per il conglomerato invece il criterio di resistenza più attendibile è quello di Mohr in cui si ricerca sistematicamente l'involuppo di tutti i circoli  $\sigma$ - $\tau$  che innescano la rottura del materiale, tale involuppo è detto anche curva intrinseca di resistenza del materiale caratterizzato da ridotta resistenza a trazione. In quest'ultimo modello la distanza del circolo di Mohr di esercizio della curva intrinseca di resistenza, definisce proprio il fattore di sicurezza "interno" come mostrato in figura 12. Tale criterio è molto simile a quello di Coulomb attritivo, adatto a descrivere la rottura dei terreni nei quali le curve si approssimano ad una retta di pendenza pari all'angolo d'attrito  $\phi'$  e con intercetta all'origine pari alla coesione  $c'$ . Altri criteri sono quelli legati all'energia potenziale elastica di Beltrami-Ritz da confrontare con l'energia di plasticizzazione ultima, criterio che sviluppa quelli iniziali proposti da Von Mises-Hencky e da Huber. Questi ultimi attribuiscono la rottura eminentemente a combinazioni del deviatore delle tensioni principali (differenza media delle tensioni principali o raggio del circolo di Mohr) trascurando il contributo dello stato tensionale idrostatico (media delle tre tensioni principali, nel caso piano è l'ascissa del centro del circolo di Mohr) che è stabilizzante se di compressione e provoca invece accelerazione della crisi se di trazione (ad esempio surriscaldamento interno al materiale o prevalere dell'estensione).

Per la valutazione dello stato limite ultimo o rottura, come prima detto, è più utile svolgere le verifiche in termini di sollecitazioni e di spostamenti anziché di tensioni e deformazioni. Ciò specie per il confronto con i dati sperimentali che in campo non lineare o in presenza di forti imperfezioni, come nel legno con i nodi, si presentano in termini  $F - s$  anziché  $\sigma - \varepsilon$  (gli strain gauge del resto sono sostituiti con trasduttori di spostamento alle prime lesioni). Per valutare la sicurezza, con i criteri predetti, si deve allora analizzare il percorso delle sollecitazioni nel dominio di rottura ad es.  $M - N$  di una sezione in conglomerato armato (v. figura 12 in basso), anziché il percorso delle tensioni ideali rispetto al dominio delle curve intrinseche (v. figura 12 in alto).

La sollecitazione di pressoflessione in un pilastro ad esempio di "spina" di un edificio passa da uno sforzo normale quasi centrato ad uno anche inflesso per effetto del vento e sino a rottura per effetto del sisma, lungo i percorsi delle rette  $e/d = M/Nd$ , essendo  $d$  l'altezza della sezione cementizia senza copriferro caratterizzante la posizione dell'armatura tesa.

I criteri di sicurezza rispetto ai descritti vari stati limite di comportamento della struttura prima delineati, peraltro personalizzati a seconda del tipo di materiale in progetto, sono stati tutti inizialmente usati con caratteristiche deterministiche anche nei riguardi delle azioni, ricercando un fattore di sicurezza unico sia "interno" che "esterno" come prima specificato.

Tali criteri non tengono conto dell'aleatorietà delle variabili in gioco soprattutto riguardanti le resistenze e le azioni. Come anticipato rispettivamente nelle figure 3, 4 e 6a,b per cercare di superare la problematica è stato introdotto nel modello matematico che individua il comportamento meccanico della struttura il calcolo *semiprobabilistico*. Si determina, in base alle leggi probabilistiche che governano le variabili del problema, la probabilità che queste raggiungano uno stato limite caratterizzato anch'esso da una funzione le cui variabili al limite raggiungono i valori estremi che non si devono superare. Ciascun parametro del modello di calcolo è caratterizzato allora da un valore medio  $\bar{X} = \sum X_i/n$ , con  $n$  numero delle misure, e da una varianza o scarto quadratico medio  $\sigma_x^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)$  e da un coefficiente di variazione  $V_x = \sigma_x / \bar{X}$ .

Ciascuna variabile presenta allora una funzione di densità della probabilità  $f(x)$  nella quale si può indicare il valore caratteristico  $X_k$  tramite il frattile ad esempio al 5%, ovvero con probabilità tale che il valore non venga superato nel 90% dei casi, come delineato nelle figure 3 e 12.

Se la funzione di densità è ad esempio gaussiana risulta per il predetto frattile per cui  $X_k = \bar{X} + 1,64 \sigma_x = \bar{X} (1 + 1,64 V_x)$  mentre, se la distribuzione è esponenziale cosiddetta estrema di tipo I risulta invece  $X_k = \bar{X} (1 + 1,86 V_x)$  e così via per altri tipi di distribuzione aleatoria dei dati o addensamento intorno ai valori medi sintetizzato proprio dal coeff. di variazione  $V_x = \sigma_x / \bar{X}$

La distanza fra  $X_k$  ed il valore di progetto  $X_d$  (design) rappresenta pertanto un fattore parziale di sicurezza  $\gamma_x$  nel metodo semiprobabilistico a livello I dello studio della sicurezza in termini probabilistici. Il moderno criterio

semiprobabilistico della sicurezza cerca di superare i criteri deterministici proprio introducendo i predetti fattori parziali di sicurezza  $\gamma$ . A fianco al dominio di rottura  $M - N$  di figura 8 è riportata la dispersione delle sollecitazioni di calcolo scaturenti dalla maggiorazione delle azioni di  $\gamma_p$  e  $\gamma_q$  e la dispersione della sollecitazione resistente scaturente dalla penalizzazione della resistenza dal conglomerato di  $\gamma_c$  secondo il delineato criterio semiprobabilistico per valutare la sicurezza su dati caratteristici (v. fig 6 e §III.1.1.)

L'aleatorietà dell'incremento delle sollecitazioni quale quella indotta dagli spostamenti del terreno o dagli eventi sismici, come la duale aleatorietà della riduzione della resistenza dovuta alla carenza di qualità e al degrado o indotta dall'instabilità e fatica ciclica, mettono in evidenza le differenze fra la virtuale perfezione dei modelli predetti (figura 3 o figura 5a sulle teorie riguardanti il dimensionamento), rigido ed elastico e plastico perfetti, e la caducità della realtà.

Tale aspetto non deve però creare sfiducia o rendere ipercritici verso la modellazione, cogliendone anzitutto le linee guida.

Il criterio di sicurezza semiprobabilistico agli stati limite basato sostanzialmente sulla maggiorazione del 50% delle azioni con particolare riguardo a quelle accidentali specie sismiche e sulla riduzione del 50% della resistenza rispetto a quella certa del materiale modello omogeneo ed isotropo o di qualità privo di imperfezioni, è soddisfacente. In pratica le opere in cui oltretutto prevalgono le azioni gravitative rispetto a quelle aleatorie sono più sicure e durabili come le costruzioni romane. Nelle macchine specie aeree in cui è necessario ridurre il peso, la vita delle strutture è invece molto corta e necessita di una continua manutenzione specie dopo forti tempeste, ovvero per forte prevalere del carico aleatorio rispetto a quello permanente. Così le opere in cui si "progetta" l'omogeneità della resistenza dei materiali nella costruzione suscitano una maggiore drabilità, qui intesa più come lunghezza di vita dell'opera più che solo resistenza maggiore agli agenti chimici aggressivi. Ciò persino se i moduli elastici non sono elevati come nelle murature con le bibliche pietre angolari che tuttora sfidano l'acciaio.

Il moderno criterio semiprobabilistico della sicurezza cerca di superare i criteri deterministici proprio introducendo i predetti fattori parziali di sicurezza  $\gamma_p$ ,  $\gamma_q=1,5$  ovvero, si ribadisce, che maggiorano del 50% i carichi specie accidentali e  $\gamma_m=1,5$  ovvero che penalizzano del 50% le resistenze dei materiali. Ciò consente di allontanare della distanza di sicurezza la curva di dispersione dei carichi da quella della resistenza dei materiali, che normalmente sono di tipo gaussiano (v. figura 12).

Se il valore della Resistenza R supera quello della Sollecitazione S il progetto è costoso, viceversa si ha il crollo, per cui il progetto ottimale è per  $R_d = S_d$ . Il valore caratteristico dei carichi non deve superare ad esempio il 90% delle probabilità il valore medio, mentre il valore caratteristico della resistenza non deve essere inferiore ad esempio del 90% delle probabilità del valore medio. I fattori parziali di sicurezza per le resistenze, corrispondono allora al fattore  $\gamma_R = R_k / R_d \equiv (1 - 1,64V_R) \bar{R} / R_d$ , funzione della densità di probabilità accertata di dispersione dei dati R e del frattile assunto per definire il valore caratteristico. Al crescere del tipo di dispersione o del coefficiente di variazione  $V_R$  caratterizzante la densità di probabilità, e dell frattile da 0,05 a 0,20, cresce pertanto il fattore parziale di sicurezza  $\gamma_R$ ; inversamente risulta:  $\gamma_S = S_d / S_k = S_d / (1 + 1,64V_S) \bar{S}$  per le azioni.

A sua volta l'antico criterio di sicurezza deterministico si basa su un coefficiente di sicurezza unico che può considerarsi, in base al predetto concetto di distanza di sicurezza, la somma  $\eta = \gamma_q + \gamma_m$  dei fattori parziali o in base alla probabilità composta meno conservativamente il prodotto  $\eta = \gamma_q \times \gamma_m$ . Si noti che la distanza di sicurezza ad esempio (v. fig.12) fra la retta di rottura per attrito ed il circolo di Mohr d'esercizio dell'elemento più sollecitato, rispecchia proprio il modello di distanza in termini deterministici.

Gli studi interamente probabilistici si basano poi sull'analisi della variabile aleatoria  $\Delta x_1$  caratterizzata dalla differenza fra la grandezza in esame e quella limite  $x_1$ , per cui, allorquando si raggiunge tale stato, risulta  $\Delta x_1 = 0$ . L'indice di sicurezza viene definito allora tramite  $\beta = \Delta x_1 / \sigma_{\Delta x_1}$  rapporto fra il valore medio di  $\Delta x_1$  e la sua varianza (studio probab. di livello II di Lind).

Al ridursi pertanto dell'aleatorietà dei parametri che governano il di calcolo il valore di  $\beta$  ovvero della sicurezza cresce ed il progetto è più affidabile.

I moderni criteri di sicurezza su basi interamente statistiche probabilistiche o stocastiche (Safety Reliability) si spingono, sul basare la sicurezza direttamente sulla valutazione della probabilità (livello III) che dati eventi non vengano superati (ad es.  $p = 10^{-6}$  che un caso insicuro si verifica su un milione di eventi) abbandonando i fattori  $\gamma$ . L'attrazione di tale criterio è però fortemente condizionata dalla carenza di misura delle funzioni di distribuzione della densità di probabilità, delle deviazioni standard, riguardanti la dispersione dei dati. Ciò richiede di solito un numero di prove usualmente non immaginabili nei lavori ordinari, con un eccessivo rapporto costi – benefici. Già con un numero di prove inferiori a 10 per ogni dato, il criterio può essere di fatto illusorio, per un interpretazione gaussiana ci vogliono almeno 12 misure, ovvero si vuole quantizzare "l'incertezza della misura dell'incertezza". Anatole France ricordava in proposito che il "Caso è lo pseudomino con cui si firma il Padre eterno".

Peraltro un'analisi di "sensibilità" degli effetti sul progetto indotti del variare sistematico di  $V$ , indipendentemente anche dalle misure dei parametri in gioco, evidenziano quelli che più influenzano la sicurezza, indicando ove concentrare le misure o migliorare i dati ,specie nei casi più delicati , come per il progetto di una centrale nucleare ove è richiesta la massima sicurezza. Al crescere della complessità dei criteri di calcolo, per cercare di descrivere meglio la realtà, il legame tra input ed output per contro si perde, lasciando il senso di incertezza di usare i risultati ciecamente o di fatto validandoli paradossalmente solo se sono dello stesso ordine di grandezza di quelle desumibili con i criteri deterministici specie basati drasticamente sui modelli rigido e elastico perfetti prima descritti.

Peraltro la sicurezza sarebbe totale se la realtà fosse ben rappresentata da modelli perfetti, rimanere fittiziamente in tale "certezza" spostando gli "stati limite" dei modelli (figura 3) diviene allora un criterio che è meglio accettare convenzionalmente, anche nello spirito della ginnastica mentale basata sui modelli chiari in cui almeno il modello di calcolo è perfetto, e che oltretutto consentono di dare spazio alle tante altre discipline che contribuiscono al progetto, fondandoli sugli studi classici di Statica e di Scienza delle Costruzioni.

Tabella 1

**BATESON**

Epistemologia è un interrogativo su "quanto sia possibile" conoscere e su "quanto di fatto" si conosce

**VON FÖRSTER**

Epistemologia è parola formata da "epi" e "histanai": mettersi sopra, quindi pensare su

**MORIN**

Pensare insieme il certo e l'incerto, il logico ed il contraddittorio, mettersi tra conosciuto ed ignoto, chiaro ed oscuro, dove razionalità non è sinonimo di razionalizzazione, anzi ne è l'opposto.

Tabella 2  
Buona disposizione nei confronti degli errori

- La *produzione* (inevitabile) degli errori
- La *tolleranza* (necessaria ed utile) per gli errori
- L'*idoneità* come modelli di azione precostituiti (i nostri protocolli) che si mantengono (sono utilizzabili) in situazioni e condizioni stabili
- La sfida del non prevedibile e la creatività che nasce dalla cooperazione tra produzione e tolleranza per il pronto cambiamento dei modelli di azione

von Weizsäcker

Confronto fra due teorie di valutazione della verità in campo scientifico

GALILEI	POPPER
Verificazionismo	Refutazionismo
La certezza è possibile.	La certezza è impossibile.
La scienza è basata sulla prova.	La scienza è basata sulla confutazione.
L'osservazione rivela la verità.	L'osservazione implica l'interpretazione.
Il rilevamento dei fatti precede la formulazione delle teorie	La formulazione delle teorie precede il rilevamento dei fatti
Una buona teoria predice molte cose.	Una buona teoria esclude molte cose.
Una predizione è tanto più informativa quanto più è conforme all'esperienza.	Una predizione è tanto più informativa quanto è più rischiosa o deviante dalle attese.
L'induzione è la fondazione logica della scienza.	La deduzione è la fondazione logica della scienza.
L'inferenza induttiva è logica.	L'induzione è illogica.
Una teoria può essere validata indipendentemente e assolutamente.	Una teoria può essere corroborata solo relativamente ad altre teorie.
Fra teorie in competizione è preferibile quella che è stata più spesso verificata.	Fra teorie in competizione di uguale confutabilità è preferibile quella che ha resistito a più test di tipo diverso.
Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono state provate vere con osservazioni obiettive.	Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono rese confutabili, sia attraverso riformulazioni, sia con il miglioramento metodologico.

Fig.13 Aspetti epistemologici della sicurezza

La *sicurezza* e la *vita dell'opera* scaturenti come detto al paragrafo precedente, dal valutare preventivamente nel progetto il rapporto peso – azioni accidentali, le distribuzioni delle masse e delle rigidità e la loro omogeneizzazione specie in termini di resistenza, fornisce allora pratica certezza. Inoltre il rapporto costi – sicurezza – manutenzione viene equilibrato sino al punto che nei moderni criteri di appalto europei, oltre all'importo lavoro iniziale viene richiesto di valutare i costi di manutenzione per la durata di vita dell'opera. Si pensi in proposito ai ponti romani ancora in esercizio con carichi maggiorati e senza manutenzione quantomeno secolare se non millenaria, e al vecchio detto abruzzese “chi più spende meno spende” a cominciare dai costi dei progettisti, come si ribadirà nel paragrafo finale, se si vogliono accrescere posti di lavoro ai laureati.

Quantizzare tutto ciò solo in base al valore aggiunto è immiserire la cultura del progetto che necessita di una preventiva sussidiarietà pubblica, programmata con congrui anticipi e non solo in emergenza.

Allontanandosi poi dai due modelli costitutivi classici, rigido per la Statica ed elastico per la Scienza delle Costruzioni, didatticamente chiari, sottoponendoli a continue variazioni di normative che tutto vorrebbero prevedere probabilisticamente o formulare modelli per qualsiasi realtà, è un'altra perdita della limpidezza delle radici dei modelli classici a guidare la ragione. Normative che non possono comprendere tutti i casi della realtà costituiscono una fittizia limitazione di fatto alle responsabilità, proprio quelle che paradossalmente si vuole far rispettare, come evidenziava Nervi nel suo bel volumetto “Scienza o Arte del Costruire” in cui avrei preferito un “e Arte” non per diplomazia ma per armonia (pur se utopistica) fra Ingegneri ed Architetti, almeno per le radici culturali.

La complessità della realtà può indurre in diversi tipi di errore nel valutare la sicurezza di un progetto. Il pensiero quantitativo prevale su quello riflessivo qualitativo senza equilibrare il contributo dell'emisfero cerebrale destro “digitale” con quello sinistro “analogico”, scadendo nel *riduzionismo* illuminista o neopositivista o più estensivamente *nell'errore epistemologico* indicato nelle tabelle 1 e 2 di figura 13. Il calcolo digitale, dall'etimologico “numerare con le dita” (digit = cifra) valori finiti, al complicarsi dell'algoritmo costringe a fidarsi degli output destando, come già detto, insicurezza a chi “vuol toccar con mano”. Il calcolo analogico (valori infiniti) trasferendo

aspetti e forme bene studiate, per similitudine, a quelle in esame, specie usando la grafica per descrivere la Statica, è naturalmente più valido per la mentalità degli Architetti. La tecnologia inoltre se non è vista come riflessione sulle metodiche tecniche, fa eccedere nell'uso per cercare di interpretare la complessità, cadendo nel tecnicismo e dimenticando magari metodi ampiamente comprovati in passato. Nell'indagine per gli studi di consolidamento statico si vede ad esempio fare la termografia, prima del rilievo storico della consistenza muraria e del quadro fessurativo. Oppure si svolgono poche raffinate prove geotecniche triassiali erratiche in terreni alluvionali eterogenei che, come prima detto (v. figura 4), vanno invece provati in sito sistematicamente con il penetrometro statico. Situazioni analoghe si verificano in campo sismico. Le procedure inoltre ed i "protocolli" interpretativi delle cause, in particolare con criteri statistici – probabilistici sono usati per incasellare la complessità, cadendo negli eccessi del *previsionismo* desunto da pochi dati, dimenticando di ascoltare la realtà.

La stessa Ricerca "pura" sui modelli deve essere al servizio della realtà come ad es. il triassiale sui campioni ricostitutivi per valutare la variazione della resistenza al variare del grado di sovraconsolidazione o gli studi degli spettri sismici di progetto agli stati limite.

La comprensione eccessiva poi della realtà economico – imprenditoriale, può distorcere il rapporto ottimale costi – benefici in termini di sicurezza, cadendo nel *permissivismo*.

Davanti alle vite umane, non quantizzabili in denaro, è opportuno peraltro svolgere l'analisi rischio – benefici con spirito di prevenzione, anziché costi – benefici con *relativismo etico* o continua emergenza a disastri avvenuti.

Per rimanere solo nel merito stretto dell'impiego della modellazione meccanica per valutare la sicurezza di un progetto è opportuno percorrere parallelamente, sia la via *verificazionista* galileiana o della certezza ammissibile, sia la via *confutazionista* popperiana o del rischio, quindi dell'errore accettabile.

Questi due percorsi per ricercare la certezza se seguiti sino al limite estremo portano rispettivamente o ad un falso determinismo progettuale o all'impossibilità di decidere. E' evidente che il giusto è fra le due vie, convivendo con una buona disposizione verso gli errori opinabili, nella

speranza che ciò con il massimo discernimento sia compreso dagli assicuratori costretti a quantizzare il male e temperato dai magistrati in parte costretti a separare il bene dal male.

Il moderno criterio probabilistico sulla sicurezza tenta, come prima delineato, di recuperare i difetti dei criteri di sicurezza deterministici, con il nobile scopo di ricercare come meglio contemperare la complessità della realtà e della dispersione dei dati. Come tutte le ideologie si può cadere però nell'integralismo. La presenza infatti delle coazioni indotte specie dai cedimenti fondali o peggio da terremoti appena pregressi (after shock), oppure i fenomeni di fatica o di usura del tempo agenti sulla resistenza dei materiali o la sensibile eterogeneità delle strutture o dei terreni, può scardinare la predetta ricerca probabilistica di certezza. Ciò specie nel campo del consolidamento, della geotecnica e delle costruzioni sismiche o resistenti al vento a raffica ed alle mareggiate, oppure all'incendio o addirittura all'esplosione come richiesto dai militari con costi elevatissimi.

Le normative si rimettono di fatto peraltro ai criteri deterministici proprio nei predetti campi ove l'aleatorietà è maggiore solo per la carenza di misure della dispersione dei dati.

Si riprendono allora le considerazioni sopraddette dettagliatamente svolte dal Prof. Nordio Ordinario di Pediatria a Trieste, sulla necessità di "convivenza" con gli errori, pur minimizzati, nella cure dei neonati patologici che richiedono una "sicurezza" massima per evitare sofferenze e lutti. Dal suo articolo comparso su "Medicina e Morale" sono tratte le tabelle di fig. 13 in cui si pongono a confronto le due classiche vie, verificazionista di Galilei e confutazionista di Popper per risolvere problemi e fare previsioni.

Il criterio di basare le decisioni sulla falsificazione del modello, per prevedere la familiarizzazione con gli errori e quindi la scoperta del risultato desiderato, rovescia il criterio verificazionista in cui il modello decisionale serve per prevedere il risultato e quindi verificare l'errore possibile.

Tanti sforzi peraltro protesi a prevenire errori e contenere dispersioni tramite una ciclica aggregazione e disaggregazione dei dati e dei trend noti, non può certo cadere nella "negligenza", "imperizia" ed "imprudenza", cause per cui un errore deve giustamente essere incriminato dal Pubblico Ministero. I progettisti non possiedono dogmi come i teologi e sono costretti, ma anche stimolati, dal cercare di superare le difficoltà reali, accettando i margini di

rischio da errori accettabili non capziosi né vessatori, che corre solo chi fa con coraggioso spirito d'iniziativa ,del tipo imprenditoriale sano.

I limiti di separare le variabili per analizzarle in modelli mentre sono un valido sussidio didattico, possono opacizzare o cristallizzare la conoscenza della realtà vera, percorribile in ogni caso anche per via qualitativa specie etica.

A tal proposito inoltre il Nobel per la Medicina Jacob afferma "...ciò che è vero è che la bellezza e la verità cambiano con le culture e in una stessa cultura con i tempi" senza aprioristici dogmatismi, né facili sincretismi.

Per ritornare ancora verso il quantitativo meccanicistico oltre ad incrementare la sperimentazione reologica sino al monitoraggio in vera grandezza per consentirne la ricostruzione "a posteriori" delle caratteristiche meccaniche dei materiali, come descritto nel precedente paragrafo, per meglio propagare i dati di progetti complessi, e trasmettere l'esperienza fra generazioni, è importante introdurre il concetto di *stati limite: di esercizio ed a rottura od ultimo*.

Per lo stato limite di esercizio si può far riferimento ai criteri di sicurezza classici delle Scienze delle Costruzioni all'inizio richiamati, basati sulla limitazione della distanza del deviatore delle tensioni principali ovvero del circolo di Mohr o percorso delle tensioni più sfavorevoli, dalla curva intrinseca di resistenza del materiale in particolare attrittiva coulombiana. Più direttamente si possono limitare gli spostamenti e le rotazioni delle strutture in rapporto alle luci ( $\delta/l \leq 1/500$ ), o porre l'attenzione che non si inneschino fessurazioni per eccesso di trazioni, come delineato in figura 5 sul predimensionamento.

Fra i detti criteri quello anche tradizionalmente più impiegato in passato viene definito metodo delle *tensioni ammissibili* nel quale la tensione di esercizio  $\sigma_{ideale} \leq \sigma_{amm} = \sigma_f / \eta$  essendo  $\eta$  il fattore di sicurezza "interno" deterministico rispetto alla tensione di rottura del materiale  $\sigma_f$ . I vantaggi di tale metodo, generalizzato nell'analisi allo stato *limite di esercizio* oltre a quelli detti di controllare le frecce elastiche e quindi le rigidzze e di predimensionare il calcolo specie iperstatico, nel caso del cemento armato consente di usufruire della semplificazione, di omogeneizzare il ferro con il cemento tramite il rapporto dei moduli e soprattutto di controllare l'aderenza dei ferri nei nodi vincolandoli idoneamente.

Il metodo però presenta diverse critiche specie per il c.a. ove il calcestruzzo si fessura già in campo d'esercizio, pur elastico in compressione, per cui è più realistico esaminare lo stato *limite a rottura* specie al taglio per esaminare i margini di sicurezza reali. I vantaggi di tale analisi sono quelli di tener conto più realisticamente dell'aleatorietà dei carichi (che esasperano le rigidzze nell'analisi puntuale elastica ovvero priva di qualsiasi punto plasticizzato) e di basarsi su fattori di sicurezza "esterni" contemperanti le plasticizzazioni. E' consentito poi di valutare il ruolo della duttilità (v. figura 9) e rapportando la sicurezza a sollecitazioni resistenti ben quantizzabili sperimentalmente. Per tale ragione le moderne normative richiedono di svolgere i calcoli in base allo stato limite di rottura da affiancare a quelli dello stato limite di esercizio per usufruire anche dei vantaggi di quest'ultimo.

Per ambedue gli stati limite sono state descritte le corrispondenti combinazioni delle azioni e dei relativi fattori parziali di sicurezza (v. fig. 6a,b) da accoppiare a quelli penalizzanti le resistenze (v. figura 3).

La Didattica e l'uso del Calcolo nella progettazione ha subito una forte modificazione con l'avvento del calcolatore.

La manualistica che prima si basava su analisi parametriche riassunte in "carte universali" o in "nomogrammi" o in pazienti tabulazioni, oggi sono solubili caso per caso evidenziando con l'analisi di sensibilità i parametri che più influenzano il progetto.

I fogli elettronici e i data base non pongono limiti all'entità dei dati manipolabili e ciò consente di tener conto di un numero elevatissimo di equazioni per ciascuna condizione di carico, o legge costitutiva, o aleatorietà varie.

E' evidente però quanto siano dapprima necessari gli insegnamenti classici ad iniziare da quelli di Statica grafica, e la valutazione degli ordini di grandezza dei fenomeni da valutare con calcoli in "forma chiusa" in modo da effettuare un sano predimensionamento.

La cultura acquisita dal passato si combina così con l'evoluzione presente, senza nostalgie o eccessi di avanguardia, rimanendo soprattutto al servizio dell'uomo.



## **I.6 IL RUOLO DEGLI ASPETTI TECNOLOGICI ORGANIZZATIVI ED ECONOMICI**

I criteri di sicurezza dati nel precedente paragrafo in termine di “stati limite” e di vaglio dell'aleatorietà dei parametri in gioco nella pratica realizzativa sono influenzati dal comportamento di una vasta gamma di operatori.

E' evidente l'importanza delle modalità e dei tempi di finanziamento di un'opera a cominciare dagli incarichi per la progettazione esecutiva prevedendo il coordinamento della gestione dei lavori divenuta sempre più articolata con il fiorire delle specializzazioni. La progettazione *preliminare*, incentrata sullo studio di fattibilità, e seguita da quella *definitiva*, articolante le scelte generali e dalla progettazione *esecutiva* incentrata sui particolari costruttivi, deve pertanto essere effettuata con congruo anticipo. Il conseguente computo metrico estimativo sui quali si valutano i margini di profitto, deve svolgersi nei casi più complessi, quali quelli nel campo della geotecnica, del consolidamento o di opere stradali, ferroviarie o marittime, introducendo anche interventi prototipo – pilota strumentati, in sintonia con realistici finanziamenti per stralci successivi. Ciò consente di affrontare studi sperimentali con l'ausilio del monitoraggio, in cui tutte le capacità dei partecipanti sono esaltate per estrapolare dati da esperienze ed analisi dei costi di opere consimili già realizzate, in modo da trovare il giusto equilibrio fra costi e sicurezza.

Solo al ridursi della complessità le previsioni di progetto “al computer” od “a tavolino” ,come già evidenziava Coulomb, sono possibili in termini strettamente statici e senza far ricorso alla sperimentazione in sito.

A titolo esemplificativo, la scelta del tipo di opere di sostegno (v.III.6) dipende fortemente dai vari tipi di meccanismo di collasso e di stato limite ammesso per la struttura e per il terreno specie in presenza di edifici a ridosso del sostegno.

Si può passare da una scarpata con  $h/b = 2/3 \div 1$  con terreni di basso costo, a muri con  $h/b \div 3$  sino a costose paratie con  $h/b \div 7$  a secondo del centro di rotazione del meccanismo di collasso (stato limite ultimo) e degli spostamenti ammessi (stato limite di esercizio).

## **I.5 IL RUOLO DELLA MODELLAZIONE NEI CRITERI DI SICUREZZA**

In corrispondenza all'ipotesi "di base" di rigidità perfetta della Statica e di elasticità perfetta della Scienza delle Costruzioni, sono stati formulati i primi classici criteri di sicurezza. Così a ciascuna equazione di equilibrio scalare, ovvero a ciascun spostamento da impedire con l'insorgere delle varie sollecitazioni come mostrato in figura 2, corrispondono le antiche verifiche di sicurezza "esterne" deterministiche: di portanza ( $\Sigma Z = 0$ ), a compressione ( $\eta \geq 3$ ) a trazione ( $\eta \geq 5$ ), di scorrimento ( $\Sigma X = 0; \Sigma Y = 0$ ) ( $\eta \geq 1,3$ ) ed a ribaltamento ( $\Sigma M_x = 0; \Sigma M_y = 0$ ) ( $\eta = 1,5$ ) ed a torsione ( $\Sigma M_z = 0$ ) ( $\eta \geq 3$ ).

Il fattore di sicurezza deterministico (v. figura 12)  $\eta$  è il rapporto fra i valori di esercizio delle sollecitazioni scaturenti dalle azioni "esterne" alla struttura e le sollecitazioni di rottura scisse però ambedue nelle varie 6 componenti spaziali (v. figura 2) anziché combinandone gli effetti. Tale criterio è rimasto di fatto ancora in uso per le verifiche di stabilità d'insieme delle opere di sostegno o dei pendii specie in campo pseudostatico, ovvero ipotizzando che le forze d'inerzia dovute ad un sisma siano staticamente applicate nei baricentri delle masse oscillanti.

E' emblematico come al crescere dell'aleatorietà geotecnica e sismica si sia mantenuto ancora oggi tale antico criterio di sicurezza deterministico anziché quello probabilistico di seguito delineato a causa dell'elevata dispersione dei dati (v. figura 3).

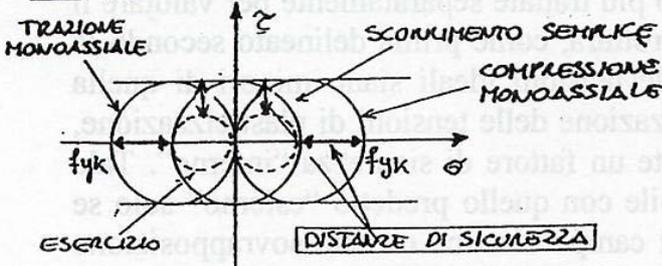
I vecchi carpentieri del resto saggiavano con dei colpi secchi per ciascuna delle direzioni cartesiane l'efficacia dei vincoli appena finiti di montare. Analogamente il collaudo del tubo prototipo di una partita di acciaio posta sotto elevata pressione idraulica, veniva collaudato auscultando il tipo di riverbero di un colpo di martelletto sul tubo, prima dell'impiego dei raggi X.

La Scienza delle Costruzioni ha sviluppato poi l'analisi delle tensioni e delle deformazioni, introducendo il concetto di tensioni principali  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (sui piani degli elementi infinitesimi privi di tensioni tangenziali  $\tau = 0$ ) o più in generale, in presenza di sollecitazioni composte, introducendo il concetto di tensioni ideali combinazioni di quelle principali, per evidenziarne gli effetti

# CRITERI DI SICUREZZA

## DETERMINISTICI

### ACCIAIO: TRESCA, VON MISES, HENCKY



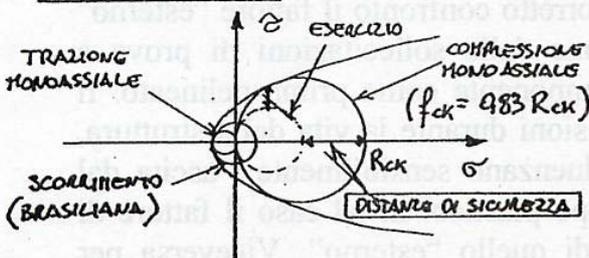
TENSIONE IDEALE

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} < \sigma_{amm}$$

$$\sigma_{amm} = f_{yk} / \eta \text{ TENS. AMMISSIBILE}$$

FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 2,0$

### CONGLOMERATO: MOHR, COULOMB

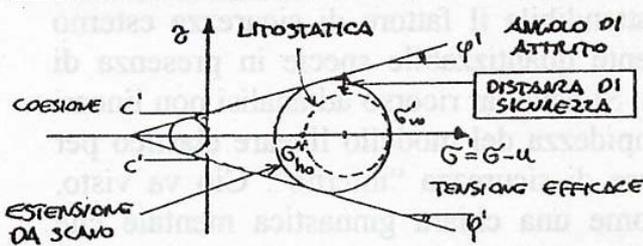


$\sigma_{id} < \sigma_{amm}$ . DALLA CURVA INVILUPPO DEI VAN CIRCOLI DI ROTTURA

$$\sigma_{amm} = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI  
FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 3,0$

### TERRENO DRENATO: MOHR, COULOMB, TERRAGHI



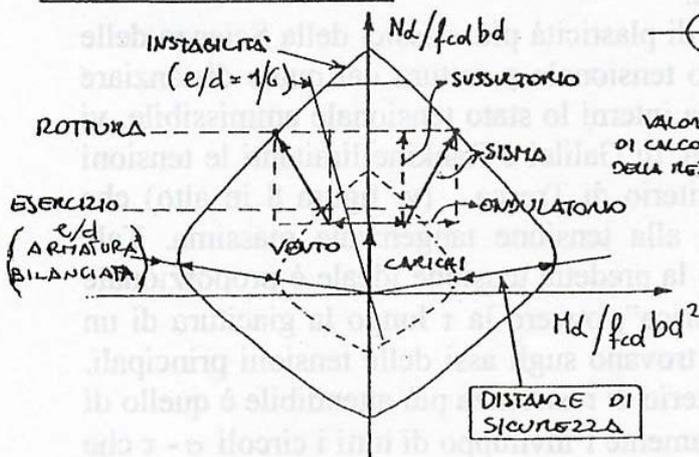
$$\sigma = \frac{\sigma_{ro} - \sigma_{ho}}{2} < \sigma_{amm} = \frac{\sigma_{ro}' - \sigma_{ho}'}{2} \cdot \frac{\tan \phi'}{\eta}$$

FATTORE DI SICUREZZA  $\eta \geq 1,3$

DISTANZA DI SICUREZZA PIU' PICCOLA SOLO PERCHE' RIFERITA A z ANZICHE' sigma

## SEMI-PROBABILISTICI

### CONGLOMERATO ARMATO



R RESISTENZA ( $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ )

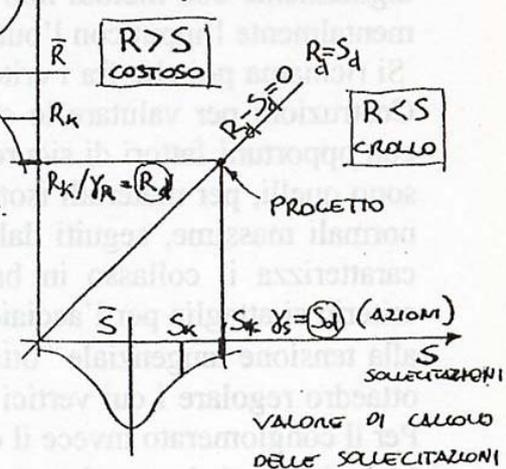


Fig12 Percorsi delle tensioni ammissibili e distanza di sicurezza interna deterministica. Percorsi delle sollecitazioni di calcolo e distanza di sicurezza esterna semiprobabilistica.

distorcenti e di variazione volumetrica della materia. La tensione ideale (v. figura 8) consente di ricondurre uno stato tensionale qualsiasi (triassiale o biassiale) ad uno equivalente monoassiale più usuale per misurare la resistenza sui provini in laboratorio, in modo da contemperare il fatto che uno stato di compressione laterale migliora la resistenza monoassiale e viceversa di trazione laterale lo peggiora.

Così le sollecitazioni non vengono più trattate separatamente per valutare il margine di sicurezza rispetto alla rottura, come prima delineato secondo la Statica. Si verifica pertanto che le tensioni ideali siano minori di quella ammissibile ricavata dalla penalizzazione delle tensioni di plasticizzazione, sino a rottura del materiale, tramite un fattore di sicurezza "interno". Tale fattore è perfettamente confrontabile con quello predetto "esterno" solo se lo stato di esercizio non supera il campo elastico o della sovrapposizione degli effetti e si rimane nel pieno ambito delle ipotesi prima ricordate poste alla base delle S.d.C.. Peraltro per un corretto confronto il fattore "esterno" deve essere applicato alla combinazione delle sollecitazioni di prova a rottura, senza scinderle per ciascun componente come prima delineato. Il percorso delle sollecitazioni o delle tensioni durante la vita della struttura, nonché il loro decorso nel tempo, influenzano sensibilmente l'uscita dal campo elastico ovvero l'entrata in campo plastico: in tal caso il fattore di sicurezza "interno" è più cautelativo di quello "esterno". Viceversa per valutare sperimentalmente rispetto alla rottura di un prototipo le sollecitazioni di esercizio è più attendibile il fattore di sicurezza esterno rispetto all'interno, più difficilmente quantizzabile specie in presenza di fenomeni d'instabilità (v. figura 5). Si deve far ricorso ad analisi non lineari perdendo la prima evidenziata limpidezza del modello lineare elastico per cui è stato proprio ideato il fattore di sicurezza "interno". Ciò va visto, come tutti i modelli descritti, come una chiara ginnastica mentale che consente di comprendere analogicamente le realtà, prima che quantizzarla digitalmente con metodi non lineari, in cui pericolosamente non si collega mentalmente l'input con l'output.

Si richiama poi che fra i criteri di plasticità più classici della Scienza delle Costruzioni per valutare lo stato tensionale a rottura dal quale distanziare con opportuni fattori di sicurezza interni lo stato tensionale ammissibile, vi sono quelli, per materiali isotropi, di Galilei e Rankine limitanti le tensioni normali massime, seguiti dal criterio di Tresca (v. figura 12 in alto) che caratterizza il collasso in

base alla tensione tangenziale massima. Tale criterio si attaglia per l'acciaio e la predetta tensione ideale è proporzionale alla tensione tangenziale "ottaedrica", ovvero la  $\tau$  lungo la giacitura di un ottaedro regolare i cui vertici si trovano sugli assi delle tensioni principali. Per il conglomerato invece il criterio di resistenza più attendibile è quello di Mohr in cui si ricerca sistematicamente l'involuppo di tutti i circoli  $\sigma$ - $\tau$  che innescano la rottura del materiale, tale involuppo è detto anche curva intrinseca di resistenza del materiale caratterizzato da ridotta resistenza a trazione. In quest'ultimo modello la distanza del circolo di Mohr di esercizio della curva intrinseca di resistenza, definisce proprio il fattore di sicurezza "interno" come mostrato in figura 12. Tale criterio è molto simile a quello di Coulomb attritivo, adatto a descrivere la rottura dei terreni nei quali le curve si approssimano ad una retta di pendenza pari all'angolo d'attrito  $\varphi'$  e con intercetta all'origine pari alla coesione  $c'$ . Altri criteri sono quelli legati all'energia potenziale elastica di Beltrami-Ritz da confrontare con l'energia di plasticizzazione ultima, criterio che sviluppa quelli iniziali proposti da Von Mises-Hencky e da Huber. Questi ultimi attribuivano la rottura eminentemente a combinazioni del deviatore delle tensioni principali (differenza media delle tensioni principali o raggio del circolo di Mohr) trascurando il contributo dello stato tensionale idrostatico (media delle tre tensioni principali, nel caso piano è l'ascissa del centro del circolo di Mohr) che è stabilizzante se di compressione e provoca invece accelerazione della crisi se di trazione (ad esempio surriscaldamento interno al materiale o prevalere dell'estensione).

Per la valutazione dello stato limite ultimo o rottura, come prima detto, è più utile svolgere le verifiche in termini di sollecitazioni e di spostamenti anziché di tensioni e deformazioni. Ciò specie per il confronto con i dati sperimentali che in campo non lineare o in presenza di forti imperfezioni, come nel legno con i nodi, si presentano in termini  $F - s$  anziché  $\sigma - \varepsilon$  (gli strain gauge del resto sono sostituiti con trasduttori di spostamento alle prime lesioni). Per valutare la sicurezza, con i criteri predetti, si deve allora analizzare il percorso delle sollecitazioni nel dominio di rottura ad es.  $M - N$  di una sezione in conglomerato armato (v. figura 12 in basso), anziché il percorso delle tensioni ideali rispetto al dominio delle curve intrinseche (v. figura 12 in alto).

La sollecitazione di pressoflessione in un pilastro ad esempio di "spina" di un edificio passa da uno sforzo normale quasi centrato ad uno anche inflesso per

effetto del vento e sino a rottura per effetto del sisma, lungo i percorsi delle rette  $e/d = M/Nd$ , essendo  $d$  l'altezza della sezione cementizia senza copriferro caratterizzante la posizione dell'armatura tesa.

I criteri di sicurezza rispetto ai descritti vari stati limite di comportamento della struttura prima delineati, peraltro personalizzati a seconda del tipo di materiale in progetto, sono stati tutti inizialmente usati con caratteristiche deterministiche anche nei riguardi delle azioni, ricercando un fattore di sicurezza unico sia "interno" che "esterno" come prima specificato.

Tali criteri non tengono conto dell'aleatorietà delle variabili in gioco soprattutto riguardanti le resistenze e le azioni. Come anticipato rispettivamente nelle figure 3, 4 e 6a,b per cercare di superare la problematica è stato introdotto nel modello matematico che individua il comportamento meccanico della struttura il calcolo *semiprobabilistico*. Si determina, in base alle leggi probabilistiche che governano le variabili del problema, la probabilità che queste raggiungano uno stato limite caratterizzato anch'esso da una funzione le cui variabili al limite raggiungono i valori estremi che non si devono superare. Ciascun parametro del modello di calcolo è caratterizzato allora da un valore medio  $\bar{X} = \sum X_i/n$ , con  $n$  numero delle misure, e da una varianza o scarto quadratico medio  $\sigma_x^2 = \sum (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)$  e da un coefficiente di variazione  $V_x = \sigma_x / \bar{X}$ .

Ciascuna variabile presenta allora una funzione di densità della probabilità  $f(x)$  nella quale si può indicare il valore caratteristico  $X_k$  tramite il frattile ad esempio al 5%, ovvero con probabilità tale che il valore non venga superato nel 90% dei casi, come delineato nelle figure 3 e 12.

Se la funzione di densità è ad esempio gaussiana risulta per il predetto frattile per cui  $X_k = \bar{X} + 1,64 \sigma_x = \bar{X} (1 + 1,64 V_x)$  mentre, se la distribuzione è esponenziale cosiddetta estrema di tipo I risulta invece  $X_k = \bar{X} (1 + 1,86 V_x)$  e così via per altri tipi di distribuzione aleatoria dei dati o addensamento intorno ai valori medi sintetizzato proprio dal coeff. di variazione  $V_x = \sigma_x / \bar{X}$ . La distanza fra  $X_k$  ed il valore di progetto  $X_d$  (design) rappresenta pertanto un fattore parziale di sicurezza  $\gamma_x$  nel metodo semiprobabilistico a livello I dello studio della sicurezza in termini probabilistici. Il moderno criterio semiprobabilistico della sicurezza cerca di superare i criteri deterministici proprio introducendo i predetti fattori parziali di sicurezza  $\gamma$ . A fianco al dominio di rottura  $M - N$  di figura 8 è

riportata la dispersione delle sollecitazioni di calcolo scaturenti dalla maggiorazione delle azioni di  $\gamma_p$  e  $\gamma_q$  e la dispersione della sollecitazione resistente scaturente dalla penalizzazione della resistenza dal conglomerato di  $\gamma_c$  secondo il delineato criterio semiprobabilistico per valutare la sicurezza su dati caratteristici (v. fig 6 e §III.1.1.)

L'aleatorietà dell'incremento delle sollecitazioni quale quella indotta dagli spostamenti del terreno o dagli eventi sismici, come la duale aleatorietà della riduzione della resistenza dovuta alla carenza di qualità e al degrado o indotta dall'instabilità e fatica ciclica, mettono in evidenza le differenze fra la virtuale perfezione dei modelli predetti (figura 3 o figura 5a sulle teorie riguardanti il dimensionamento), rigido ed elastico e plastico perfetti, e la caducità della realtà.

Tale aspetto non deve però creare sfiducia o rendere ipercritici verso la modellazione, cogliendone anzitutto le linee guida.

Il criterio di sicurezza semiprobabilistico agli stati limite basato sostanzialmente sulla maggiorazione del 50% delle azioni con particolare riguardo a quelle accidentali specie sismiche e sulla riduzione del 50% della resistenza rispetto a quella certa del materiale modello omogeneo ed isotropo o di qualità privo di imperfezioni, è soddisfacente. In pratica le opere in cui oltretutto prevalgono le azioni gravitative rispetto a quelle aleatorie sono più sicure e durabili come le costruzioni romane. Nelle macchine specie aeree in cui è necessario ridurre il peso, la vita delle strutture è invece molto corta e necessita di una continua manutenzione specie dopo forti tempeste, ovvero per forte prevalere del carico aleatorio rispetto a quello permanente. Così le opere in cui si "progetta" l'omogeneità della resistenza dei materiali nella costruzione suscitano una maggiore drabilità, qui intesa più come lunghezza di vita dell'opera più che solo resistenza maggiore agli agenti chimici aggressivi. Ciò persino se i moduli elastici non sono elevati come nelle murature con le bibliche pietre angolari che tuttora sfidano l'acciaio.

Il moderno criterio semiprobabilistico della sicurezza cerca di superare i criteri deterministici proprio introducendo i predetti fattori parziali di sicurezza  $\gamma_p$ ,  $\gamma_q=1,5$  ovvero, si ribadisce, che maggiorano del 50% i carichi specie accidentali e  $\gamma_m=1,5$  ovvero che penalizzano del 50% le resistenze dei materiali. Ciò consente di allontanare della distanza di sicurezza la curva di dispersione

dei carichi da quella della resistenza dei materiali, che normalmente sono di tipo gaussiano (v. figura 12).

Se il valore della Resistenza  $R$  supera quello della Sollecitazione  $S$  il progetto è costoso, viceversa si ha il crollo, per cui il progetto ottimale è per  $R_d = S_d$ . Il valore caratteristico dei carichi non deve superare ad esempio il 90% delle probabilità il valore medio, mentre il valore caratteristico della resistenza non deve essere inferiore ad esempio del 90% delle probabilità del valore medio. I fattori parziali di sicurezza per le resistenze, corrispondono allora al fattore  $\gamma_R = R_k/R_d \equiv (1-1,64V_R)R^-/R_d$ , funzione della densità di probabilità accertata di dispersione dei dati  $R$  e del frattile assunto per definire il valore caratteristico. Al crescere del tipo di dispersione o del coefficiente di variazione  $V_R$  caratterizzante la densità di probabilità, e dell'frattile da 0,05 a 0,20, cresce pertanto il fattore parziale di sicurezza  $\gamma_R$ ; inversamente risulta:  $\gamma_S = S_d/S_k = S_d/(1+1,64V_S)S^-$  per le azioni.

A sua volta l'antico criterio di sicurezza deterministico si basa su un coefficiente di sicurezza unico che può considerarsi, in base al predetto concetto di distanza di sicurezza, la somma  $\eta = \gamma_q + \gamma_m$  dei fattori parziali o in base alla probabilità composta meno conservativamente il prodotto  $\eta = \gamma_q \times \gamma_m$ . Si noti che la distanza di sicurezza ad esempio (v. fig.12) fra la retta di rottura per attrito ed il circolo di Mohr d'esercizio dell'elemento più sollecitato, rispecchia proprio il modello di distanza in termini deterministici.

Gli studi interamente probabilistici si basano poi sull'analisi della variabile aleatoria  $\Delta x_1$  caratterizzata dalla differenza fra la grandezza in esame e quella limite  $x_1$ , per cui, allorché si raggiunge tale stato, risulta  $\Delta x_1 = 0$ . L'indice di sicurezza viene definito allora tramite  $\beta = \Delta x_1/\sigma_{\Delta x_1}$  rapporto fra il valore medio di  $\Delta x_1$  e la sua varianza (studio probab. di livello II di Lind).

Al ridursi pertanto dell'aleatorietà dei parametri che governano il di calcolo il valore di  $\beta$  ovvero della sicurezza cresce ed il progetto è più affidabile.

I moderni criteri di sicurezza su basi interamente statistiche probabilistiche o stocastiche (Safety Reliability) si spingono, sul basare la sicurezza direttamente sulla valutazione della probabilità (livello III) che dati eventi non vengano superati (ad es.  $p = 10^{-6}$  che un caso insicuro si verifica su un milione di eventi) abbandonando i fattori  $\gamma$ . L'attrazione di tale criterio è però fortemente

condizionata dalla carenza di misura delle funzioni di distribuzione della densità di probabilità, delle deviazioni standard, riguardanti la dispersione dei dati. Ciò richiede di solito un numero di prove usualmente non immaginabili nei lavori ordinari, con un eccessivo rapporto costi – benefici. Già con un numero di prove inferiori a 10 per ogni dato, il criterio può essere di fatto illusorio, per un'interpretazione gaussiana ci vogliono almeno 12 misure, ovvero si vuole quantizzare "l'incertezza della misura dell'incertezza". Anatole France ricordava in proposito che il "Caso è lo pseudomino con cui si firma il Padre eterno".

Peraltro un'analisi di "sensibilità" degli effetti sul progetto indotti dal variare sistematico di  $V$ , indipendentemente anche dalle misure dei parametri in gioco, evidenziano quelli che più influenzano la sicurezza, indicando ove concentrare le misure o migliorare i dati, specie nei casi più delicati, come per il progetto di una centrale nucleare ove è richiesta la massima sicurezza.

Al crescere della complessità dei criteri di calcolo, per cercare di descrivere meglio la realtà, il legame tra input ed output per contro si perde, lasciando il senso di incertezza di usare i risultati ciecamente o di fatto validandoli paradossalmente solo se sono dello stesso ordine di grandezza di quelle desumibili con i criteri deterministici specie basati drasticamente sui modelli rigido e elastico perfetti prima descritti.

Peraltro la sicurezza sarebbe totale se la realtà fosse ben rappresentata da modelli perfetti, rimanere fittiziamente in tale "certezza" spostando gli "stati limite" dei modelli (figura 3) diviene allora un criterio che è meglio accettare convenzionalmente, anche nello spirito della ginnastica mentale basata sui modelli chiari in cui almeno il modello di calcolo è perfetto, e che oltretutto consentono di dare spazio alle tante altre discipline che contribuiscono al progetto, fondandoli sugli studi classici di Statica e di Scienza delle Costruzioni.

Tabella 1

**BATESON**

Epistemologia è un interrogativo su "quanto sia possibile" conoscere e su "quanto di fatto" si conosce

**VON FÖRSTER**

Epistemologia è parola formata da "epi" e "histanai": mettersi sopra, quindi pensare su

**MORIN**

Pensare insieme il certo e l'incerto, il logico ed il contraddittorio, mettersi tra conosciuto ed ignoto, chiaro ed oscuro, dove razionalità non è sinonimo di razionalizzazione, anzi ne è l'opposto.

Tabella 2

Buona disposizione nei confronti degli errori

- La *produzione* (inevitabile) degli errori
- La *tolleranza* (necessaria ed utile) per gli errori
- L'*idoneità* come modelli di azione precostituiti (i nostri protocolli) che si mantengono (sono utilizzabili) in situazioni e condizioni stabili
- La sfida del non prevedibile e la creatività che nasce dalla cooperazione tra produzione e tolleranza per il pronto cambiamento dei modelli di azione

von Weizsäcker

Confronto fra due teorie di valutazione della verità in campo scientifico

GALILEI	POPPER
Verificazionismo	Refutazionismo
La certezza è possibile.	La certezza è impossibile.
La scienza è basata sulla prova.	La scienza è basata sulla confutazione.
L'osservazione rivela la verità.	L'osservazione implica l'interpretazione.
Il rilevamento dei fatti precede la formulazione delle teorie	La formulazione delle teorie precede il rilevamento dei fatti
Una buona teoria predice molte cose.	Una buona teoria esclude molte cose.
Una predizione è tanto più informativa quanto più è conforme all'esperienza.	Una predizione è tanto più informativa quanto è più rischiosa o deviante dalle attese.
L'induzione è la fondazione logica della scienza.	La deduzione è la fondazione logica della scienza.
L'inferenza induttiva è logica.	L'induzione è illogica.
Una teoria può essere validata indipendentemente e assolutamente.	Una teoria può essere corroborata solo relativamente ad altre teorie.
Fra teorie in competizione è preferibile quella che è stata più spesso verificata.	Fra teorie in competizione di uguale confutabilità è preferibile quella che ha resistito a più test di tipo diverso.
Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono state provate vere con osservazioni obiettive.	Le teorie diventano tanto più scientifiche quanto più sono rese confutabili, sia attraverso riformulazioni, sia con il miglioramento metodologico.

Fig.13 Aspetti epistemologici della sicurezza

La *sicurezza* e la vita dell'opera scaturenti come detto al paragrafo precedente, dal valutare preventivamente nel progetto il rapporto peso – azioni accidentali, le distribuzioni delle masse e delle rigidità e la loro omogeneizzazione specie in termini di resistenza, fornisce allora pratica certezza. Inoltre il rapporto costi – sicurezza – manutenzione viene equilibrato sino al punto che nei moderni criteri di appalto europei, oltre all'importo lavoro iniziale viene richiesto di valutare i costi di manutenzione per la durata di vita dell'opera. Si pensi in proposito ai ponti romani ancora in esercizio con carichi maggiorati e senza manutenzione quantomeno secolare se non millenaria, e al vecchio detto abruzzese “chi più spende meno spende” a cominciare dai costi dei progettisti, come si ribadirà nel paragrafo finale, se si vogliono accrescere posti di lavoro ai laureati.

Quantizzare tutto ciò solo in base al valore aggiunto è immiserire la cultura del progetto che necessita di una preventiva sussidiarietà pubblica, programmata con congrui anticipi e non solo in emergenza.

Allontanandosi poi dai due modelli costitutivi classici, rigido per la Statica ed elastico per la Scienza delle Costruzioni, didatticamente chiari, sottoponendoli a continue variazioni di normative che tutto vorrebbero prevedere probabilisticamente o formulare modelli per qualsiasi realtà, è un'altra perdita della limpidezza delle radici dei modelli classici a guidare la ragione. Normative che non possono comprendere tutti i casi della realtà costituiscono una fittizia limitazione di fatto alle responsabilità, proprio quelle che paradossalmente si vuole far rispettare, come evidenziava Nervi nel suo bel volumetto “Scienza o Arte del Costruire” in cui avrei preferito un “e Arte” non per diplomazia ma per armonia (pur se utopistica) fra Ingegneri ed Architetti, almeno per le radici culturali.

La complessità della realtà può indurre in diversi tipi di errore nel valutare la sicurezza di un progetto. Il pensiero quantitativo prevale su quello riflessivo qualitativo senza equilibrare il contributo dell'emisfero cerebrale destro “digitale” con quello sinistro “analogico”, scadendo nel *riduzionismo* illuminista o neopositivista o più estensivamente *nell'errore epistemologico* indicato nelle tabelle 1 e 2 di figura 13. Il calcolo digitale, dall'etimologico “numerare con le dita” (digit = cifra) valori finiti, al complicarsi dell'algoritmo costringe a fidarsi degli output destando, come già detto, insicurezza a chi “vuol toccar con mano”. Il calcolo analogico (valori infiniti) trasferendo aspetti e forme bene

studiate, per similitudine, a quelle in esame, specie usando la grafica per descrivere la Statica, è naturalmente più valido per la mentalità degli Architetti. La tecnologia inoltre se non è vista come riflessione sulle metodiche tecniche, fa eccedere nell'uso per cercare di interpretare la complessità, cadendo nel tecnicismo e dimenticando magari metodi ampiamente comprovati in passato. Nell'indagine per gli studi di consolidamento statico si vede ad esempio fare la termografia, prima del rilievo storico della consistenza muraria e del quadro fessurativo. Oppure si svolgono poche raffinate prove geotecniche triassiali erratiche in terreni alluvionali eterogenei che, come prima detto (v. figura 4), vanno invece provati in sito sistematicamente con il penetrometro statico. Situazioni analoghe si verificano in campo sismico. Le procedure inoltre ed i "protocolli" interpretativi delle cause, in particolare con criteri statistici – probabilistici sono usati per incasellare la complessità, cadendo negli eccessi del *previsionismo* desunto da pochi dati, dimenticando di ascoltare la realtà.

La stessa Ricerca "pura" sui modelli deve essere al servizio della realtà come ad es. il triassiale sui campioni ricostitutivi per valutare la variazione della resistenza al variare del grado di sovraconsolidazione o gli studi degli spettri sismici di progetto agli stati limite.

La comprensione eccessiva poi della realtà economico – imprenditoriale, può distorcere il rapporto ottimale costi – benefici in termini di sicurezza, cadendo nel *permissivismo*.

Davanti alle vite umane, non quantizzabili in denaro, è opportuno peraltro svolgere l'analisi rischio – benefici con spirito di prevenzione, anziché costi – benefici con *relativismo etico* o continua emergenza a disastri avvenuti.

Per rimanere solo nel merito stretto dell'impiego della modellazione meccanica per valutare la sicurezza di un progetto è opportuno percorrere parallelamente, sia la via *verificazionista* galileiana o della certezza ammissibile, sia la via *confutazionista* popperiana o del rischio, quindi dell'errore accettabile.

Questi due percorsi per ricercare la certezza se seguiti sino al limite estremo portano rispettivamente o ad un falso determinismo progettuale o all'impossibilità di decidere. E' evidente che il giusto è fra le due vie, convivendo con una buona disposizione verso gli errori opinabili, nella speranza che ciò con il massimo discernimento sia compreso dagli assicuratori costretti a

quantizzare il male e temperato dai magistrati in parte costretti a separare il bene dal male.

Il moderno criterio probabilistico sulla sicurezza tenta, come prima delineato, di recuperare i difetti dei criteri di sicurezza deterministici, con il nobile scopo di ricercare come meglio contemperare la complessità della realtà e della dispersione dei dati. Come tutte le ideologie si può cadere però nell'integralismo. La presenza infatti delle coazioni indotte specie dai cedimenti fondali o peggio da terremoti appena pregressi (after shock), oppure i fenomeni di fatica o di usura del tempo agenti sulla resistenza dei materiali o la sensibile eterogeneità delle strutture o dei terreni, può scardinare la predetta ricerca probabilistica di certezza. Ciò specie nel campo del consolidamento, della geotecnica e delle costruzioni sismiche o resistenti al vento a raffica ed alle mareggiate, oppure all'incendio o addirittura all'esplosione come richiesto dai militari con costi elevatissimi.

Le normative si rimettono di fatto peraltro ai criteri deterministici proprio nei predetti campi ove l'aleatorietà è maggiore solo per la carenza di misure della dispersione dei dati.

Si riprendono allora le considerazioni sopradette dettagliatamente svolte dal Prof. Nordio Ordinario di Pediatria a Trieste, sulla necessità di "convivenza" con gli errori, pur minimizzati, nella cure dei neonati patologici che richiedono una "sicurezza" massima per evitare sofferenze e lutti. Dal suo articolo comparso su "Medicina e Morale" sono tratte le tabelle di fig. 13 in cui si pongono a confronto le due classiche vie, verificazionista di Galilei e confutazionista di Popper per risolvere problemi e fare previsioni.

Il criterio di basare le decisioni sulla falsificazione del modello, per prevedere la familiarizzazione con gli errori e quindi la scoperta del risultato desiderato, rovescia il criterio verificazionista in cui il modello decisionale serve per prevedere il risultato e quindi verificare l'errore possibile.

Tanti sforzi peraltro protesi a prevenire errori e contenere dispersioni tramite una ciclica aggregazione e disaggregazione dei dati e dei trend noti, non può certo cadere nella "negligenza", "imperizia" ed "imprudenza", cause per cui un errore deve giustamente essere incriminato dal Pubblico Ministero. I progettisti non possiedono dogmi come i teologi e sono costretti, ma anche stimolati, dal cercare di superare le difficoltà reali, accettando i margini di

rischio da errori accettabili non capziosi né vessatori, che corre solo chi fa con coraggioso spirito d'iniziativa, del tipo imprenditoriale sano.

I limiti di separare le variabili per analizzarle in modelli mentre sono un valido sussidio didattico, possono opacizzare o cristallizzare la conoscenza della realtà vera, percorribile in ogni caso anche per via qualitativa specie etica.

A tal proposito inoltre il Nobel per la Medicina Jacob afferma "...ciò che è vero è che la bellezza e la verità cambiano con le culture e in una stessa cultura con i tempi" senza aprioristici dogmatismi, né facili sincretismi.

Per ritornare ancora verso il quantitativo meccanicistico oltre ad incrementare la sperimentazione reologica sino al monitoraggio in vera grandezza per consentirne la ricostruzione "a posteriori" delle caratteristiche meccaniche dei materiali, come descritto nel precedente paragrafo, per meglio propagare i dati di progetti complessi, e trasmettere l'esperienza fra generazioni, è importante introdurre il concetto di *stati limite: di esercizio ed a rottura od ultimo*.

Per lo stato limite di esercizio si può far riferimento ai criteri di sicurezza classici delle Scienze delle Costruzioni all'inizio richiamati, basati sulla limitazione della distanza del deviatore delle tensioni principali ovvero del circolo di Mohr o percorso delle tensioni più sfavorevoli, dalla curva intrinseca di resistenza del materiale in particolare attrittiva coulombiana. Più direttamente si possono limitare gli spostamenti e le rotazioni delle strutture in rapporto alle luci ( $\delta/l \pm 1/500$ ), o porre l'attenzione che non si inneschino fessurazioni per eccesso di trazioni, come delineato in figura 5 sul predimensionamento.

Fra i detti criteri quello anche tradizionalmente più impiegato in passato viene definito metodo delle *tensioni ammissibili* nel quale la tensione di esercizio  $\sigma_{ideale} \leq \sigma_{amm} = \sigma_f / \eta$  essendo  $\eta$  il fattore di sicurezza "interno" deterministico rispetto alla tensione di rottura del materiale  $\sigma_f$ . I vantaggi di tale metodo, generalizzato nell'analisi allo stato *limite di esercizio* oltre a quelli detti di controllare le frecce elastiche e quindi le rigidezze e di predimensionare il calcolo specie iperstatico, nel caso del cemento armato consente di usufruire della semplificazione, di omogeneizzare il ferro con il cemento tramite il rapporto dei moduli e soprattutto di controllare l'aderenza dei ferri nei nodi vincolandoli idoneamente.

Il metodo però presenta diverse critiche specie per il c.a. ove il calcestruzzo si fessura già in campo d'esercizio, pur elastico in compressione, per cui è più

realistico esaminare lo stato *limite a rottura* specie al taglio per esaminare i margini di sicurezza reali. I vantaggi di tale analisi sono quelli di tener conto più realisticamente dell'aleatorietà dei carichi (che esasperano le rigidzze nell'analisi puntuale elastica ovvero priva di qualsiasi punto plasticizzato) e di basarsi su fattori di sicurezza "esterni" temperanti le plasticizzazioni. E' consentito poi di valutare il ruolo della duttilità (v. figura 9) e rapportando la sicurezza a sollecitazioni resistenti ben quantizzabili sperimentalmente. Per tale ragione le moderne normative richiedono di svolgere i calcoli in base allo stato limite di rottura da affiancare a quelli dello stato limite di esercizio per usufruire anche dei vantaggi di quest'ultimo.

Per ambedue gli stati limite sono state descritte le corrispondenti combinazioni delle azioni e dei relativi fattori parziali di sicurezza (v. fig. 6a,b) da accoppiare a quelli penalizzanti le resistenze (v. figura 3).

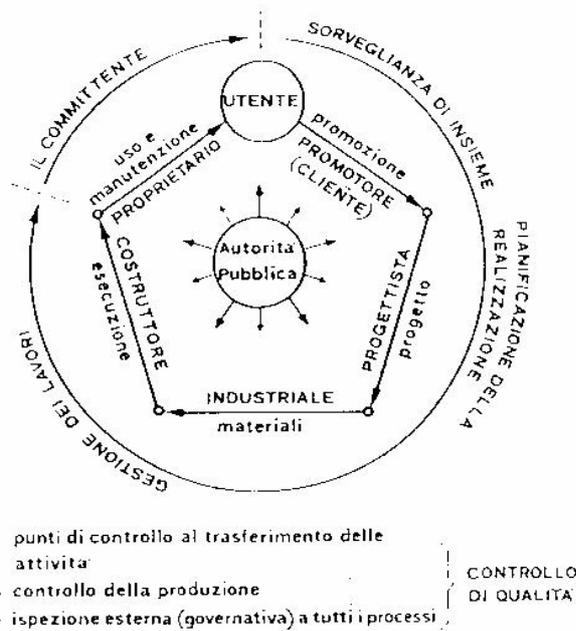
La Didattica e l'uso del Calcolo nella progettazione ha subito una forte modificazione con l'avvento del calcolatore.

La manualistica che prima si basava su analisi parametriche riassunte in "carte universali" o in "nomogrammi" o in pazienti tabulazioni, oggi sono solubili caso per caso evidenziando con l'analisi di sensibilità i parametri che più influenzano il progetto.

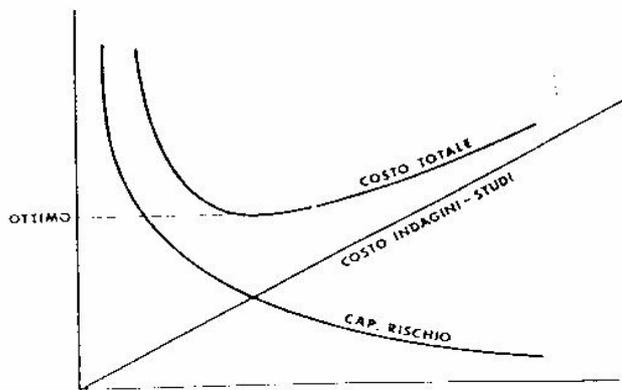
I fogli elettronici e i data base non pongono limiti all'entità dei dati manipolabili e ciò consente di tener conto di un numero elevatissimo di equazioni per ciascuna condizione di carico, o legge costitutiva, o aleatorietà varie.

E' evidente però quanto siano dapprima necessari gli insegnamenti classici ad iniziare da quelli di Statica grafica, e la valutazione degli ordini di grandezza dei fenomeni da valutare con calcoli in "forma chiusa" in modo da effettuare un sano predimensionamento.

La cultura acquisita dal passato si combina così con l'evoluzione presente, senza nostalgie o eccessi di avanguardia, rimanendo soprattutto al servizio dell'uomo.



Pentagono rappresentativo del sistema di assicurazione della qualità.



Rappresentazione schematica dei costi concorrenti all'effettivo costo della progettazione di una fondazione.

**Fig. 14** Analisi costi-rischi e controllo di qualità

Tener conto di tali criteri è importante per la valutazione dei costi specie nel campo del consolidamento di vecchi abitati in zone geologicamente tormentate anche per effetto del sisma o delle alluvioni.

La "performance bond" del progettista con gli operatori economici pubblici e privati è inoltre fondamentale, specie in fase di studio, progetto e preventivo estimativo, articolato in indice dei prezzi unitari, analisi dei costi (incidenza materiali, mezzi, manodopera) e computo metrico.

La figura 14 riassume in merito l'assicurazione della qualità, più che la qualità degli Assicuratori, per prevenire i rischi o i costi imprevisti risparmiando sugli studi, rilievi ed indagini.

Questo deve portare anche a formulazioni delle normative da parte degli estensori pubblici dei codici, che non possono cambiare ed amplificarsi con frequenza troppo elevata, specie se a carattere cogente come è in Italia, a differenza degli altri paesi Europei. Ancora una volta, anche le norme devono esprimere la "rigidezza" al posto della perfetta rigidità, in modo da prevenire il male.

La miriade di codici, come del resto di leggi, finisce per non creare qualità o giustizia, meglio meno norme "imperfette" ma che siano rispettate basandosi sulla tradizione dell'Arte del costruire con responsabilità prescritte, senza continue capziose varianti, ciò naturalmente senza nulla togliere al progresso della Scienza.

L'impiego poi di tecnologie sempre più limitanti il costo della manodopera, sino alla produzione delle macchine "usa e getta" per evitare la manutenzione, ha snaturato la qualità delle costruzioni edili degradando l'ambiente. Si è andato dimenticando l'importanza dell'artigianalità delle maestranze e dei materiali naturali che sono durati secoli con costi non drogati dal valore aggiunto degli ultimi ritrovati della chimica.

La cooperazione tecnica e la "configuration management", per usare il pragmatismo anglosassone, fra committente, progettista, direttore dei lavori, fornitori, produttori di officina o prefabbricatori, collaudatori in corso d'opera, è fondamentale per la qualità e la sicurezza dell'opera in modo che al suo completamento si disponga degli elaborati "come costruito" (as built) per il saldo ai vari stati di avanzamento.

Gli utenti dell'opera devono poi rispettare i limiti di esercizio (*serviceability*) dell'opera e curarne la manutenzione per allungarne la vita, come quella

umana, ammettendo anche la fine per demolizione, anche per una riqualificazione urbanistica.

In tale ottica l'importo lavori deve essere tarato anche sul costo della manutenzione per la vita dell'opera, in modo che questo non sia scaricato totalmente alla generazione successiva che già deve pagare i danni per carenze occupazionali ed eccessi assistenziali pensionistici.

Il contenimento della spesa, specie pubblica, tramite un'attenta manutenzione, fu evidenziato già da Tommaso Moro nella sua Utopia del 1516, che continua ancora a rimanere tale.

La ricostruzione, specie su terreni centrali di valore, può creare nuovo lavoro oltre che ridare qualità alle città evitando espansioni "dormitorio" e riducendo il traffico, l'impiantistica stradale e soprattutto la lontananza dalla bellezza dei centri storici.

Il "controllo di qualità" previsto dalle normative per le varie tecnologie e la gestione ben coordinata di cantiere hanno un costo che è oltremodo contemperato dal risparmio sulla spesa pubblica e privata, e crea lavoro a tanti tecnici preparati che meritano un'attività adeguata e dignitosa a qualsiasi età, e con tempi di consegna validamente proporzionati alle difficoltà di reperire i dati e di redazione del progetto.

L'attuale proposta del *project financing* per promuovere il coinvolgimento di soggetti privati rispetto alle pubbliche amministrazioni al fine di realizzare l'intero ciclo di progettazione, realizzazione e gestione con fornitura di servizi a tariffa per rifarsi degli investimenti, può finire per far acquisire al mondo della finanza solo i settori pubblici redditizi, come sta accadendo nel campo sanitario. Urge allora che il gettito fiscale sia mirato preventivamente solo ai settori veramente deboli con principio di sussidiarietà pubblica rispetto all'iniziativa privata, che deve mantenere il valore di creare posti di lavoro non assistenzialisti, ma di tirocinio non precario a lungo, e non soggetti alla spinta dell'emergenza mai prevenuta.

# **PARTE II**

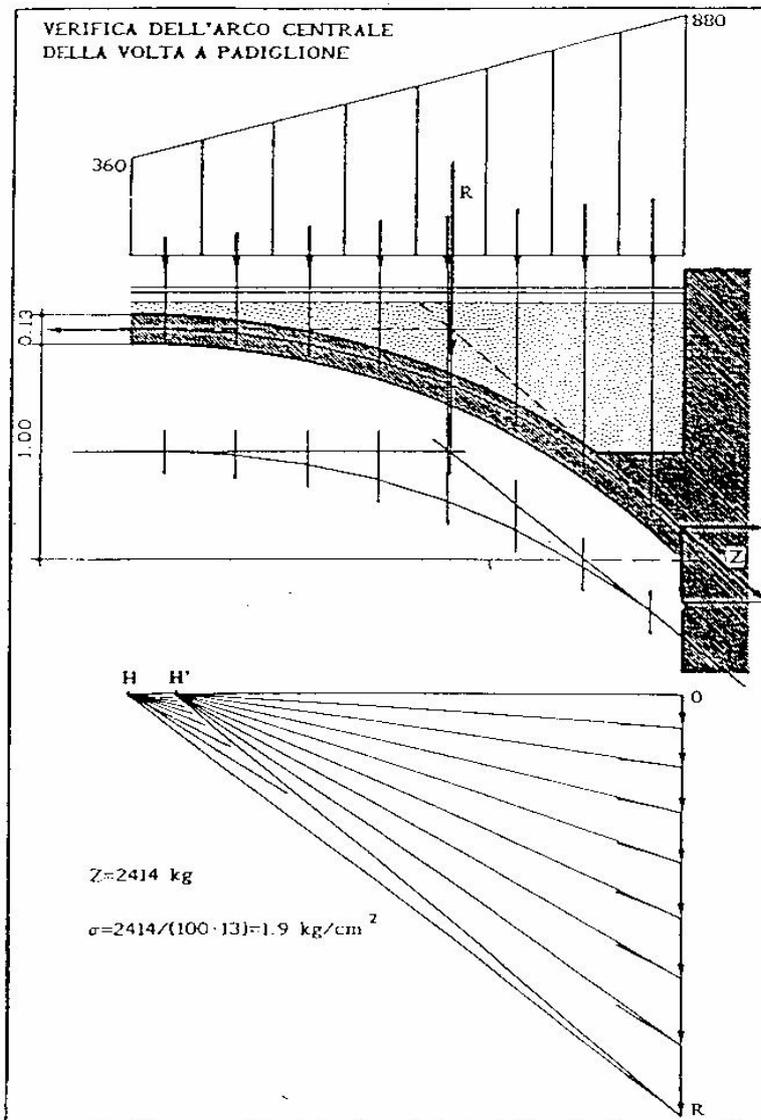
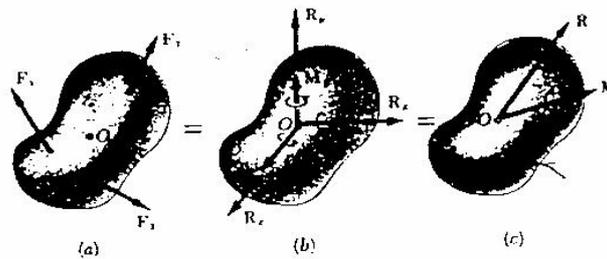
## **EVOLUZIONE DEL LINGUAGGIO MATEMATICO NELLA STORIA DEL CALCOLO DI ELEMENTI STRUTTURALI**

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

$$\cos \theta_x = \frac{R_x}{R} \quad \cos \theta_y = \frac{R_y}{R} \quad \cos \theta_z = \frac{R_z}{R}$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

$$\cos \phi_x = \frac{M_x}{M} \quad \cos \phi_y = \frac{M_y}{M} \quad \cos \phi_z = \frac{M_z}{M}$$



Riduzione vettoriale di un sistema di forze a Risultante e Momento risultante e loro annullamento Grafico per calcolare le reazioni vincolari isostatiche

# **INDICE**

INTRODUZIONE

## **II.1 TRAVE CONTINUA**

II.1.1 CALCOLO GRAFICO

II.1.2 CALCOLO ALGEBRICO

II.1.3 CALCOLO DIFFERENZIALE

II.1.4 CALCOLO MATRICIALE

## **II.2 CAPRIATA SEMPLICE**

II.2.1 CALCOLO GRAFICO

II.2.2 CALCOLO ALGEBRICO

II.2.3 CALCOLO DIFFERENZIALE

II.2.4 CALCOLO MATRICIALE

## **INTRODUZIONE**

Nella II<sup>a</sup> parte si vuole richiamare i collegamenti con i corsi di Analisi Matematica e Geometria Descrittiva, ovvero ricordare che la Matematica è il linguaggio con cui parla la Fisica,.

Senza cadere nella Retorica, anche nella Matematica c'è una profonda radice Umanistica , che deve far stupire ed incuriosire più che inaridire.

In particolare nella II<sup>o</sup> parte si accenna all' evoluzione dei linguaggi di calcolo, per evidenziare l' immediato legame con gli aspetti meccanici dei metodi grafici vettoriali, più che per richiamare i peraltro brillanti metodi algebrici e differenziali, ormai ampiamente superati dai simulatori matriciali con i programmi di calcolo al computer.

Nella presente dispensa si è cercato, come più volte evidenziato, di esporre i contributi alla progettazione delle tre materie: Statica, Scienza delle Costruzioni e Tecnica delle Costruzioni in base ai modelli delineati nella 1<sup>a</sup> Parte, nell'analisi di ogni elemento strutturale si ripercorrono allora i seguenti linguaggi classici:

Analisi dei carichi e combinazioni di norma

Statica: Schema della struttura monodimensionale ridotta a isostatica

Analisi statica e pseudostatica grafica

Analisi algebrica con le equazioni di equilibrio

Analisi differenziale con il Principio dei Lavori Virtuali esterno

Analisi con la matrice statica trasposta della cinematica

S.d C. Schema della struttura monodimensionale iperstatica

Analisi elastica grafica

Analisi algebrica con l'equazioni di equilibrio e di congruenza

Analisi differenziale con il P.L.V. esterno ed interno

Analisi con la matrice di rigidezza

T. d C. Schema della struttura in c.a. (v. Parte III)

Progetto con il metodo delle tensioni ammissibili

Progetto allo stato limite d'esercizio

Progetto allo stato limite ultim

Verificai della sicurezza –costi -durabilità

Non si esaminano gli schemi strutturali bi-tridimensionali ,e si rinvia alla prima parte per l' accenno all'analisi dinamica ,in quanto esulano dalle finalità didattiche, miranti in questa seconda parte solo a delineare l'evoluzione del linguaggio matematico per analizzare sempre la stessa struttura, e poi a "ricucire" l' iter dimensionale, tradizionalmente suddiviso in tre Corsi.

E' evidente che, volendo delineare tali aspetti formativi, sono stati sviluppati estesamente con tutti i metodi, solo il calcolo delle sollecitazioni di una trave continua e di una capriata semplice.

In alcuni casi si è ricorso a semplificazioni di calcolo con il fine di fornire comunque dei termini di confronto con le soluzioni più elaborate.

Si è cercato inoltre di usare gli stessi simboli al mutare del linguaggio matematico per evitare di confondere grandezze fisiche diverse nel calcolo.

Si consiglia , ai fini esercitativi, di modellare delle strutture semplici prese da esempi di oggetti reali o da elementi del progetto di composizione architettonica,e di analizzarle tramite tavole anzitutto di statica grafica, in cui la Geometria delle Masse si sovrappone al rilievo disegnato secondo i canoni di Geometria Descrittiva., con piante e sezioni correlate, per evidenziarne in particolare la regolarità della distribuzione inerziale nello spazio.

Come descritto nella I° Parte, si vuole soprattutto evidenziare il profondo legame originario fra l'Architettura e l'Ingegneria delle Costruzioni, che non deve perdersi. Questa Parte II peraltro può non essere studiata nel dettaglio dei calcoli, mentre s'invita soprattutto a coglierne i criteri di evoluzione a partire dall'impiego diretto del poligono delle forze chiuso ( $R=0$ ) e del poligono funicolare chiuso ( $M=0$ ) , così ben materializzato dai modelli in gesso di Gaudì ( v. I. 3) su cui basò la progettazione delle sue emblematiche opere.

Con tale spirito si è posto simbolicamente a copertina di ogni parte una classica risoluzione grafica, ad iniziare dall' esempio dell' analisi statica grafica di un pilone di una chiesa del 1492 ben progettata nella distribuzione delle masse,

## II.1 TRAVE CONTINUA

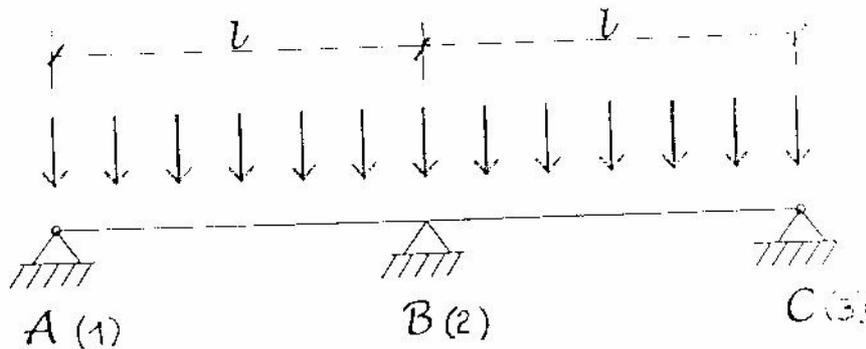
### II.1.1 CALCOLO GRAFICO:

#### METODO DI MOHR

Risoluzione per sovrapposizione degli effetti

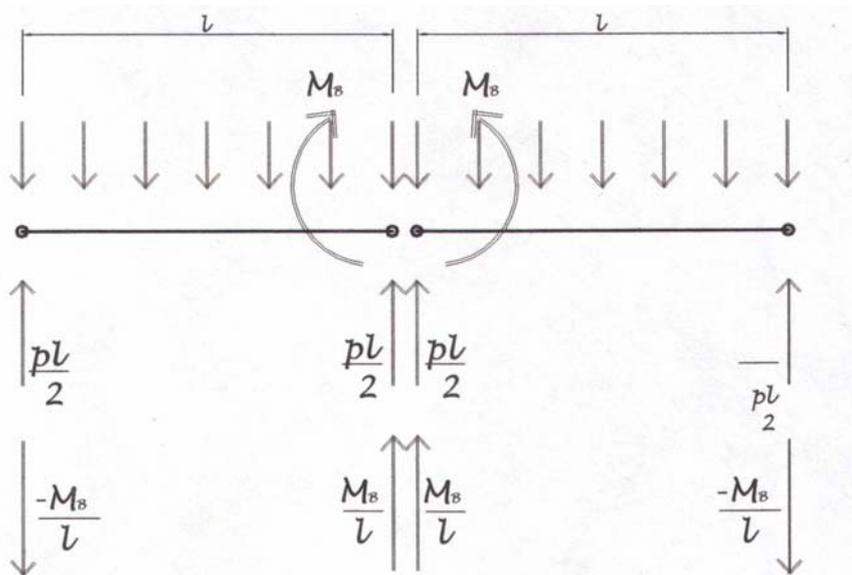
Si semplificano i vincoli all'estremità senza incastri

$$M_A = M_B = 0$$



(la numerazione fra parentesi per le travi trasversali dell'edificio della 3<sup>a</sup> Parte)

#### ▪ SISTEMA PRINCIPALE ISOSTATICO

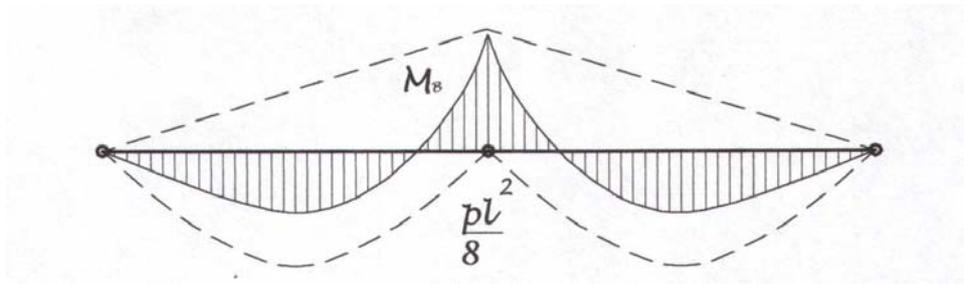


Ricarico delle reazioni sull'appoggio centrale e scarico dei laterali del momento iperstatico di trasporto delle reazioni vincolari

$$\frac{M_B}{l} = \frac{pl}{8} = 25\% pl$$

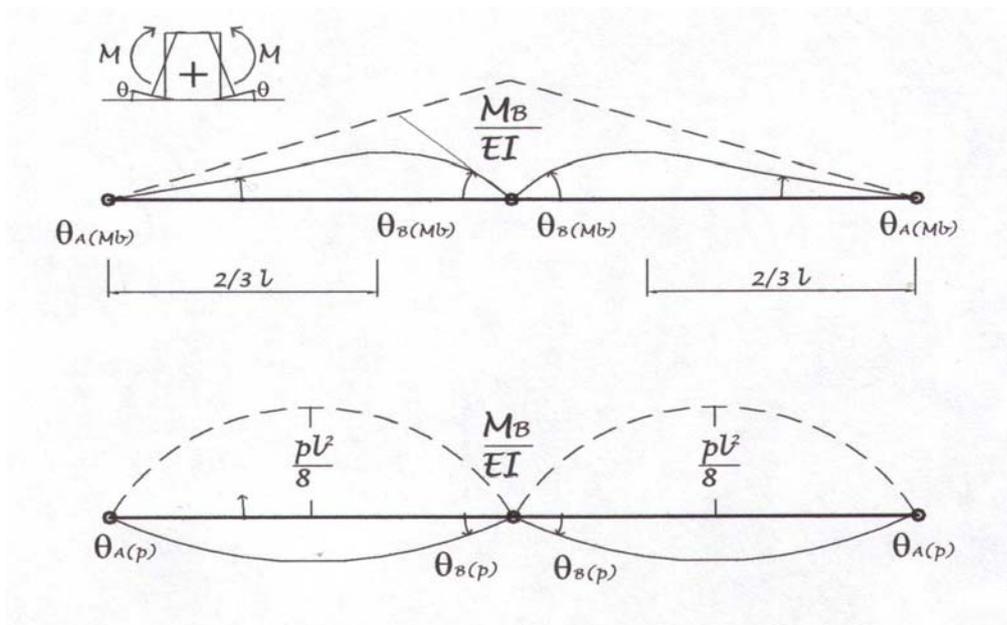
rapporto fra la reazione iperstatica ed isostatica.

DIAGRAMMA DEI MOMENTI PER SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI



ROTAZIONI CON IL METODO I MOHR

Si carica la trave con i diagrammi dei momenti e si calcolano le reazioni che sono pari alle rotazioni, essendo queste le derivate terze dei carichi vedi linea elastica in II.1.3.



$$\theta_B l = \frac{1}{2} \frac{M_B}{EJ} l \frac{2}{3} l \rightarrow \theta_B l = -\frac{M_B l}{3EJ} \quad \theta_B l = \left( \frac{2}{3} \frac{pl^2}{8} l \right) \frac{1}{EJ} l / 2$$

$$\theta_A l = \frac{1}{2} \frac{M_B}{EJ} l \frac{1}{3} l \rightarrow \theta_A l = -\frac{M_B l}{6EJ} \quad \theta_A = \theta_B = \frac{pl^3}{24EJ} l$$

EQUAZIONE DI CONGRUENZA

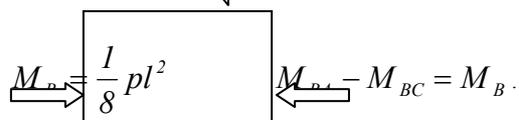


SISTEMA



EQ. DI EQUILIBRIO

$$-\frac{M_B}{3EJ} + \frac{pl^3}{24EJ} - \frac{M_B}{3EJ} + \frac{pl^3}{24EJ} = 0$$



## II.1.2 CALCOLO ALGEBRICO:

### METODO DELLA CONGRUENZA DEGLI SPOSTAMENTI DI CLAPEYRON E MULLER BRESLAU

Il sistema principale si ottiene togliendo vincoli sino all'isostaticità, ad esempio tramite cerniera sull'appoggio centrale B:

Il metodo è vantaggioso nel calcolo manuale quanto più la struttura è isostatica o a nodi spostabili peraltro, dovendo scegliere opportunamente il SISTEMA PRINCIPALE, il metodo non si presta al calcolo automatico come il metodo delle forze. Si rendono equivalenti i carichi ai nodi tramite i momenti d'incastro perfetto:

$$m_{AB} = m_{BA} = m_{BC} = m_{CB} = \frac{pl^2}{12} \quad (\text{vedi in seguito}).$$

Si ipotizzano:

- i nodi fissi:  $\delta=0$ ; la rotazione è  $\vartheta = \frac{M}{K}$
- che per reazione iperstatica unitaria risulta  $\vartheta = \frac{1}{K}$
- $l_{BA} / E_{BA} J_{BA} = l_{BC} / E_{BC} J_{BC}$
- negli altri nodi  $M_A = M_C = 0$ ;
- assenza di pilastri  $m_C = 0$  eventuale momento esterno di incastro perfetto.

Si trascura il contributo  $\Sigma x$ ;  $\Sigma y$  ovvero T ed N.

Si cerca l'unica soluzione congruente in ciascun nodo i nel caso B:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \vartheta_i (M_{ir}; M_{ri}; p; \delta) &= 0 \quad (p \rightarrow m) \\ \vartheta_{BA} (M_{BA} = 1) + \vartheta_{BA} (M_B = 1) - \vartheta_{BA} (m_{BA}) - \vartheta_{BA} (m_{BA}) &= \\ = -\vartheta_{BC} (M_{BC} = 1) - \vartheta_{BC} (M_C = 1) + \vartheta_{BC} (m_{BC}) + \vartheta_{BC} (m_{BC}) & \end{aligned}$$

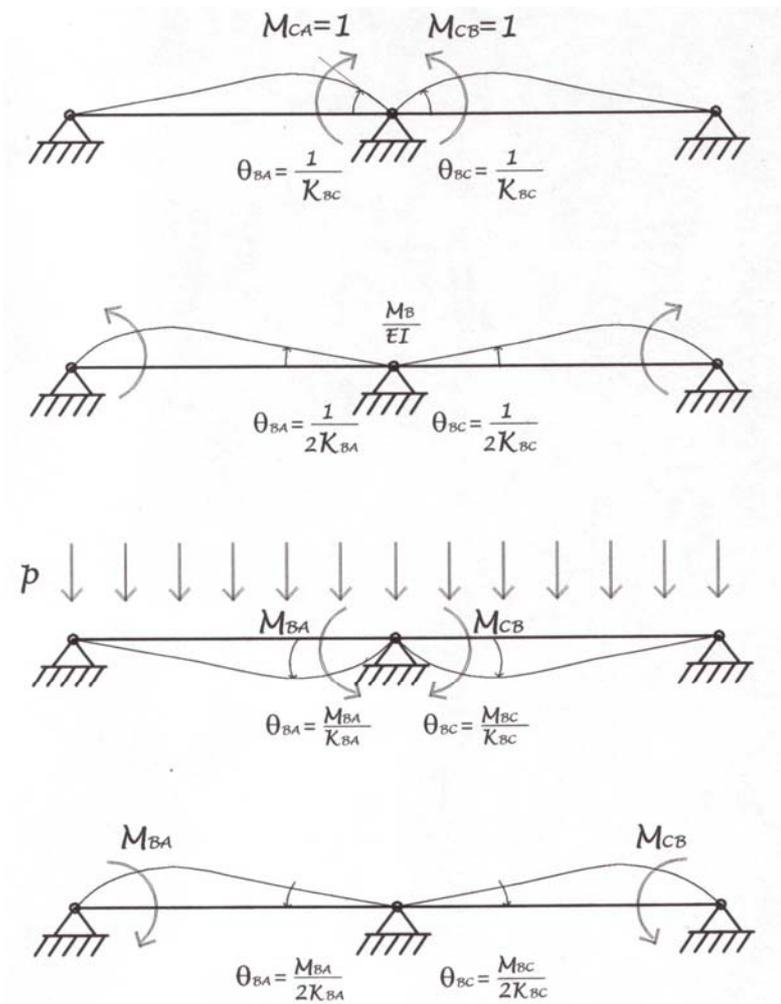
ovvero l'EQUAZIONE DEI 4 MOMENTI

$$\begin{aligned} \frac{l_{BA}}{E_{BA} J_{BA}} (M_A + M_{BA}) + \frac{6 l_{BA}}{6 E_{BA} J_{BA}} (2 M_{BC} + M_C) &= \\ = \frac{l_{BA}}{6 E_{BA} J_{BA}} (m_{BA} + m_{BA}) + \frac{l_{BC}}{6 E_{BC} J_{BC}} (2 m_{BC} + m_{CB}) & \end{aligned}$$

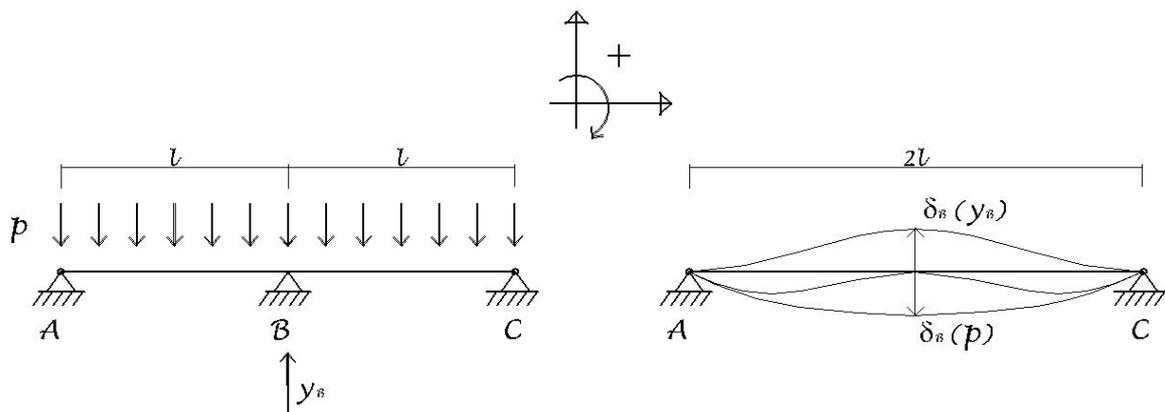
fra tutte le configurazioni equilibrate:

$$m_C - \sum_{i=1}^r M_{ir} = 0; \quad M_{BA} = M_{BC} = 0$$

$$4M_B = 6m = \frac{6}{12} pl^2; \quad M_B = \frac{1}{8} pl^2$$



Un altro SISTEMA PRINCIPALE si ottiene togliendo un vincolo sino all'isostaticità



eliminando l'appoggio centrale in B:

Equazione di congruenza alla traslazione verticale:

$$\delta_B(y_B) - \delta_B(p) = 0$$

l'unica che riporta gli appoggi a livello

$$\frac{8}{384} y_B \frac{(2l)^2}{EJ} = \frac{5}{384} 2pl \frac{(2l)^2}{EJ}; y_B = \frac{5}{4} pl$$

fra tutte le configurazioni equilibrate alla traslazione verticale

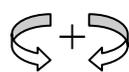
$$f_{yi} - \sum_{i=1}^r y_i = 0 \quad y_A = y_C = \frac{p \cdot 2l - y_B}{2} = \frac{3}{8} pl$$

si suppone l'assenza dei carichi concentrati nei nodi  $f_v = 0$ , il momento sull'appoggio centrale:

$$M_B = \frac{3}{8} pl^2 - \frac{pl^2}{2} = -M_B = -\frac{pl^2}{8}$$

si noti che il valore prima trovato di  $M_B$  positivo, come qui di  $y_B$  è dovuto al fatto che il verso presupposto per la reazione iperstatica è già concorde con quello della convenzione ipotizzata.

La risoluzione del sistema di equazioni fornisce pertanto una reazione iperstatica positiva, se questa venisse invece negativa, ne va cambiato il verso iniziale presupposto, in tal modo il diagramma dei momenti è sempre dalla parte delle fibre tese; nei calcoli precedenti  $M_B$  è stato posto con il verso giusto, se invece fossero stati posti ( $M_{BA}; M_{BC}$ ) come da convenzione in accordo anche con la tradizione delle fibre tese inferiori positive, si sarebbe avuto



$$M_B + \frac{pl^2}{4} = 0 \rightarrow M_B = -\frac{pl^2}{4}$$

Il metodo degli spostamenti è quindi tanto meno oneroso nel calcolo a mano quanto più il sistema è poco iperstatico al contrario del metodo delle forze dopo delineato, per la trave a due campate tutta incastrata necessitano 3, anziché 1, equazioni di congruenza nel sistema risolvente, infatti risulta:

$$\left\{ \begin{array}{l} -M_A \frac{l}{3Ej} - M_{BA} \frac{l}{6Ej} + \frac{pl^3}{24EJ} = 0 \rightarrow -8M_A - 4M_{BA} + pl^2 = 0 \rightarrow M_A = \frac{pl^2}{8} - \frac{M_B}{2} \\ + M_C \frac{l}{3Ej} + M_{BC} \frac{l}{6Ej} - \frac{pl^3}{24EJ} = 0 \rightarrow 8M_C + 4M_{BC} - pl^2 = 0 \rightarrow M_C = \frac{pl^2}{8} - \frac{M_B}{2} \\ + M_A \frac{l}{6Ej} + M_{BA} \frac{l}{3Ej} - \frac{pl^3}{24EJ} = -M_{BC} \frac{l}{3Ej} - M_C \frac{l}{6Ej} + \frac{pl^3}{24EJ} \\ M_{BA} = M_{BC} = M_B \rightarrow -\frac{M_B}{2} + \frac{pl^2}{8} + 2M_B - \frac{pl^2}{4} = 2M_B + \frac{M_B}{2} - \frac{pl^2}{8} - \frac{pl^2}{4} \\ 3M_B = -\frac{pl^2}{4} + \frac{pl^2}{2} = -\frac{pl^2}{4} \rightarrow M_B = \frac{pl^2}{12} \end{array} \right.$$

Se si utilizza la completa simmetria delle travi allora si ritorna alla semplificazione di una sola equazione di congruenza essendo

$M_A = M_B = M_C$  risulta:

$$-M_A \frac{l}{3Ej} - M_B \frac{l}{6Ej} - \frac{pl^3}{24EJ} \rightarrow M_A = M_B = \frac{pl^2}{12EJ} \leftarrow \vartheta_A = \vartheta_B = \vartheta_C$$

ovvero si esamina una sola campata incastrata con tutte le considerazioni sui segni già svolte, il ricorso dei vantaggi della simmetria sarà utilizzata anche nel calcolo matriciale.

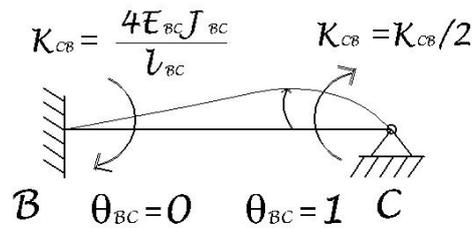
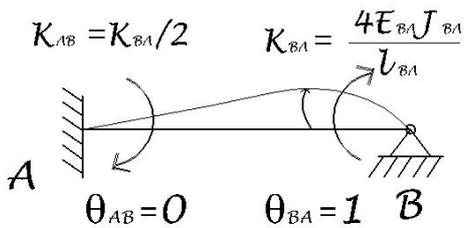
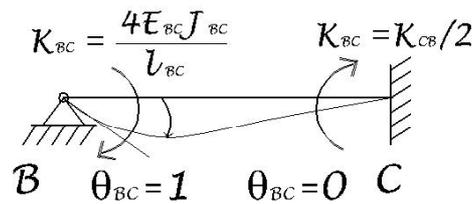
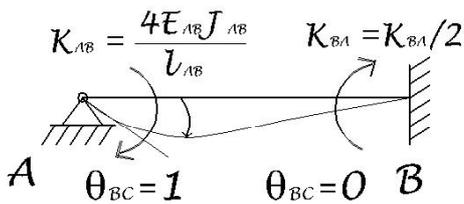
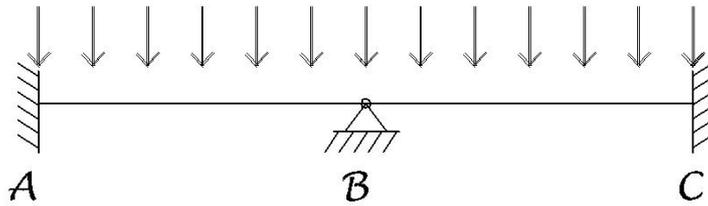
Il calcolo automatico non più legato al numero delle equazioni ha fatto scomparire l'uso dei calcoli qui svolti, dei quali però si sottolinea l'importanza didattica.

METODO DELL'EQUILIBRIO DELLE FORZE DI NAVIER, CLEBSCH, CROSS

Il SISTEMA PRINCIPALE si ottiene aggiungendo i vincoli d'incastro perfetto nei nodi e poi calcolando le reazioni iperstatiche rilassando un nodo alla volta imprimendogli rotazioni unitarie vantaggiose, come prima detto, per il calcolo automatico. Con le stesse precedenti ipotesi risulta:

$$\vartheta_A = \frac{l}{6EJ} (m_A + 2M_B) = 0 \quad M_B = -\frac{m_A}{2}$$

$$\vartheta_B = \frac{l}{6EJ} (2m_A + M_B) = \frac{m_A l}{4EJ}$$



Si cerca l'unica configurazione equilibrata per ogni nodo i

$$f_{xi} - \sum_{i=1}^r x_{ir} = 0; \quad f_{yi} - \sum_{i=1}^r y_{ir} = 0; \quad m_i - \sum_{i=1}^r M_{ir} = 0$$

tra tutte quelle congruenti delle varie aste confluenti nei nodi

$$M_{ir} = m_{ir} + K_{ir} \left( \vartheta_i + \frac{\vartheta_r}{2} \right) \quad (\text{si ipotizzano nodi fissi } \delta=0)$$

sostituendo nell'equazione di equilibrio risulta in ogni nodo i:

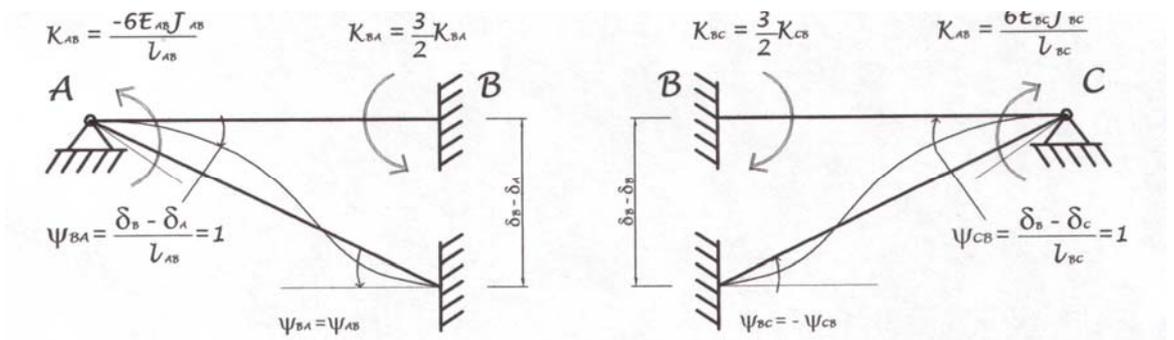
$$m_i = \sum_{i=1}^r m_{ir} + \sum_{i=1}^r K_{ir} \vartheta_i + \frac{l}{2} \sum_{i=1}^r K_{ir} \vartheta_r$$

$\vartheta_A = \vartheta_B = \vartheta_C = 0$  per travi simmetriche

$$M_{AB} = M_{BA} = M_{BC} = M_{CB} = m = \frac{pl^2}{12} \rightarrow M_B = \frac{pl^2}{12}$$

come con il metodo degli spostamenti duale del metodo delle forze per il rispetto del P.L.V..

Nel caso di rotazione e cedimento dei vincoli non perfetti, ovvero reali, ipotizzando di rimanere in campo elastico, ovvero sovrapponendo gli effetti ai carichi; sempre per il caso semplice di simmetria e  $\delta_A = \delta_C = 0$



$$M_A = \frac{4EJ}{l} (\vartheta_A - \frac{\vartheta_B}{2} - \frac{3}{2} \frac{\delta_B}{l}) \quad Y_A = \frac{6EJ}{l^2} (\vartheta_B - \vartheta_A + \frac{2\delta_B}{l})$$

$$M_B = \frac{4EJ}{l} (2\vartheta_B - \vartheta_A + \frac{3}{2} \frac{\delta_B}{l}) \quad Y_B = \frac{6EJ}{l^2} (\vartheta_A - \vartheta_B - \frac{2\delta_B}{l})$$

sollecitazioni flettenti e reazioni vincolari da sovrapporre a quelle d'incastro perfetto  $m, Y$ .

Se cede solo l'appoggio centrale  $\delta_B = \delta$  e  $\vartheta_B = \vartheta$  il momento si riduce:

$$M_B = -\frac{1}{12} pl^2 + \frac{6EJ}{l^2} \delta$$

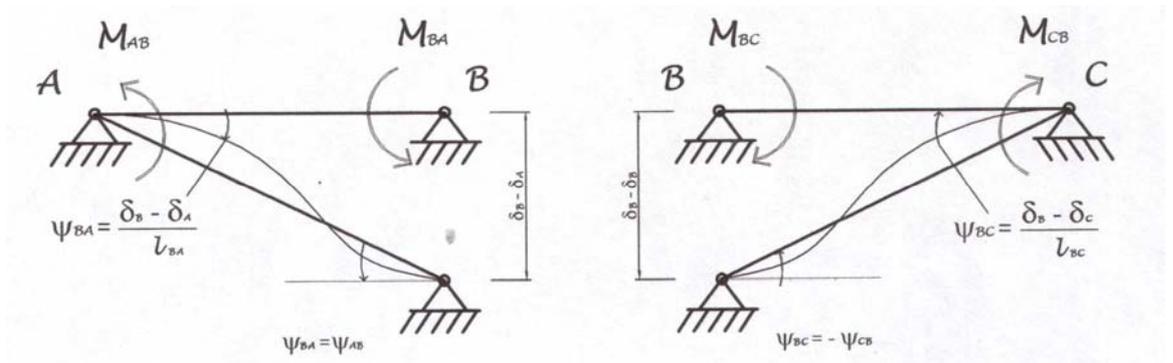
se invece si rilassano anche gli incastri all'estremità

$$M_B = -\frac{1}{8} pl^2 + \frac{3EJ}{l^2} \delta$$

viceversa se cedono solo gli appoggi all'estremità  $\delta_A = \delta_C = \delta$  e  $\delta = 0$   $M_B$  si esalta a :

$$M_B = \frac{1}{8} pl^2 - 3 \frac{EJ}{l^2} \delta$$

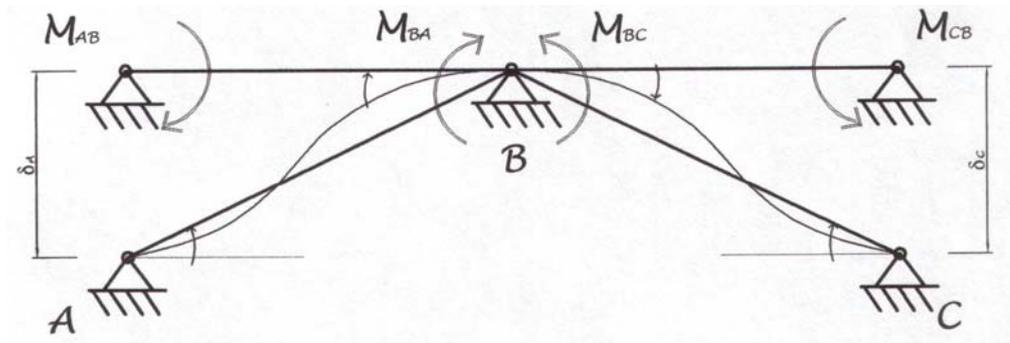
stesso risultano si ottiene con la precedente equazione dei 4 momenti



$$\frac{l_{BA}}{6E_{AB}J_{AB}}(M_A + 2M_B) + \frac{l_{BC}}{6E_{BC}J_{BC}}(2M_B + M_C) = \frac{\delta_B}{l_{AB}} + \frac{\delta_B}{l_{BC}} \rightarrow M_B = \frac{3EJ}{l^2} \delta$$

viceversa se cedono solo gli appoggi estremi  $\delta_A = \delta_C = \delta$

$$\text{si esalta } M_B = -\frac{1}{8} pl^2 - 3 \frac{EJ}{l^2} \delta$$



$$\frac{l_{BA}}{6E_{AB}J_{AB}}(-M_A + 2M_B) + \frac{l_{BC}}{6E_{BC}J_{BC}}(2M_B - M_C) = -\frac{\delta_B}{l_{AB}} - \frac{\delta_B}{l_{BC}}$$

$$M_B = -\frac{1}{12} pl^2 + \frac{6EJ}{l^2} \delta \text{ per } \delta_A = \delta_C = \delta; M_A = M_B = M_C$$

si noti come la presenza di nodi spostabili, per cedimento differenziale come nel caso dei cedimenti dovuti ad assestamento del terreno di fondazione, rivoluzioni i diagrammi di sollecitazione reali dei telai, ( Parte III, calcolo della trave di fondazione).

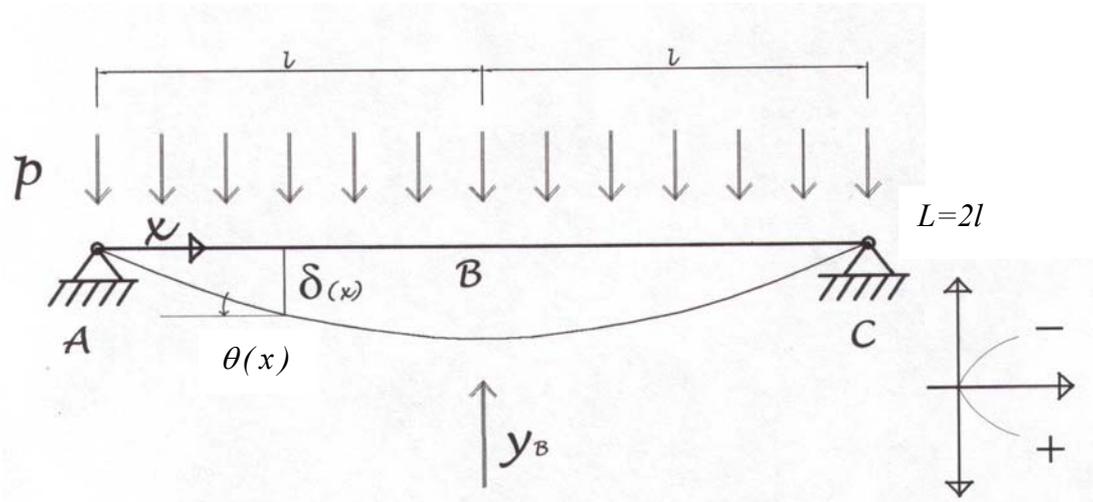
Risulta comunque prezioso riferimento per l'analisi strutturale, l'ipotesi di comportamento elastico della struttura.

$$\mathcal{G}_A = \mathcal{G}_C = \frac{pl^3}{24EJ} \quad \delta_{Bmax} = \mathcal{G}_C l = \frac{pl^4}{24EJ} - \frac{M_U l^2}{3EJ} \div \frac{l}{500}$$
$$\mathcal{G}_A = \mathcal{G}_C = 0 \quad \delta_{Bmax} = \mathcal{G}_C l = \frac{pl^4}{72EJ} - \frac{M_U l^2}{6EJ} \div \frac{l}{1500}$$

se le sezioni d'estremità non ruotano il cedimento differenziale massimo per raggiungere la plasticizzazione della sezione sull'appoggio centrale è molto più piccolo del caso in cui le sezioni di estremità delle travi ruotano come di solito avviene anche per adattamento viscoso.

### II.1.3. CALCOLO DIFFERENZIALE

LAVORO DI DEFORMAZIONE DI BETTY, CLAPEYRON, CASTIGLIANO- Linea  
Elastica



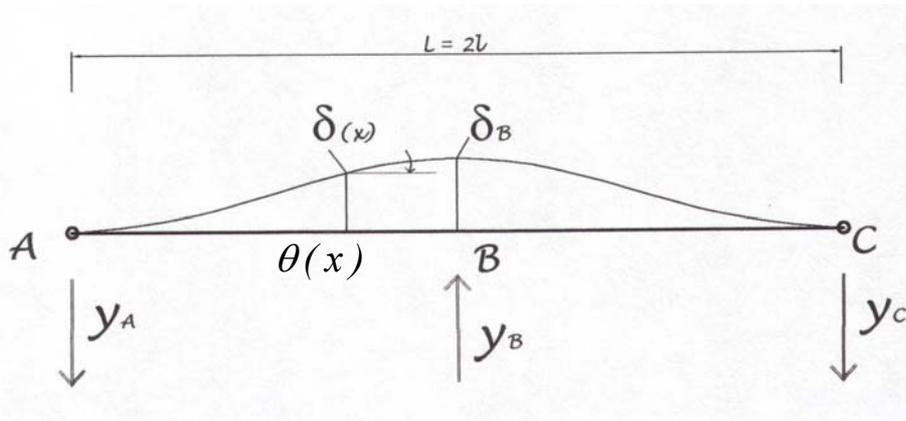
$$p(x) = cost = -\frac{dT}{dx} = -\frac{dM^2}{dx^2} = EJ \frac{d^3\vartheta}{dx^3} = EJ \frac{d^4\delta}{dx^4}$$

$$T(x) = -\frac{pL}{2}x - px = -\frac{dM}{dx} = EJ \frac{d^2\theta}{dx^2} - EJ \frac{d^3\delta}{dx^3}$$

$$M(x) = -\frac{pL}{2}x^2 - \frac{px^2}{2} = -EJ \frac{d\vartheta}{dx} = EJ \frac{d^2\delta}{dx^2}$$

$$\vartheta(x) = -\frac{p}{2EJ} \left( \frac{x^3}{3} - \frac{Lx^2}{2} + \frac{L^2}{12} \right) \rightarrow \vartheta_A = \frac{pL^3}{24EJ}$$

$$\delta(x) = -\frac{p}{24EJ} (x^4 - 2Lx^3 + L^2x) \rightarrow \delta_B = \frac{5}{384} \frac{pL^4}{EJ}$$



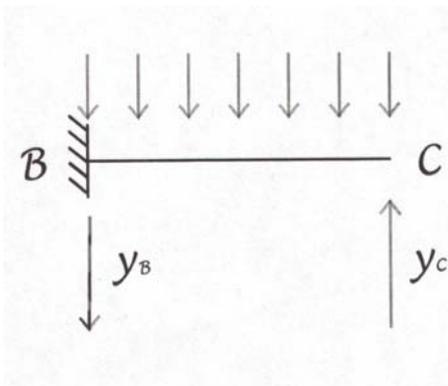
$$T(x) = -Y_A = \text{cost}$$

$$M(x) = -Y_A x$$

$$g(x) = -\frac{Y_B}{4EJ} x^2 - \frac{Y_B}{16EJ} L^2; \quad x = \frac{L}{2} \rightarrow g_B = 0$$

$$\delta(x) = -\frac{Y_B}{12EJ} x^3 - \frac{Y_B L^2}{16EJ} x; \quad x = \frac{L}{2} \rightarrow \delta_B = -\frac{8}{384} \frac{Y_B L^4}{EJ} = -\frac{Y_B L^3}{48EJ}$$

La trave si può ridurre anche al sistema:



$$\delta(p) = -\frac{p}{EJ} \left( x^4 - \frac{l^3}{6} x + \frac{l^4}{8} \right)$$

$$\delta(p) = -\frac{y}{EJ} \left( -\frac{x^3}{6} + \frac{l^2}{2} x - \frac{l^3}{3} \right)$$

$$\delta(p; y) = -\frac{p}{8EJ} \left( -\frac{x^4}{3} + \frac{l x^3}{2} - \frac{l^3 x}{6} \right)$$

$$T(x) = px - y_C \quad T^I(x) = -1$$

$$M(x) = -\frac{px^2}{2} + y_C x \quad M^I(x) = x$$

Il lavoro dovuto al carico fittizio unitario iperstatico (sistema equilibrato) per effetto di spostamenti dovuti ai carichi e vincoli reali (congruenza)

$$\int_0^l \frac{MM'}{EJ} dx = 0 \rightarrow \int_0^l x \left( -\frac{px^2}{2} + y_C x \right) \frac{dx}{EJ} = 0$$

$$\frac{ql^4}{8EJ} = y_C \frac{l^3}{3EJ} \rightarrow y_C = \frac{3}{8} pl \rightarrow M_B = -\frac{1}{8} pl^2$$

### PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI:

Il precedente calcolo scaturisce più incisivamente dal P.L.V. utilizzato per valutare le reazioni X iperstatiche (anziché lasciando incogniti gli spostamenti della linea elastica:

$$L_{est} = \int_0^l p \cdot ds \cdot x \cdot \bar{\delta}_p + \bar{X}_x x \bar{\delta}_x \quad (\square \text{ prodotto scalare})$$

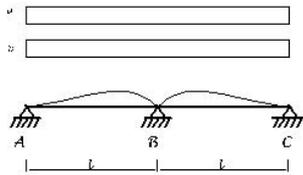
nell'ipotesi di altri vincoli R rigidi non spostabili ( $\delta_R = 0$ )

$$L_{int} = -\int_0^l M d\vartheta = \int_0^l \frac{MM}{EJ} ds$$

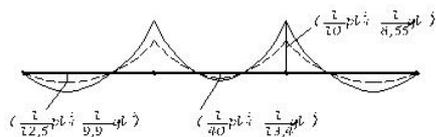
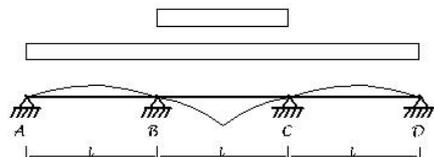
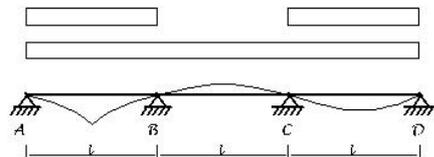
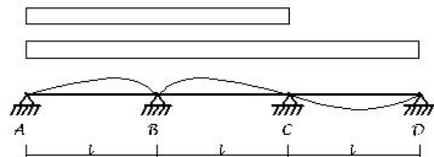
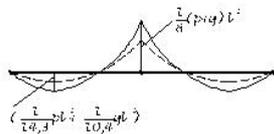
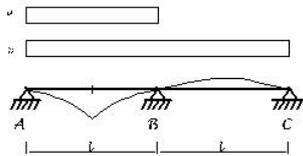
nell'ipotesi di trascurare N,T e il momento torcente per i quali  $L_{est} = L_{int} = 0$ , condizione necessaria e sufficiente per l'equilibrio della struttura che è la somma dei lavori di tutte le forze esterne agenti, sia nullo per qualsiasi insieme di spostamenti virtuali piccolissimi e compatibili con i vincoli se i corpi sono rigidi, se invece sono deformabili ed in particolare

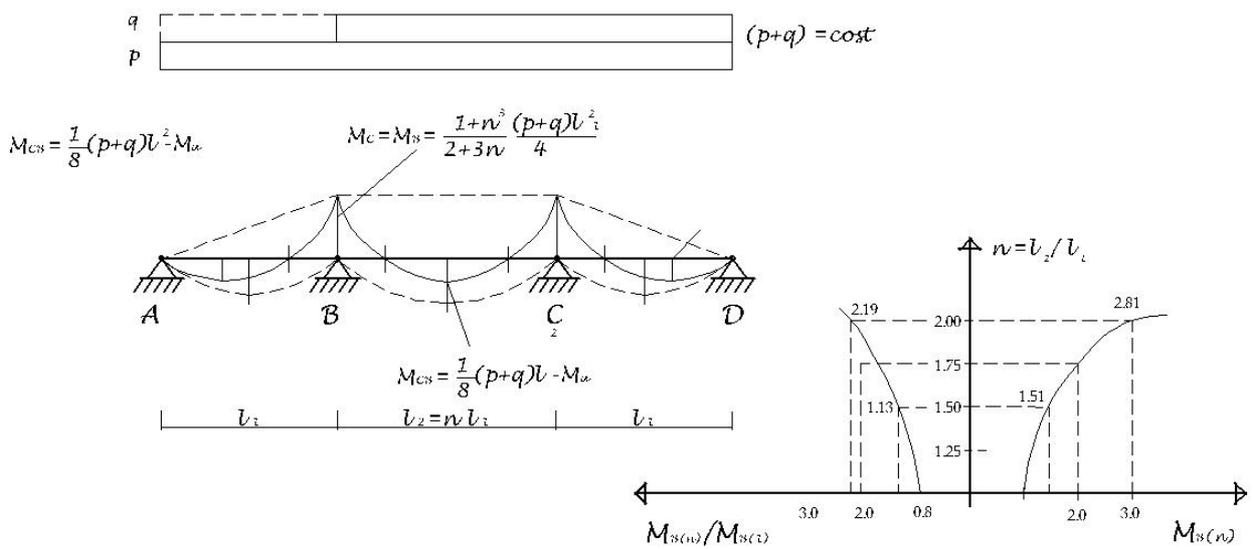
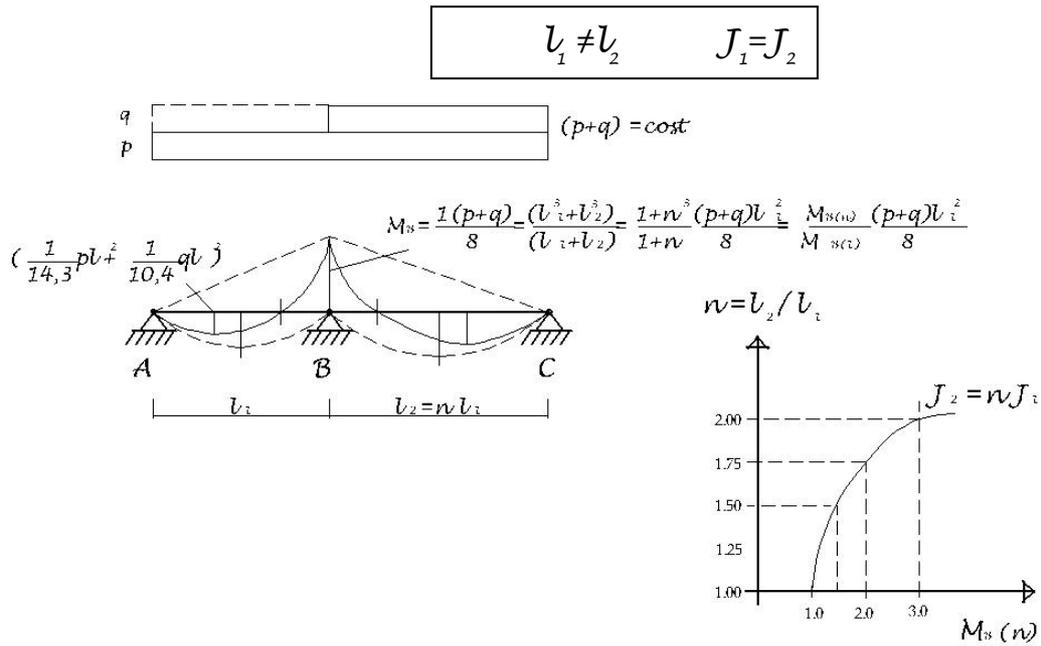
elastici, nel bilancio si deve aggiungere il lavoro delle sollecitazioni interne comprese quelle iperstatiche.

IMPIEGO DELLA LINEA ELASTICA PER LA VALUTAZIONE DELLE SOLLECITAZIONI MASSIME (diagrammi di involuppo delle sollecitazioni)



$$l = cost \quad J = cost$$





Il momento massimo all'appoggio centrale vale:

$l_1 \neq l_2 \quad J_1 \neq J_2$

$$M_B = \frac{3 \mu_{AB} K_{BC} + \mu_{BC} K_{BA}}{2 K_{BA} + K_{BC}} = \frac{1}{8} (p+q) \frac{l_1^2 J_2 / l_2 + l_2^2 J_1 / l_1}{J_2 / l_2 + J_1 / l_1}$$

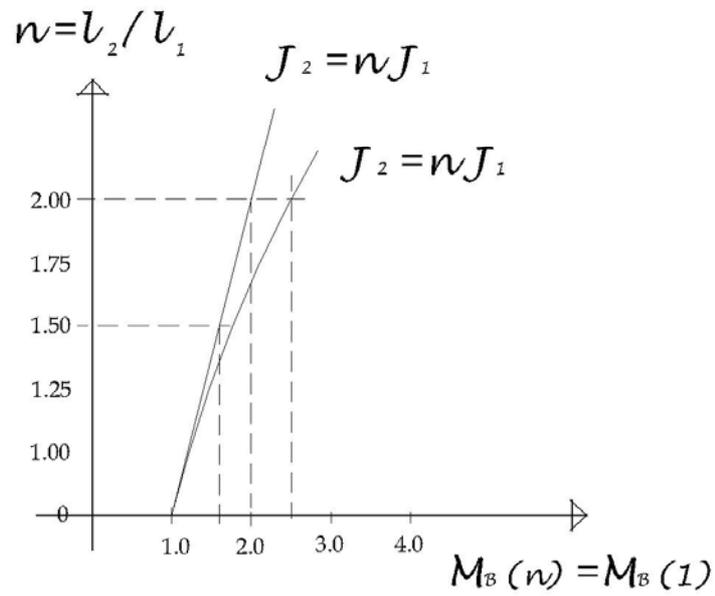
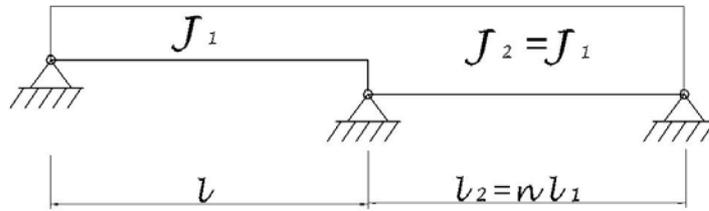
$$\mu_{AB} = \frac{1}{12} (p+q) l_1^2; \quad \mu_{BC} = \frac{1}{12} (p+q) l_2^2$$

$$K_{BA} = \frac{3EJ_1}{l_1}; \quad K_{BC} = \frac{3EJ_2}{l_2};$$

La dissimmetria delle luci  $l_1 = l_2$  si può compensare con quella delle rigidezze, peraltro parziale se  $K_{AB} = K_{BC}$

$$M_B = \frac{1}{8}(p+q)l_1^2 \left( \frac{1+n^2}{2} \right) \quad J_2 = n J_1$$

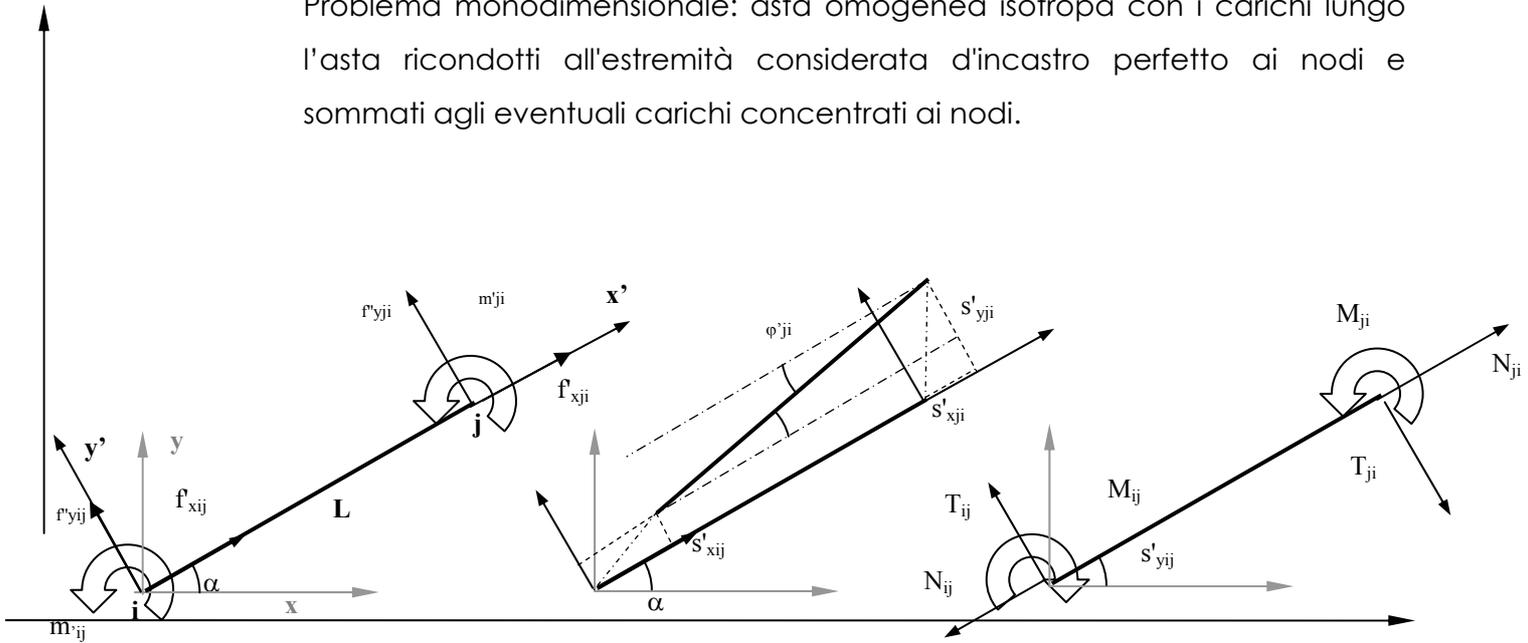
$$M_B = \frac{1}{8}(p+q)l_1 l_2 \quad J_2 = n^2 J_1$$



## II.1.4 CALCOLO MATRICIALE

### METODO DEGLI ELEMENTI FINITI TIPO BEAM ELEMENTS

Problema monodimensionale: asta omogenea isotropa con i carichi lungo l'asta ricondotti all'estremità considerata d'incastro perfetto ai nodi e sommati agli eventuali carichi concentrati ai nodi.



Statica: equazione di equilibrio, matrice statica  $D^T$  trasposta della cinematica  $D$ :

$$\begin{cases} N = f'_{xji} - f'_{xij} \\ T = f'_{yij} - f'_{yji} + \frac{m'_{ji}}{L} \\ M = m'_{ji} - m'_{ij} \end{cases} \quad \begin{cases} N \\ T \\ M \end{cases} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & L \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} f'_{xij} \\ f'_{yij} \\ m'_{ij} \\ f'_{xji} \\ f'_{yji} \\ m'_{ji} \end{cases}; \quad \begin{cases} f'_{xij} \\ f'_{yij} \\ m'_{ij} \\ f'_{xji} \\ f'_{yji} \\ m'_{ji} \end{cases} = D^T \begin{cases} N \\ T \\ M \end{cases}$$

Cinematica: equazione di compatibilità, matrice cinematica  $D$  (Displacements)

$$\begin{cases} \Delta s'_x = s'_{xji} - s'_{xij} \\ \Delta s'_y = s'_{yij} - s'_{yji} + L\varphi'_{ji} \\ \Delta\varphi' = \varphi'_{ji} - \varphi'_{ij} \end{cases}; \quad \begin{cases} \Delta s'_x \\ \Delta s'_y \\ \Delta\varphi' \end{cases} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & L \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} s'_{xij} \\ s'_{yij} \\ \varphi'_{ij} \\ s'_{xji} \\ s'_{yji} \\ \varphi'_{ji} \end{cases} = D \begin{cases} s'_{xij} \\ s'_{yij} \\ \varphi'_{ij} \\ s'_{xji} \\ s'_{yji} \\ \varphi'_{ji} \end{cases}$$

Reologia: equazione costitutiva: matrice di rigidezza  $K$

$$\begin{cases} N = \frac{EA}{L}(s'_{xji} - s'_{xij}) = \frac{EI}{L\rho^2}(s'_{xji} - s'_{xij}) \\ T = \frac{12EI}{L^3}(s'_{yij} - s'_{yji}) - \frac{6EI}{L^2}(\varphi'_{ij} + \varphi'_{ji}) \\ M = -\frac{6EI}{L^2}(s'_{yij} - s'_{yji}) + \frac{4EI}{L}(\varphi'_{ji} - \varphi'_{ij}) \end{cases} \quad \begin{Bmatrix} N \\ T \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta s'_x \\ \Delta s'_y \\ \Delta \varphi' \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \Delta s'_x \\ \Delta s'_y \\ \Delta \varphi' \end{Bmatrix}$$

Si collegano le forze generiche all'estremità con gli spostamenti compatibili:

$$\begin{Bmatrix} f'_{xij} \\ f'_{yij} \\ m'_{ij} \\ f'_{xji} \\ f'_{yji} \\ m'_{ji} \end{Bmatrix} = D^T \begin{Bmatrix} N \\ T \\ M \end{Bmatrix} = D^T \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta s'_x \\ \Delta s'_y \\ \Delta \varphi' \end{Bmatrix} = D^T [K] D \begin{Bmatrix} s'_{xij} \\ s'_{yij} \\ \varphi'_{ij} \\ s'_{xji} \\ s'_{yji} \\ \varphi'_{ji} \end{Bmatrix}$$

Matrice di rigidezza nel riferimento locale risulta:

$$[K'] = D^T [K] D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -100 & 100 \\ 0 & 10 & -10 \\ 0 & 0 & -1 \\ 10 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [K] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho^2} & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & 0 & -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ 0 & \frac{6}{L} & 4 & 0 & -\frac{6}{L} & 2 \\ -\frac{1}{\rho^2} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} & 0 & \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ 0 & \frac{6}{L} & 2 & 0 & -\frac{6}{L} & 4 \end{bmatrix}$$

La matrice, trascurando il contributo alla flessione del taglio, si semplifica in:

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho^2} & -\frac{1}{\rho^2} \\ -\frac{1}{\rho^2} & \frac{1}{\rho^2} \end{bmatrix} \quad \text{essendo } I = A\rho^2$$

strutture reticolari ed archi nei quali prevale N evidenziando la rigidezza  $NL/EA$  per travi continue e telai nei quali prevale M, la matrice si semplifica invece in:

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

per travi continue e telai nei quali prevale M, ritrovando i coefficienti dell'equazione dei 4 momenti.

In presenza di torsione e flessione, ovvero nello spazio, ed assenza di sforzo normale basta inserire nella predetta matrice di rigidità il termine  $GI/L$  al posto di  $EA/L$  essendo  $G = E/2(1+\nu)$  il modulo di scorrimento.

Se si esplicita la predetta matrice di relazione forza - spostamenti nel riferimento locale si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'_{xij} = \frac{EA}{L}(s'_{xji} - s'_{xij}) \\ f'_{yij} = \frac{12EI}{L^3}(s'_{yij} - s'_{yji}) + \frac{6EI}{L^2}(\varphi_{ij} + \varphi_{ji}) \\ m'_{ij} = \frac{6EI}{L^2}(s'_{yij} - s'_{yji}) + \frac{4EI}{L}\varphi_{ij} + \frac{2EI}{L}\varphi_{ji} \\ f'_{xji} = \frac{EA}{L}(-s'_{xij} + s'_{xji}) \\ f'_{yji} = \frac{12EI}{L^3}(-s'_{yij} + s'_{yji}) + \frac{6EI}{L^2}(-\varphi_{ij} - \varphi_{ji}) \\ m'_{ji} = \frac{6EI}{L^2}(s'_{yij} - s'_{yji}) + \frac{2EI}{L}\varphi_{ij} + \frac{4EI}{L}\varphi_{ji} \end{array} \right.$$

In particolare si ritrovano l'espressione dei momenti vista con il metodo dell'equilibrio in funzione dei cedimenti dei vincoli ovvero della variazione angolare rigida  $\Psi'_{ij} = (s'_{yij} - s'_{yji})/L$ .

Per passare dal riferimento locale a quello globale si deve introdurre la matrice di trasferimento T o di proiezione delle componenti di L o matrice di rotazione degli assi di riferimento:

$$\begin{Bmatrix} f_{xij} \\ f_{yij} \\ m_{ij} \\ f_{xji} \\ f_{yji} \\ m_{ji} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} f'_{xij} \\ f'_{yij} \\ m'_{ij} \\ f'_{xji} \\ f'_{yji} \\ m'_{ji} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f'_{xij} \\ f'_{yij} \\ m'_{ij} \\ f'_{xji} \\ f'_{yji} \\ m'_{ji} \end{Bmatrix}$$

ed analogamente per  $\{s\} = [T] \{s'\}$  per cui sostituendo in  $\{f'\} = [K'] \{s'\}$

$$\{f\} = [T] [K'] [T]^T \{s\} = [K] \{s\}$$

ovvero la matrice di rigidezza globale  $[K]$  si ottiene da quella locale  $[K']$  moltiplicandola per la matrice di trasferimento. Per  $\varphi = 90^\circ$  come nei telai usuali  $[T]$  si semplifica, essendo  $\cos \varphi = 0$ ;  $\sin \varphi = 1$ , e lo sforzo normale e il taglio nei pilastri si inverte ai nodi per le travi.

Il metodo degli elementi finiti, rappresenta un metodo estremamente valido per la risoluzione di strutture che non siano facilmente riconducibili a modelli semplici.

E' un metodo che, con l'ausilio di calcolatori programmabili, è in grado di fornire tutte le componenti di spostamento dei singoli elementi della struttura, nonché il relativo stato tensionale.

Esso può essere così brevemente riassunto.

*Elementi necessari per formare la matrice di rigidezza dell'elemento:*

- lunghezza  $l$
- sezione  $A$
- momento d'inerzia  $I=J$
- modulo elastico  $E$
- posizione nel sistema di riferimento globale  $\alpha$

Per ogni asta, in base al predimensionamento, si imposta la matrice  $[K]$  di "rigidezza" che risulta essere simmetrica, come prima esaminato, e così costituita trascurando solo il contributo del taglio:

$$\begin{bmatrix} EA/l C^2+ & EA/l SC- & -6EJ/l^2 S & -EA/l C^2- & -EA/l SC+ & -6EJ/l^2 S \\ 12EJ/l^3 S^2 & 12EJ/l^3 SC & & 12EJ/l^3 S^2 & 12EJ/l^3 SC & \end{bmatrix}$$

	$\frac{EA}{l} S^2 + \frac{12EJ}{l^3} C^2$	$\frac{6EJ}{l^2} C$	$-\frac{EA}{l} SC + \frac{12EJ}{l^3} SC$	$-\frac{EA}{l} S^2 - \frac{12EJ}{l^3} C^2$	$\frac{6EJ}{l^2} C$
		$\frac{4EJ}{l}$	$\frac{6EJ}{l^2} S$	$-\frac{6EJ}{l^2} C$	$\frac{2EJ}{l}$
			$\frac{EA}{l} C^2 + \frac{12EJ}{l^3} S^2$	$\frac{EA}{l} SC - \frac{12EJ}{l^3} SC$	$\frac{6EJ}{l^2} S$
	SIMM.			$\frac{EA}{l} S^2 + \frac{12EJ}{l^3} C^2$	$-\frac{6EJ}{l^2} C$
					$\frac{4EJ}{l}$

essendo  $C = \cos \alpha$  ed  $S = \sin \alpha$

Per ogni asta si determina il vettore dei carichi nodali, ovvero l'azione che i carichi agenti sulle aste trasmettono ai nodi.

Essi devono essere riferiti al riferimento locale dell'asta, e quindi moltiplicati per la predetta matrice proiezione [T];

Al vettore dei carichi nodali, vanno aggiunti i carichi concentrati direttamente sui nodi in particolare dei momenti.

Si richiama inoltre, specie per i carichi dinamici, l'importanza del "centraggio" del sistema di masse con quello delle rigidezze..

Si avrà così un sistema di 6 equazioni in 6 incognite (gli spostamenti di estremità) per ogni asta considerata, con il vettore dei carichi nodali quale vettore dei termini noti.

Risolvendo il sistema si avrà l'intero campo degli spostamenti delle aste.

Moltiplicando il vettore degli spostamenti così ottenuti per la matrice proiezione [T] per ogni singola asta, si otterranno i medesimi nel riferimento locale.

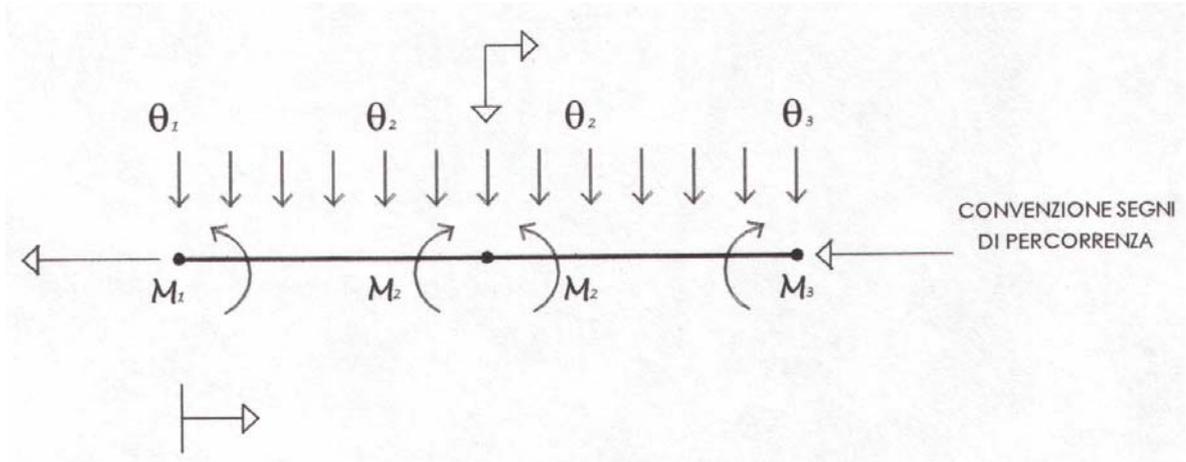
Nota la matrice di rigidezza dell'asta si devono parallelamente:

- scegliere i gradi di libertà  $\delta_x=1, \delta_y=1, \varphi=1$ , o i gradi di vincolo  $\delta_x=0, \delta_y=0, \varphi=0$  di ciascuna estremità d'asta.
- numerare i vari nodi ed i vari elementi, definendo le coordinate dei nodi

per cui:  $l = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ ;  $\cos \alpha = \frac{x_j - x_i}{l}$ ;  $\sin \alpha = \frac{y_j - y_i}{l}$

- definire la matrice delle incidenze nel contesto strutturale fra elementi e nodi per effettuare l'assemblaggio delle matrici di rigidezza delle varie aste.

b) MATRICE DI FLESSIBILITA' DI UNA TRAVE CON CARICHI



$$\begin{Bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & -\frac{l}{6} \\ -\frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{pl^3}{24EJ} \\ \frac{pl^3}{24EJ} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} \frac{l}{3} & -\frac{l}{6} \\ -\frac{l}{6} & \frac{l}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \frac{2EJ}{l} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vartheta_1 \\ \vartheta_2 \end{Bmatrix}$$

risolta l'inversione di matrice tramite il determinante e la trasposta si ritrova l'EQUAZIONE DEI 3 MOMENTI per  $M_1 = M_3 = 0$  e  $\vartheta_1 = \vartheta_3 = \frac{pl^3}{24EJ}$ .

Assemblando si ritrova  $M_2 = -\frac{pl^2}{8}$ .

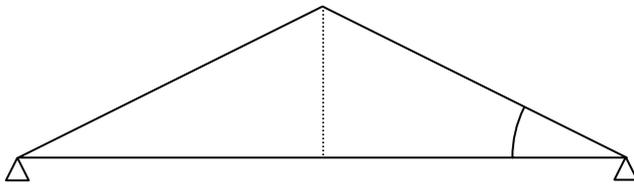
Si noti che a differenza della flessibilità e della rigidezza di un estremo di una trave che risultano una l'inversa dell'altra., nel caso della matrice di un elemento, invertendo la matrice di flessibilità della trave appoggiata all'estremità si ottiene la matrice di rigidezza della trave incastrata all'estremità si passa quindi dall'elemento finito del Metodo delle Forze a quello caratteristico del Metodo degli Spostamenti, prima delineato.



## II.2 LA CAPRIATA

### II.2.1 CALCOLO GRAFICO:

#### a) ANALISI DEI CARICHI



#### Analisi dei carichi

Struttura a due piani ubicata in Italia centrale in zona sismica.

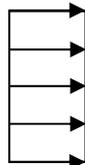
Carico acc. copertura impraticabile  
 $50 \times 4 = 200 \text{ kg/m}$

Carico acc. della neve  
 $2864 \text{ kg/m}$

Peso proprio travi  
 $62 \text{ kg/m}$

Peso copertura  
 $145 \text{ kg/m}$

Vento o sisma.



$q_{Ex} = 0.1 p$   
 stato limite d'esercizio  
 $(C_s = 1/10)$

$q_{Ex} = 0.33 p$   
 stato limite ultimo  
 $(C_s = 1/3)$



#### Carichi permanenti

**Peso proprio** = legno  $600 \text{ Kg/m}^3$  + 15% chiodature, staffe etc.

**Peso copertura** = travetti, tavolato, impermeabilizzazione aerea  $230 + 16 \text{ Kg/m}^2$

#### Carichi accidentali

##### Carico accidentale

Copertura non praticabile =  $50 \text{ Kg/m}^2$

##### Carico della neve

Zona : Italia centrale (Lazio); quota s.l.m. m 1500.

Secondo normativa

$q_{sk} = 895 \text{ Kg/m}^2$

Inclinazione del tetto inferiore a  $30^\circ$ , quindi riduzione di carico

$q_s = 0.8 q_{sk} = 716 \text{ Kg/m}^2$  ;  $q_s = 716 \times 4 = 2864 \text{ Kg/m}$

##### Spinta del vento

Dalla normativa risulta che, data la geometria dell'elemento costruttivo, l'azione sul tetto risulta depressiva.

Tale azione non viene considerata dalla normativa se i carichi vanno in combinazione con l'azione sismica.

#### Azione sismica

Si suppone l'azione pseudostatica, ovvero non amplificata rispetto a quella a terra, e se ne considera la sola componente orizzontale ondulatoria non combinata con quella sussultoria:

$q_{Ex} = 0.1 p$  per lo stato limite d'esercizio ( $C_s = 1/10$ )

$q_{Ex} = 0.33 p$  per lo stato limite ultimo ( $C_s = 1/3$ )

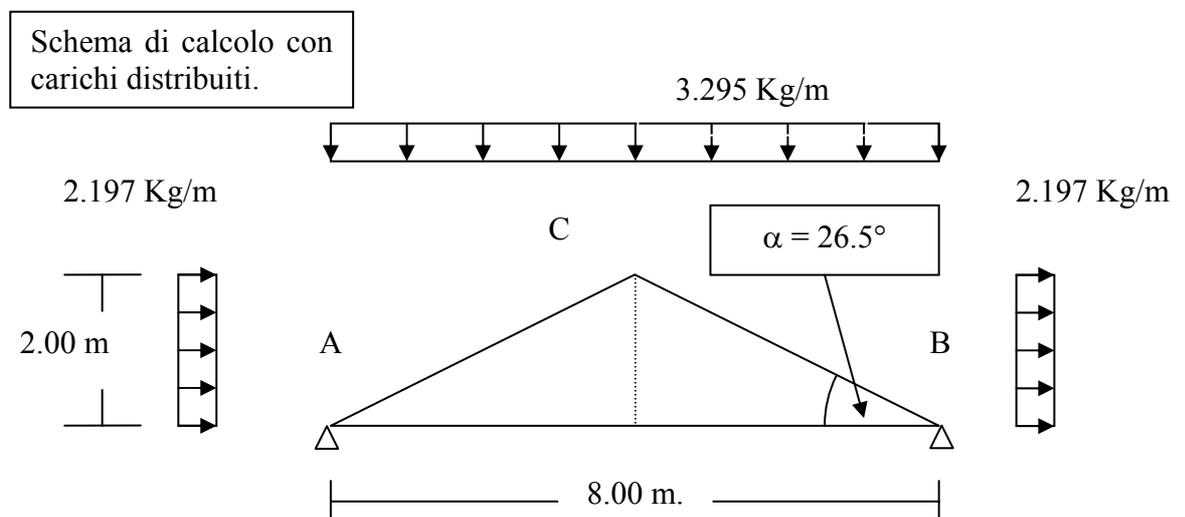
L'ipotesi cautelativa è che, nei primi istanti della scossa, la neve non scivoli dal tetto.

$$P_{tot} = 200 + 2864 + (62 + 165) / \cos 26,5^\circ = 32$$

Descriviamo in questo paragrafo il calcolo della struttura con l'ipotesi di trave reticolare; le ipotesi di calcolo saranno:

1. carichi concentrati applicati ai nodi proporzionalmente alle relative aree d'influenza dei pesi
2. vincoli perfetti: carrello privo di attrito e cerniere in tutti e tre i nodi

Vengono studiate alternativamente le due ipotesi di posizionamento del carrello in corrispondenza del vertice A o B, in modo da valutare la redistribuzione dello sforzo normale N in prossimità del collasso sismico per degrado di una cerniera in carrello per perdita della resistenza attritiva.



Si riporta la seguente semplificazione di calcolo:

si considera la capriata come struttura isostatica tipo trave reticolare, e cioè con i carichi divisi proporzionalmente ed applicati ai soli nodi;

L'azione sismica orizzontale si è posta pari al 33% dei carichi verticali ( $C_s = 0.33$ ), come già accennato nel paragrafo relativo all'analisi dei carichi.

Questa assunzione, decisamente gravosa per una struttura, ha senso nell'ipotesi del raggiungimento delle condizioni di carico di rottura che saranno descritte successivamente nel metodo semiprobabilistico dello stato limite ultimo.

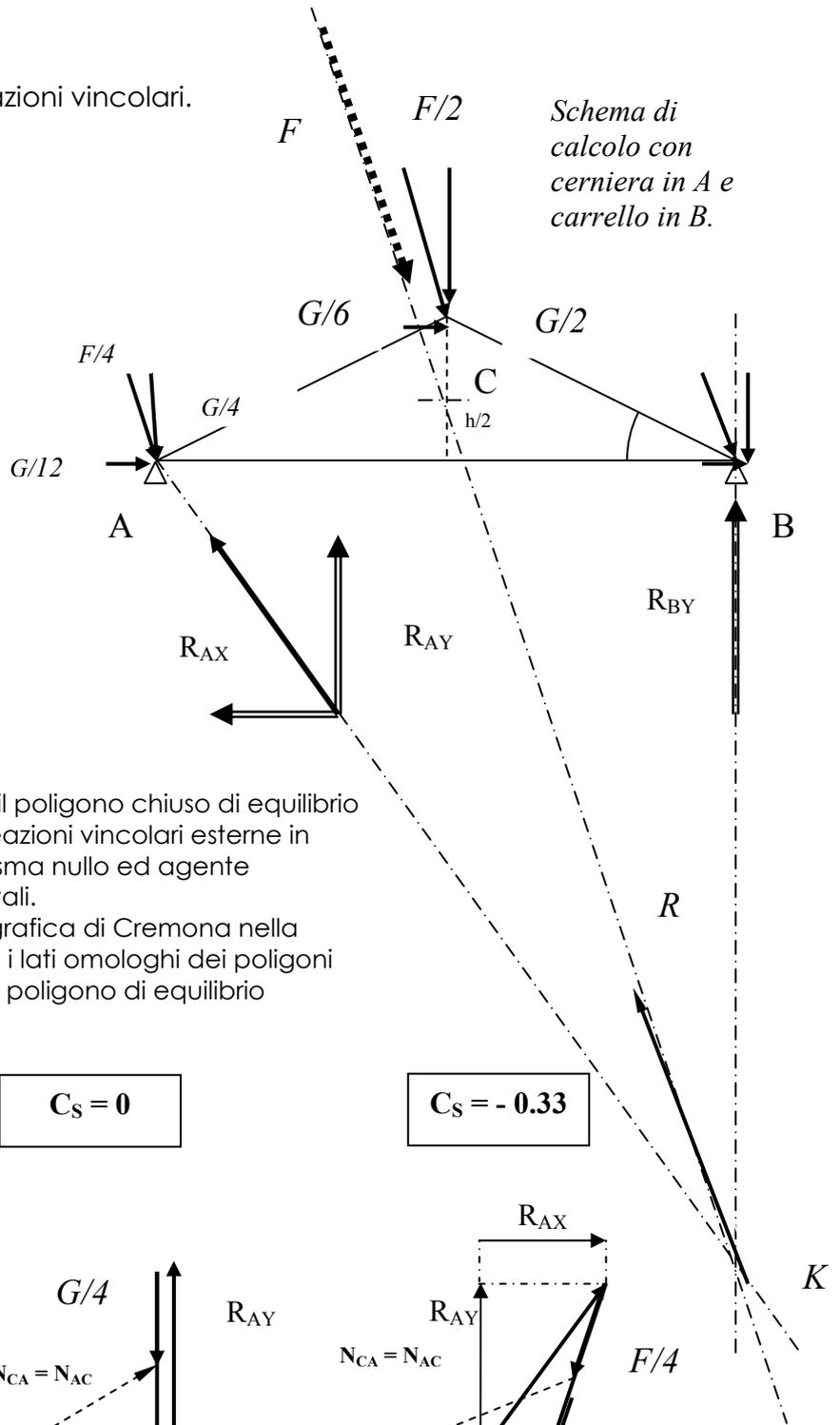
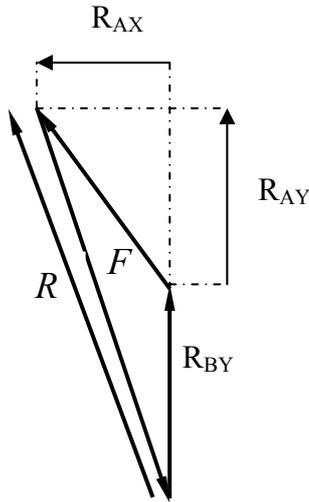
Condizioni di carico al "limite d'esercizio" sono invece calcolabili con l'imposizione di azione sismica pari al 10% del carico verticale ( $C_s = 0,10$ ).

L'analisi è svolta in forma pseudostatica, ovvero con forze d'inerzia non amplificate rispetto all'accelerazione a terra (capriata rigida con l'edificio e con il suolo) e, in prima approssimazione, applicate ai nodi anziché ai baricentri delle aste oscillanti.

b) METODO DEI NODI STATICO E PSEUDOSTATICO

Analisi grafica delle reazioni vincolari.

Schema di calcolo con cerniera in A e carrello in B.



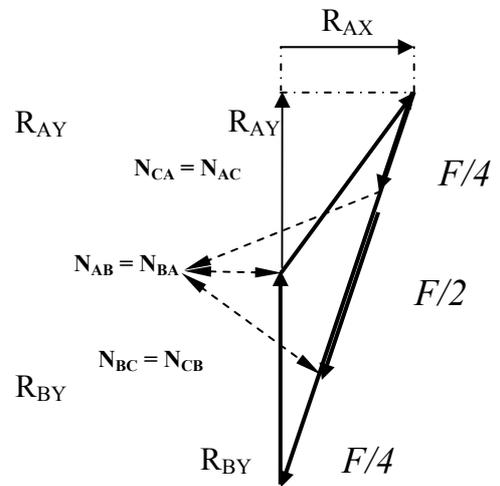
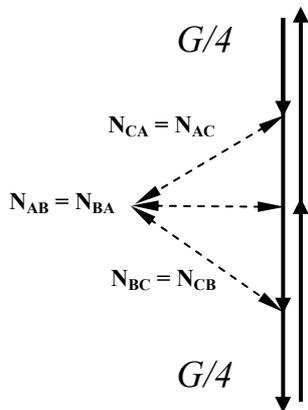
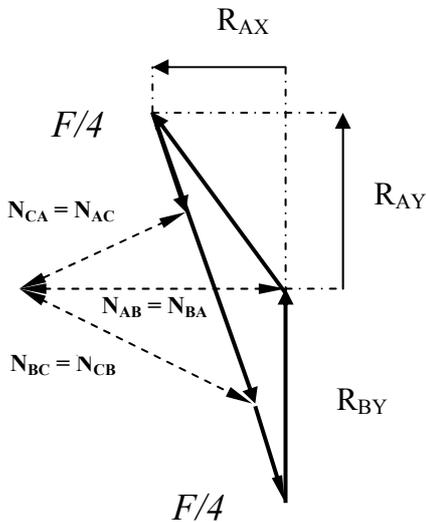
Si riporta successivamente il poligono chiuso di equilibrio delle forze agenti e delle reazioni vincolari esterne in ciascun nodo, nei casi di sisma nullo ed agente secondo i due versi orizzontali.

Si è seguita la costruzione grafica di Cremona nella quale si fanno combaciare i lati omologhi dei poligoni dei nodi incastonandoli nel poligono di equilibrio dell'intera capriata.

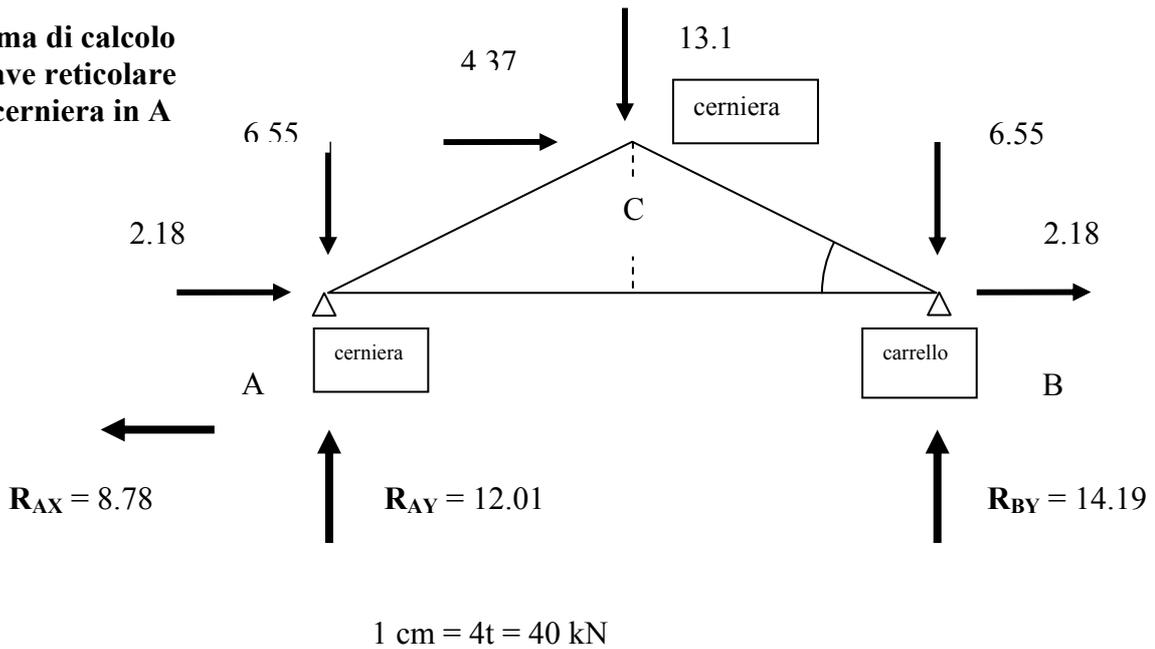
$C_s = +0.33$

$C_s = 0$

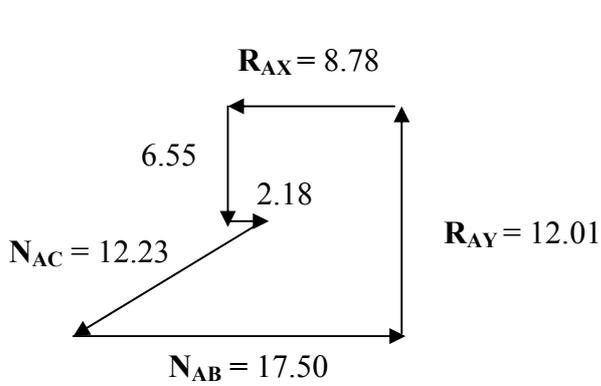
$C_s = -0.33$



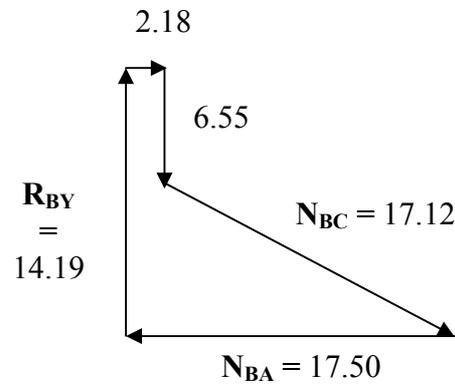
**Schema di calcolo  
di trave reticolare  
con cerniera in A**



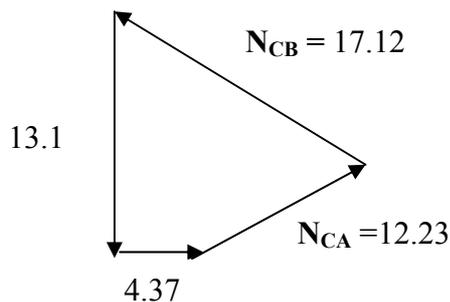
*Chiusura dei  
poligoni di  
equilibrio dei nodi.*



Equilibrio del nodo  
A

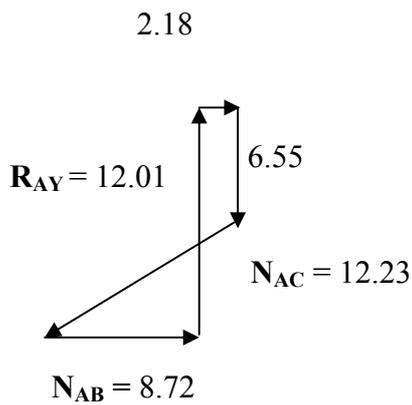
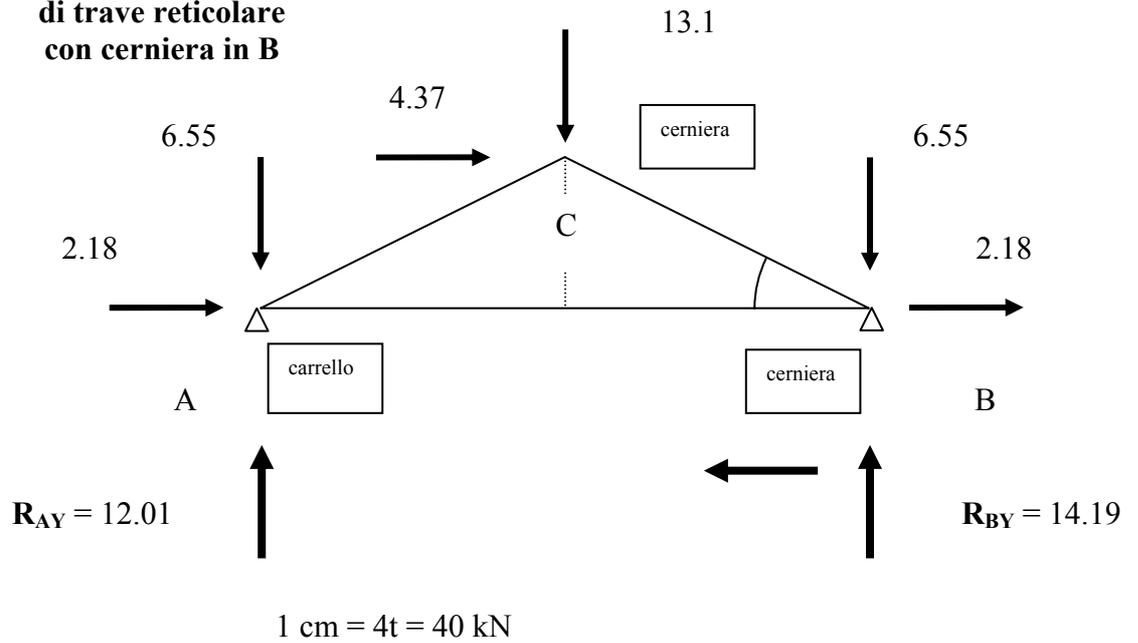


Equilibrio del nodo  
B

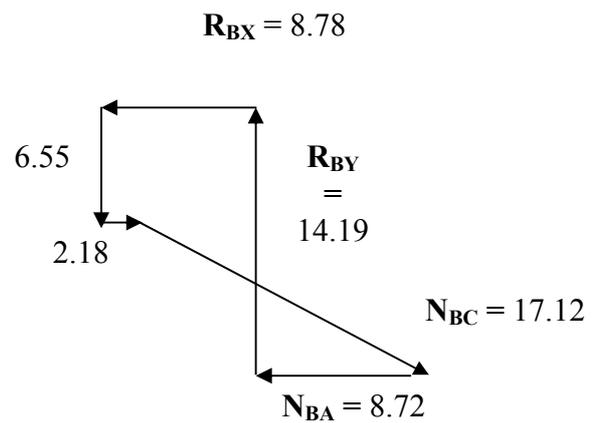


Equilibrio del nodo  
C

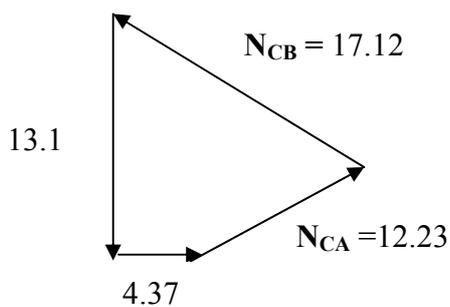
**Schema di calcolo  
di trave reticolare  
con cerniera in B**



Equilibrio del nodo  
A

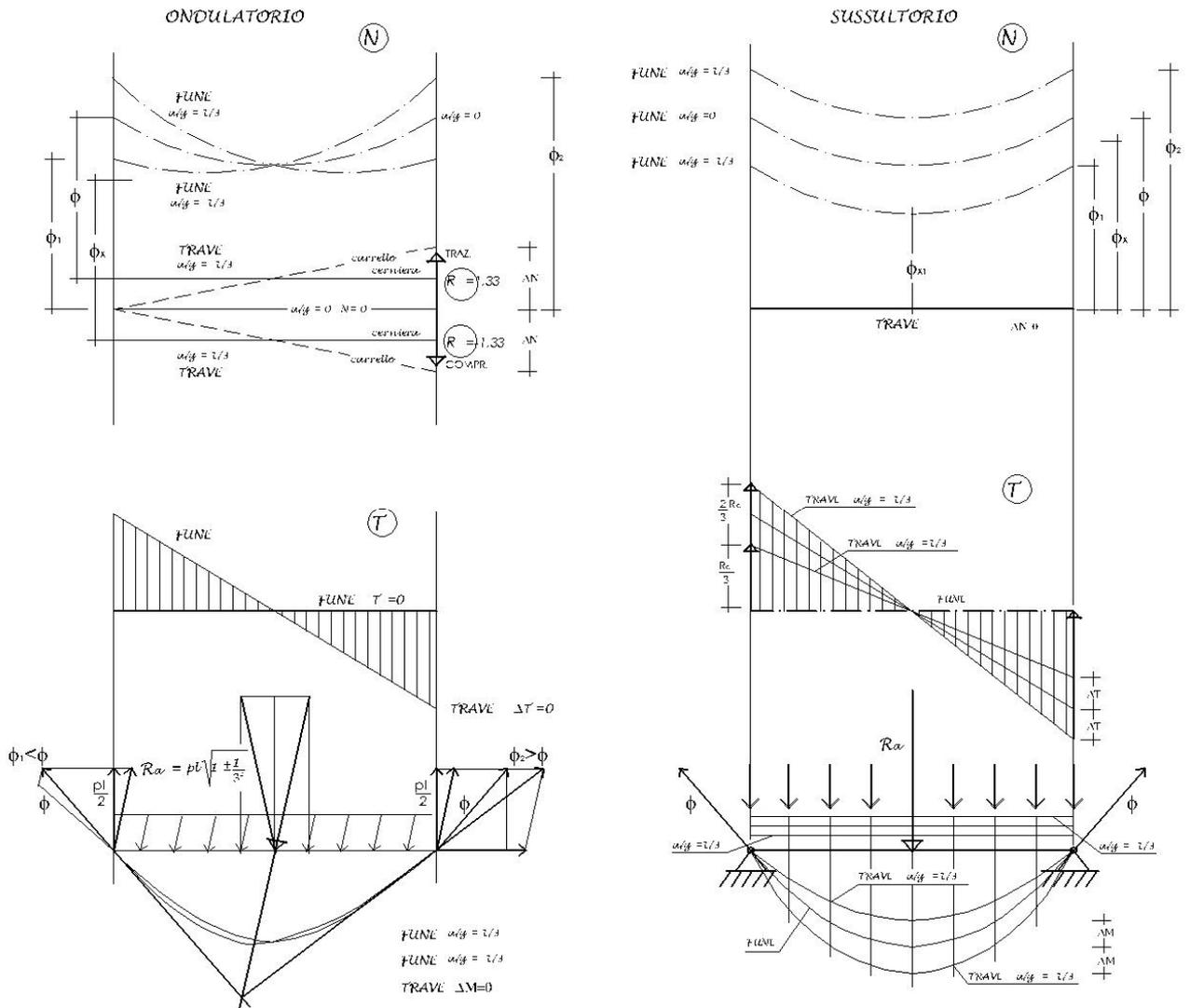


Equilibrio del nodo  
B



c) CONFRONTO PSEUDOSTATICO TRA TRAVE E FUNE SOTTOPOSTE A SISMA

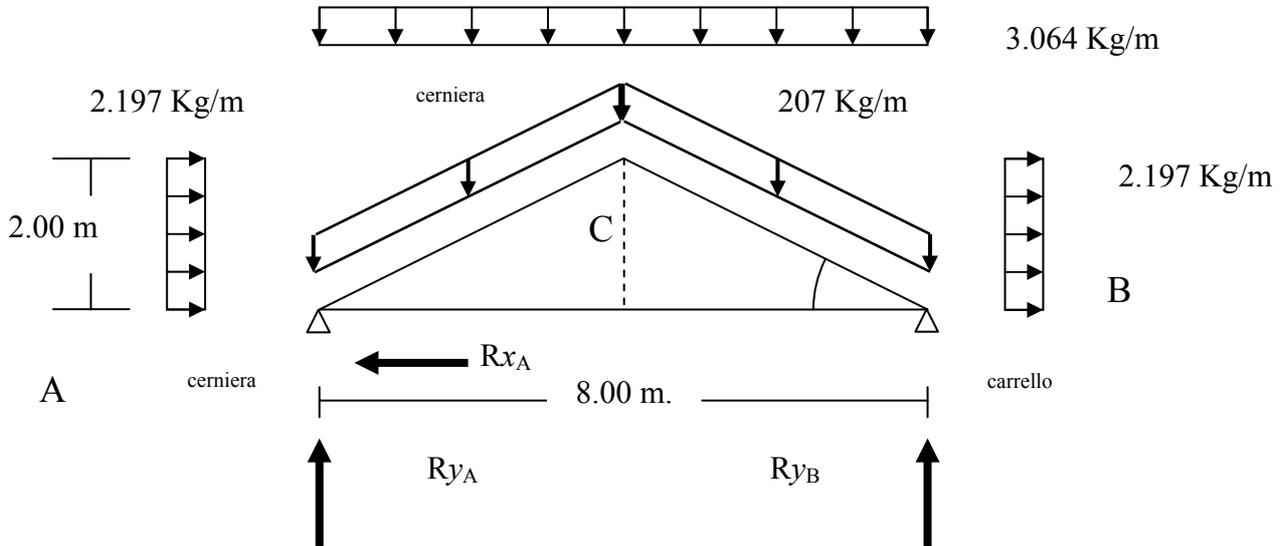
Si richiama che la chiusura grafica del poligono delle forze corrisponde alla prima equazione dell'equilibrio  $R = 0$ , applicata nel metodo dei nodi all'equilibrio dei perni per i quali la seconda equazione  $M = 0$  è identicamente soddisfatta. Se si analizza invece l'equilibrio dell'asta è necessario invece fare ricorso anche alla predetta seconda equazione che corrisponde alla chiusura del poligono funicolare, ovvero alla coincidenza del primo e dell'ultimo lato, il cui braccio diviene nullo per cui  $M = 0$ . Il poligono funicolare chiuso considerato per i vincoli di estremità dell'asta corrisponde allora al diagramma dei momenti flettenti. Per ricordare anche che il poligono funicolare corrisponde anche al comportamento statico della fune, si svolge il seguente esempio di confronto tra trave e fune sottoposta ad azione sismica, analizzate come pseudostatiche.





## II.2.2 CALCOLO ALGEBRICO:

### a) EQUAZIONI DI EQUILIBRIO



Si sceglie lo schema statico con cerniera in A, ed il valore di accelerazione sismica orizzontale  $C_s = 0.33$ .

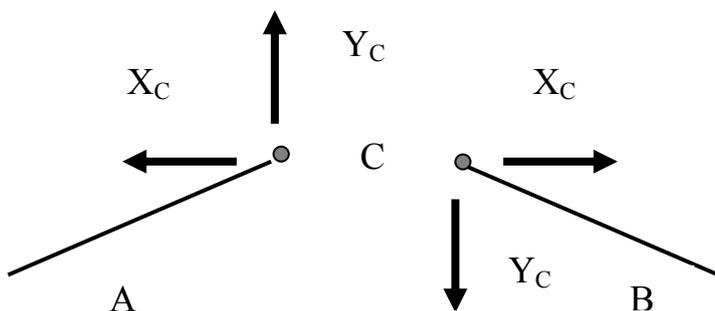
Il calcolo delle reazioni, esterne ed interne viene rianalizzato con l'applicazione delle equazioni di equilibrio

$$\sum_{i=1}^n N_{xij} + X_i + F_{xi} \quad \text{ad es. per il nodo A} \quad \begin{cases} N_{AB} = N_{AC} \cos \alpha + 8,78 - 2,18 \\ N_{AC \text{sen } \alpha} = 12,01 - 6,55 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^n N_{yij} + Y_i + F_{yi}$$

Il metodo (6 equazioni e 6 incognite), ricalca il predetto equilibrio dei nodi grafico, e lasciando spazio ad una trattazione più dettagliata nel paragrafo sul calcolo matriciale, si risolve il problema delle reazioni interne con il metodo misto dell'equilibrio dei 2 puntoni alla rotazione.

#### Calcolo reazioni esterne



#### Calcolo delle reazioni interne in corrispondenza del nodo C.

$$M_A = 2.197 \times 2 \times 1 + 3.064 \times 4 \times 2 + 0.207 \times 4.47 \times 2 - 2X_C - 4Y_C = 0$$

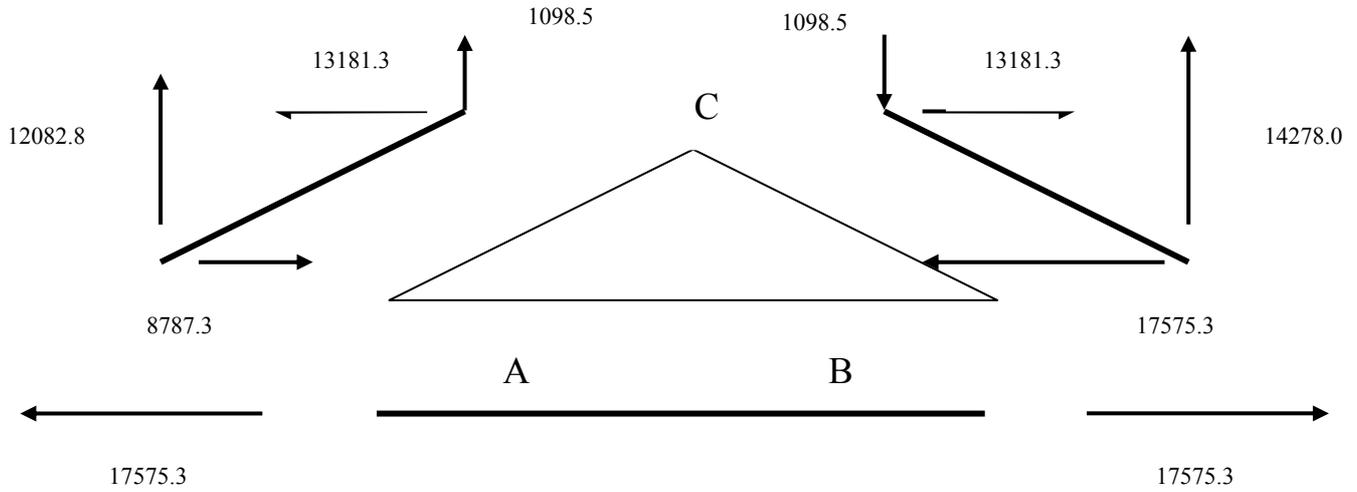
$$M_C = 3.064 \times 4 \times 2 - 0.207 \times 4.47 \times 2 + 2.197 \times 2 \times 1 - 4Y_C + 2X_C = 0$$

$$-2X_C - 4Y_C + 30756.6 = 0$$

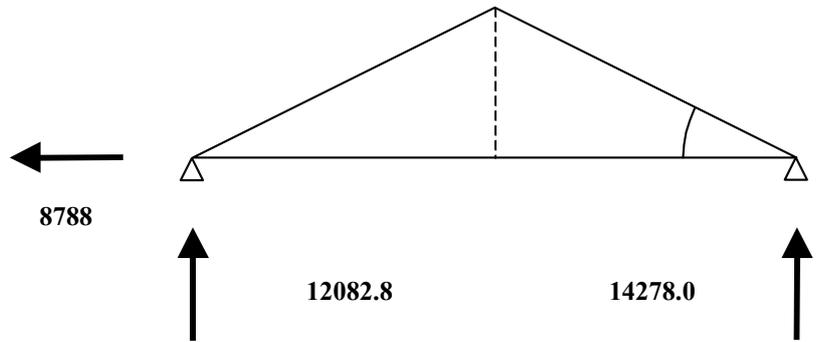
$$-4Y_C + 2X_C - 21968.6 = 0$$

$$Y_C = 1098.5 \text{ Kg.}$$

Dalle incognite calcolate, equilibrando le singole aste si perviene all'equilibrio delle reazioni interne.



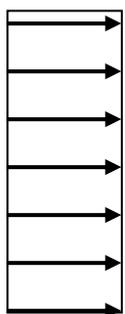
Che unite alle **reazioni esterne** consentono lo studio dell'equilibrio delle singole aste.



Per il tracciamento dei diagrammi di sollecitazione infine, si utilizzano le componenti che seguono.

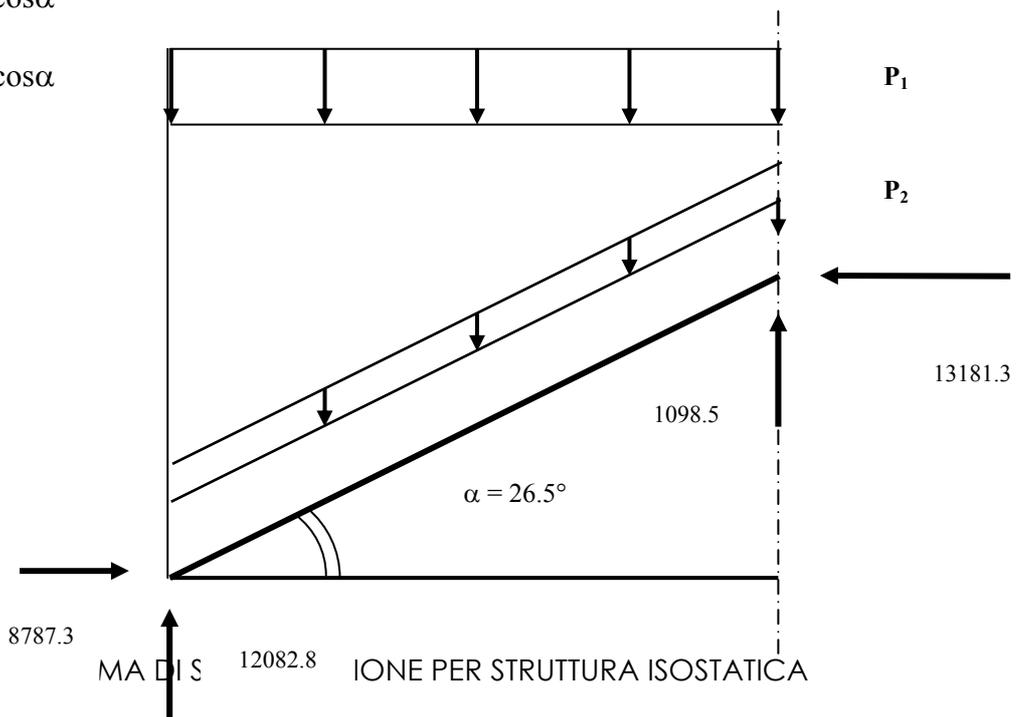
**Proiezione dei carichi:**

$$\begin{aligned}
 p_1\tau &= p_1 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{cos}\alpha \\
 p_2\tau &= p_2 \operatorname{sen}\alpha \\
 q_1\tau &= q_1 \operatorname{sen}\alpha \operatorname{cos}\alpha \\
 p_1n &= p_1 \operatorname{cos}\alpha^2 \\
 p_2n &= p_2 \operatorname{cos}\alpha \\
 q_1n &= q_1 \operatorname{sen}\alpha^2
 \end{aligned}$$



$q_1$

c) DI



SOGGETTA A SISMA  $C_s=0,33$

### Sforzo normale N

$$N_A = 12083.8 \operatorname{sen} \alpha + 8787.3 \operatorname{cos} \alpha = 5391.7 + 7864.0 = 13255 \text{ Kg.}$$

$$N_{C(AC)} = 13181.3 \operatorname{cos} \alpha - 1098.5 \operatorname{sen} \alpha = 11796.4 - 490 = 11306 \text{ Kg.}$$

Ugualmente per le aste BC e AB:

$$N_{C(BC)} = 13181.3 \operatorname{cos} \alpha + 1098.5 \operatorname{sen} \alpha = 12286.5 \text{ Kg.}$$

$$N_B = 17575.3 \operatorname{cos} \alpha + 14278.0 \operatorname{sen} \alpha = 22099.5 \text{ Kg.}$$

$$N_{AB} = 17575.0 \text{ Kg.}$$

Ne segue il diagramma dello sforzo normale nelle aste.

### Sforzo di Taglio

$$T_A = 12083.8 \operatorname{cos} \alpha - 8787.3 \operatorname{sen} \alpha = 10814.2 - 3920.8 = 6893.4 \text{ Kg.}$$

$$T_{C(AC)} = 13181.3 \operatorname{sen} \alpha + 1098.5 \operatorname{cos} \alpha = 5881.5 + 983.1 = 6864.6 \text{ Kg.}$$

$$T_{C(BC)} = 13181.3 \operatorname{sen} \alpha - 1098.5 \operatorname{cos} \alpha = 5881.5 - 983.1 = 4898.6 \text{ Kg.}$$

$$T_B = 17575.3 \operatorname{sen} \alpha - 14278 \operatorname{cos} \alpha = 7842 - 12777.9 = -4935.8 \text{ Kg.}$$

### Momento flettente M

#### Proiezione dei carichi:

$$p_{1n} = p_1 \operatorname{cos}^2 \alpha = 2454 \text{ Kg/m}$$

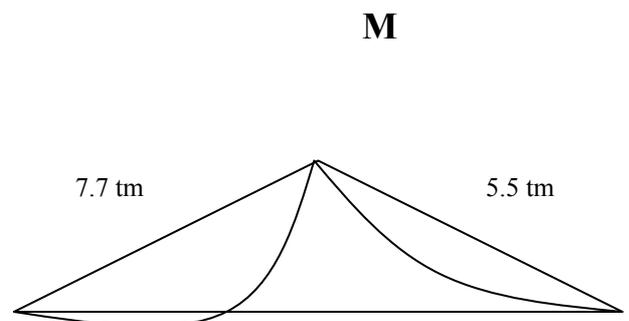
$$p_{2n} = p_2 \operatorname{cos} \alpha = 185.2 \text{ Kg/m}$$

$$q_{1n} = q_1 \operatorname{sen}^2 \alpha = 437.4 \text{ Kg/m}$$

#### Momenti flettenti:

$$M_{\text{MAX}(AC)} = 1/8 (185.2 + 2454 + 437.4) l^2 = 7.7 \text{ tm}$$

$$M_{\text{MAX}(BC)} = 1/8 (185.2 + 2454 - 437.4) l^2 = 5.5 \text{ tm}$$





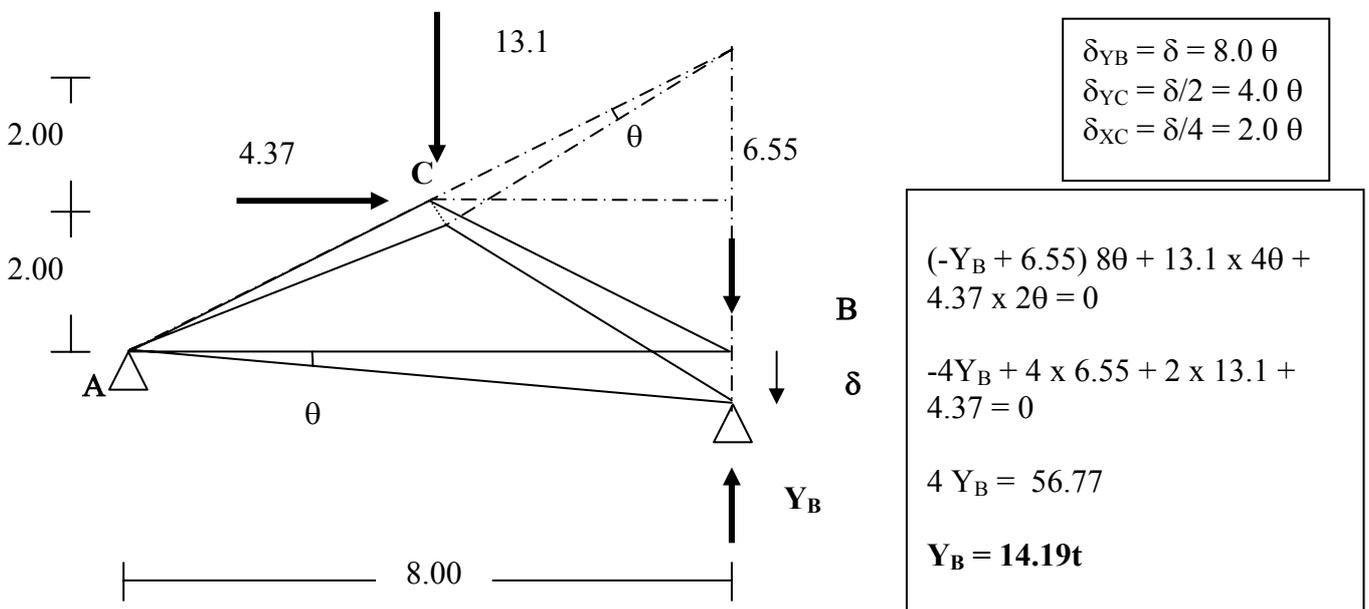
### II.2.3 CALCOLO DIFFERENZIALE:

#### a) ANALISI CON IL P.L.V. ESTERNO - CAPRIATA ISOSTATICA

Senza ridurre la generalità di applicazione del metodo, si sceglie, per semplicità, lo schema di trave reticolare con carichi concentrati ai nodi ( $C_s=0,33$ )

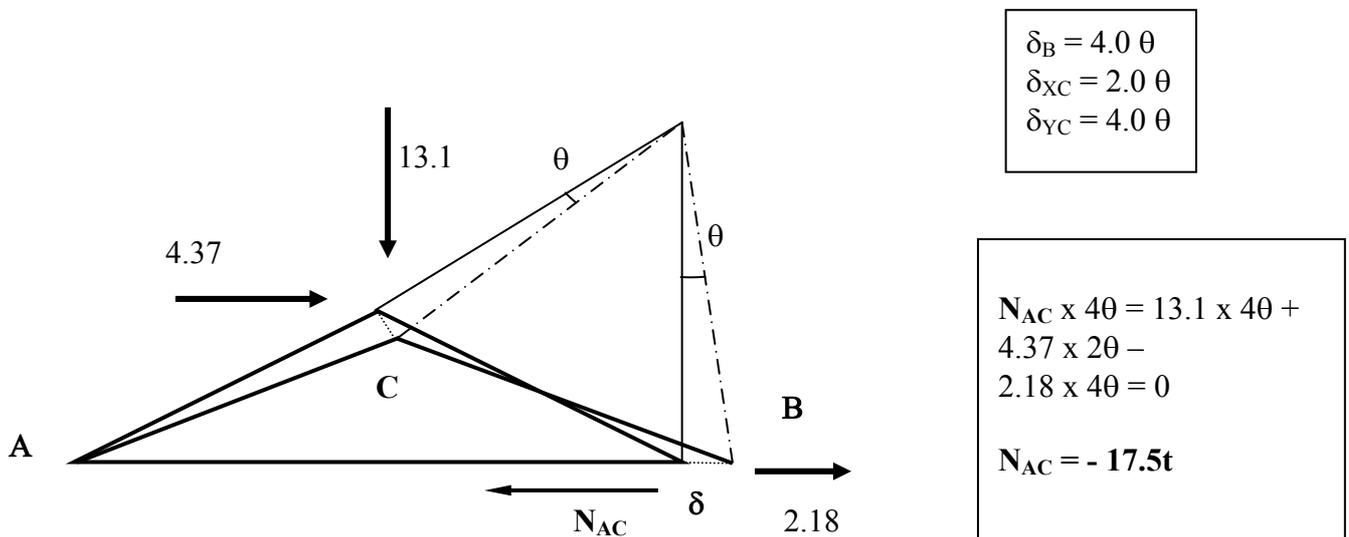
Reazione vincolare esterna

Imponendo come incognita il cedimento del carrello B, si ottiene il seguente cinematismo:



Sforzo normale nella catena

Calcolo della reazione interna nel tirante; per le altre reazioni il procedimento risulta analogo.



b) CON IL P.L.V. ESTERNO ED INTERNO - STRUTTURA RETICOLARE IPERSTATICA ELASTICA

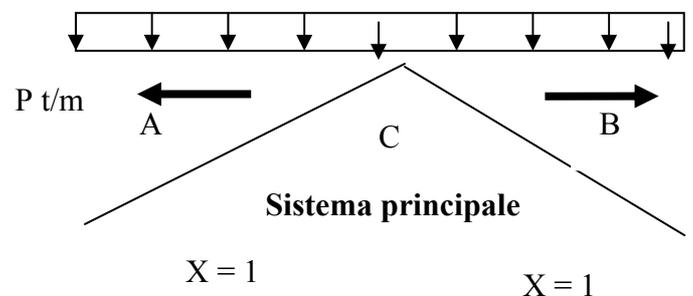
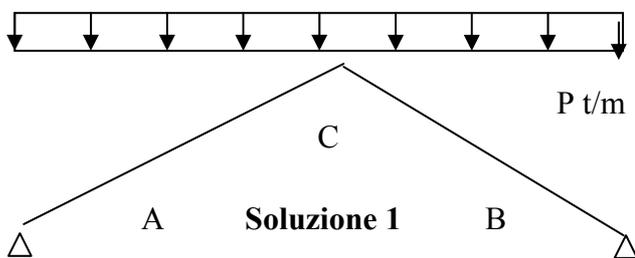
Per la trattazione del caso della capriata con vincoli iperstatici, partiremo dalle seguenti approssimazioni:

- i vincoli alla base sono stati considerati come due cerniere fisse, ovvero le aste sono considerate perfettamente rigide;
- il nodo al colmo, è stato assimilato ad un incastro perfetto;
- l'azione sismica è stata posta pari sia a pari a 0.33 del carico verticale, per voluto confronto alla trattazione con il caso isostatico, sia, più congruamente al campo elastico iperstatico, pari a 0.1 del medesimo carico, come verifica di norma allo stato limite di esercizio.

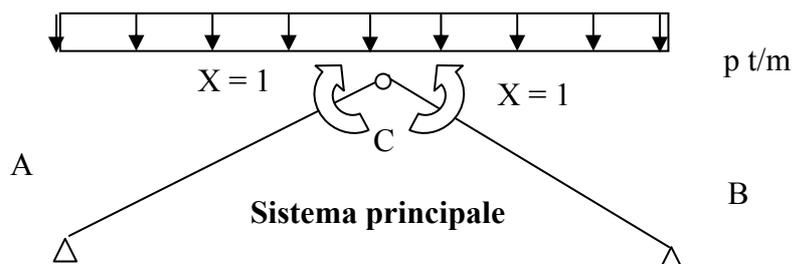
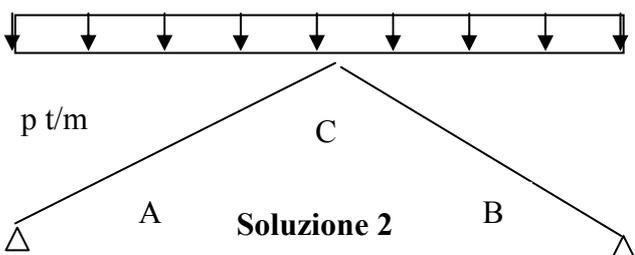
METODO DELLE FORZE

Si forniscono, qui di seguito, due soluzioni del problema iperstatico con il metodo delle forze, per poi riportare le sole reazioni vincolari ed i diagrammi di sforzo normale, taglio e momento flettente.

Per semplificare i calcoli si tratterà il caso dapprima dei soli carichi verticali, ricorrendo a due sistemi principali diversi.



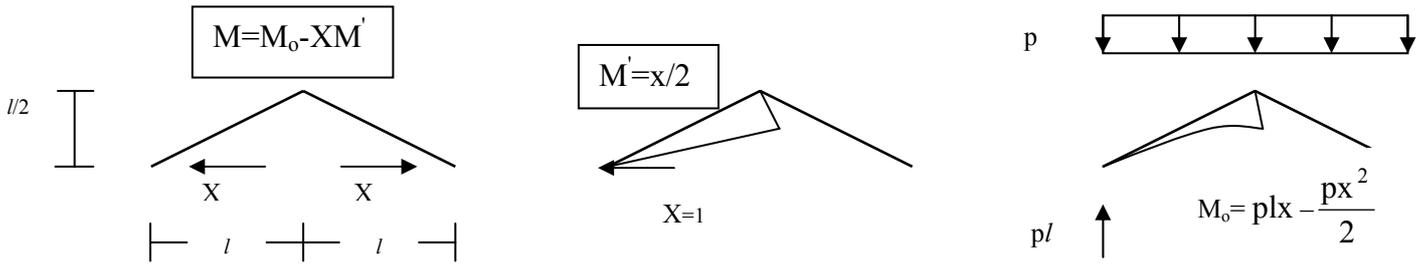
In questo primo caso vengono sbloccate le cerniere e rese carrelli; le incognite iperstatiche, data la simmetria della struttura e dei carichi sono rappresentate dalla reazione orizzontale  $X$ .



In questo secondo caso, invece, l'incastro al colmo viene reso cerniera, mentre l'incognita iperstatiche è rappresentata dal momento esercitato dall'incastro.

Segue la trattazione analitica dei due casi.

Soluzione 1



Tramite il Principio dei Lavori Virtuali, assunto che il lavoro funzione di NN' non si esplica in quanto le aste sono considerate infinitamente rigide ovvero la rigidezza  $EA=\infty$ , risulta:

$$L_i = \int_0^l \frac{MM'}{EI} dx = \int_0^l \frac{(M_0 - XM')M'}{EI} dx = 0$$

$$X \int_0^l \frac{M'^2}{EI} dx = \int_0^l \frac{M_0 M'}{EI} dx$$

$$X \int_0^l \left( \frac{x}{2} \right)^2 dx = \int_0^l \left( plx - \frac{px^2}{2} \right) \frac{x}{2} dx$$

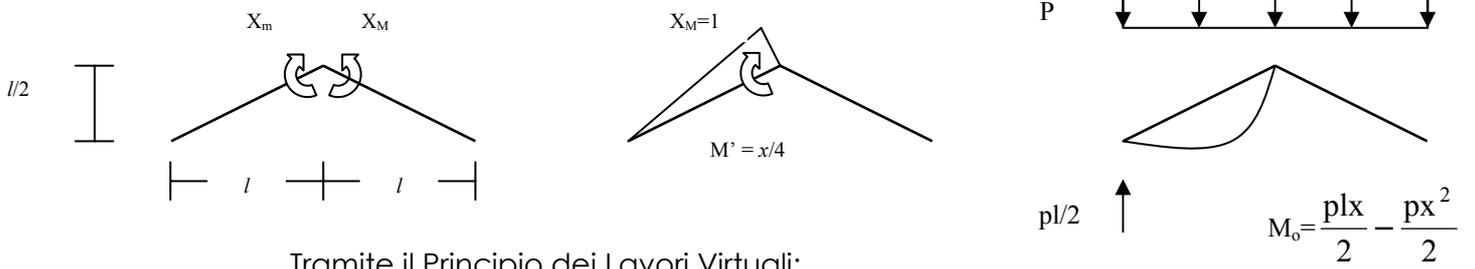
$$X \left[ \frac{x^3}{12} \right]_0^l = \left[ \frac{plx^3}{6} - \frac{px^4}{16} \right]_0^l ; X = \frac{5}{4} pl$$

il verso risulta concorde a quello scelto per l'incognita iperstatica

$$\text{per } x=1 \text{ risulta } M = pl^2 - \frac{pl^2}{2} - \frac{5}{4} pl \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{8} pl^2$$

Il momento è uguale a quello del solaio a due campate di luci l (v. B 5) nel quale lo sforzo normale non è presente, per cui non ci sono spinte sui muri d'ambito. Tali spinte nella capriata sono eliminate da una catena molto rigida realizzabile anche precomprimendola congruamente in modo da bilanciare il lavoro funzione di NN' come indicato più avanti.

Soluzione 2



Tramite il Principio dei Lavori Virtuali:

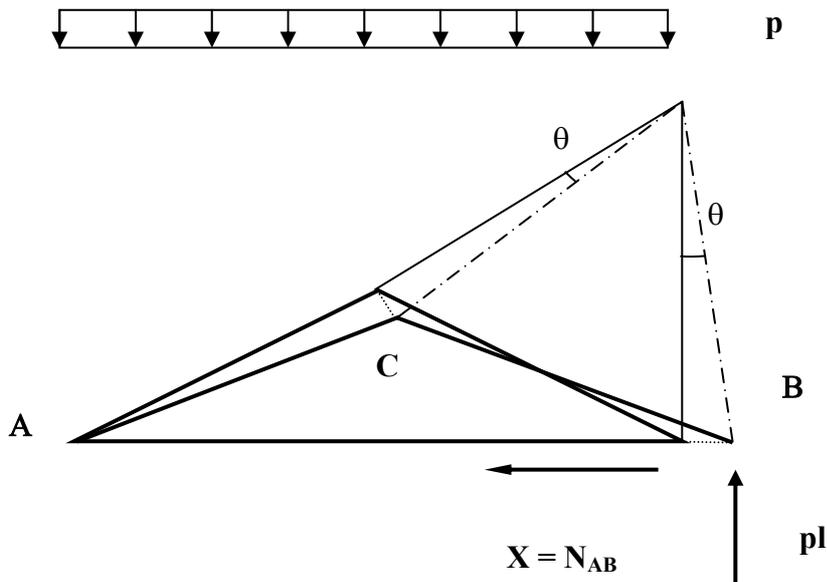
$$L_i = \int_0^l \frac{M'^2}{EI} dx + \int_0^l \frac{M_0 M'}{EI} dx = 0$$

$$\frac{X_M}{EI} \int_0^l \left(\frac{x}{4}\right)^2 dx + \frac{1}{EI} \int_0^l \left(\frac{pl}{2}x - p\frac{x^2}{2}\right) \frac{x}{4} dx = 0$$

$$X_M \frac{l^3}{48} + \left[ \frac{plx^3}{24} - \frac{px^4}{32} \right]_0^l = 0 ; X_M = -\frac{pl}{2}$$

per  $x = l$  risulta  $M = \frac{pl^2}{2} - \frac{pl^2}{2} - \frac{pl}{2} \frac{l}{4} = -\frac{1}{8}pl^2$  come nella prima soluzione con l'altro sistema principale di calcolo.

Se le aste invece sono allungabili ovvero non sono perfettamente rigide, risulta:



la reazione iperstatica X si ricava da:

$$N_{AC} = -pl \operatorname{sen} \alpha - X \cos \alpha ; N' = -l \cos \alpha$$

$$M_{AC} = plx \cos \alpha - \frac{px^2}{2} \cos \alpha - Xx \operatorname{sen} \alpha ; M' = -lx \operatorname{sen} \alpha$$

Tramite il Principio dei Lavori Virtuale risulta:

$$\frac{2}{EA} \int_0^l (-pl \operatorname{sen} \alpha - X \cos \alpha)(-\cos \alpha) dx + \frac{2}{EI} \int_0^l \left( plx \cos \alpha - \frac{px^2}{2} \cos \alpha - Xx \operatorname{sen} \alpha \right) (-x \operatorname{sen} \alpha) dx = 0$$

$$X = \frac{pl^2 \left( \frac{5l^2}{12l} - \frac{2}{A} \right) \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha}{2 \left( \frac{l^3}{3I} \operatorname{sen}^2 \alpha + \frac{l}{A} \cos^2 \alpha \right)}$$

per  $EA = \infty$  ovvero biella rigida si ritrova  $X_{\infty} = \frac{5}{4} pl$  essendo  $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$  ovvero

$$X_{\infty} = \frac{5}{4} \cdot 3,295 \cdot 4,0 = 16,47t$$

$$I = \frac{bb^3}{12} = \frac{0,3^4}{12} = 6,75 \cdot 10^{-4} m^4$$

$$X = \frac{3,295 \times 4,0 \left( \frac{5 \times 4,0^2}{12 \times 6,75 \times 10^{-4}} - \frac{2}{0,3^2} \right) 0,446 \times 0,895}{2 \left( \frac{4,0^3}{3 \times 6,75 \times 10^{-4}} 0,446^2 + \frac{40}{0,3^2} 0,895^2 \right)} = 16,37t$$

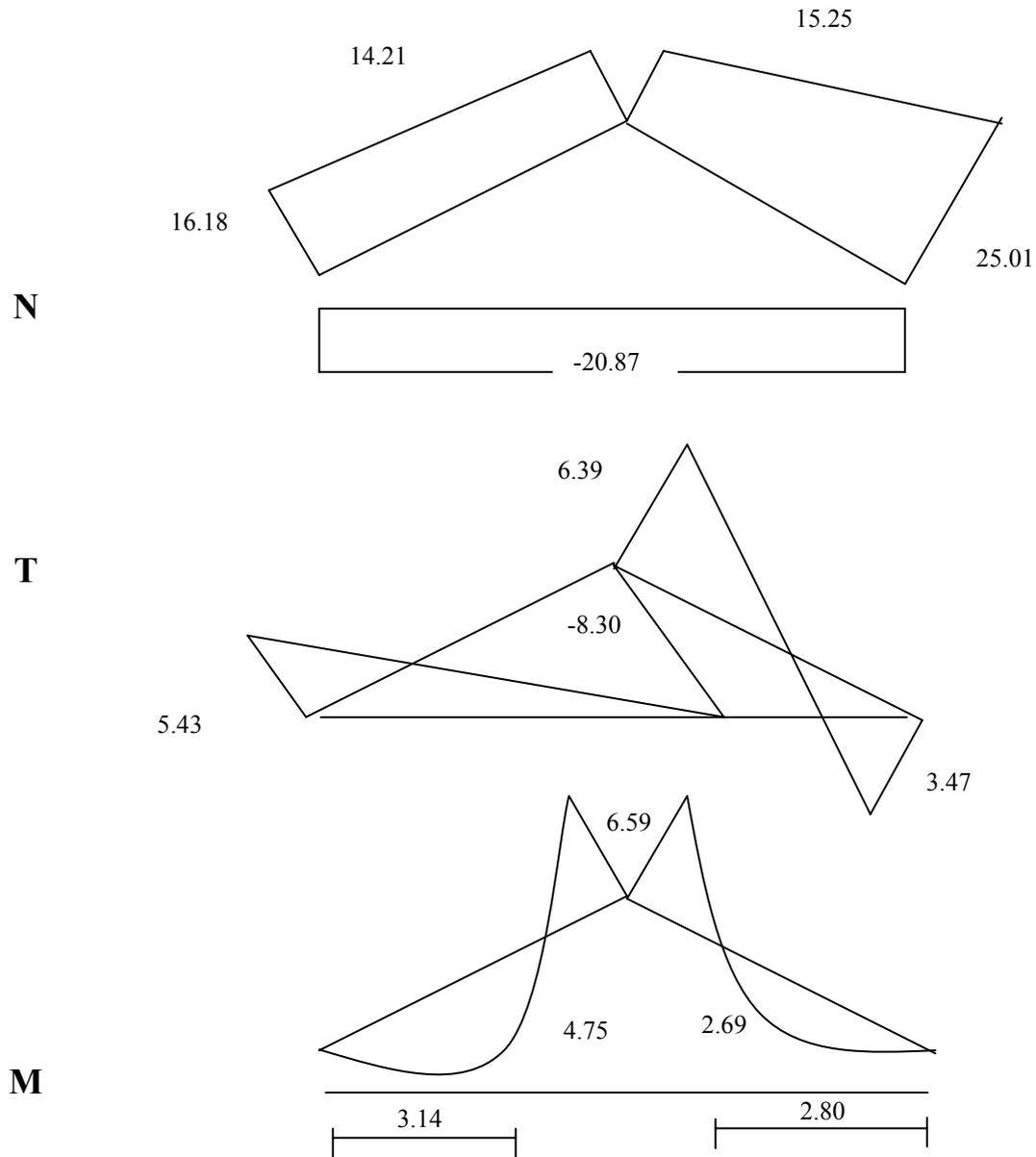
I muri d'ambito si devono spostare in sommità di  $\frac{16370 \times 800}{95000 \times 900} = 0,15 \text{ cm}$ .

La presenza delle azioni orizzontali sismiche di seguito calcolate aumenta tali spostamenti che

devono rimanere ammissibili progettando idoneamente i ritegni della capriata sui muri.

c) DIAGRAMMI DELLE SOLLECITAZIONI

Capriata Iperstatica con azione sismica pari a  
condizioni limite ultime  $C_s = 0,33$



Per il calcolo delle equazioni dei momenti delle due aste AC e CB, si procede come segue:

Asta AC

$$M(x) = (-x^2/2 + 7/4x - 1/4x)P + (-x^2/8 + 8/16x)q =$$

$$= (-x^2/2 + 3/2x)P + (-x^2/8 + 8/16x)q =$$

$$= (-P/2 - q/8)x^2 + (3/2P + q/2)x =$$

$$-1.922x^2 + 6.04x$$

$$M(x) = 0 \text{ per: } x = 0 ; x = 3.14$$

$$M'(x) = 2.844x + 6.041$$

$$M'(x) = 0 \text{ per } x = 1.57$$

$$M_{\max} = 4.75 \text{ tm}$$

Asta CB

$$M(x) = (-x^2/2 + 7/4x - 1/4x)P - (-x^2/8 + 1/2x)q =$$

$$= (-P/2 + q/8)x^2 + (3/2P - 1/2q)x =$$

$$= -1.37x^2 + 3.84x$$

$$M(x) = 0 \text{ per } x = 0 ; x = 2.8$$

$$M'(x) = -2.74x + 3.84$$

$$M'(x) = 0 \text{ per } x = 1.4$$

$$M_{\max} = 2.69 \text{ tm}$$

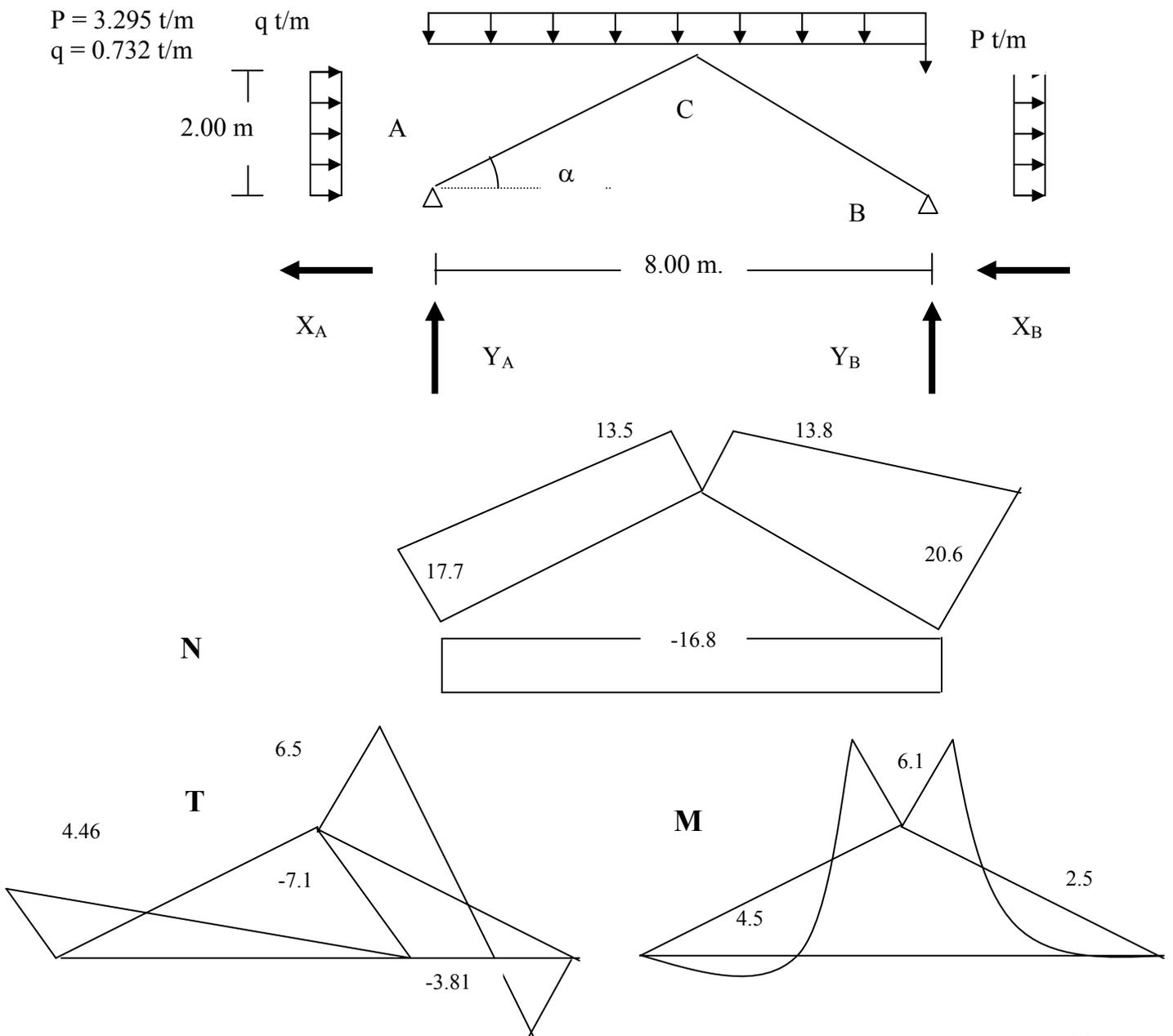
d) CAPRIATA IPERSTATICA con azione sismica pari a condizioni di esercizio ( $c_s=0,1$ )

Come già accennato in precedenza, a titolo di confronto con il caso isostatico, era stato effettuato anche il calcolo iperstatico con un'azione sismica con coefficiente pari a 0.33 g.

Queste condizioni di calcolo già riportate e rispecchianti esclusivamente il caso di verifica a rottura, sono qui confrontate con il caso di coefficiente sismico pari a 0.1 g.

E' bene notare che i vincoli alla base (cerniere), sono considerate rigide e che le loro reazioni sono applicate al tirante cambiate di segno.

Questa semplificazione comporta un valore molto elevato dello stato tensionale dovuto appunto alla rigidità del vincolo considerato invece elastico nel metodo degli elementi finiti.



e) ANALISI DELLA SICUREZZA

In prossimità del collasso per effetto del sisma sia i vincoli interni che esterni da iperstatici diventano realmente isostatici come nella precedente analisi grafica (A2).

La trazione della catena circa raddoppia al cambiare del verso del sisma o dell'ubicazione del vincolo d'appoggio che da cerniera si trasforma in carrello, vinto l'attrito, innescando il crollo.

Ciò si verifica per un fattore di sicurezza allo stato limite di scorrimento globale per la rottura locale (A.9) inferiore all'ordine di

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\beta} = 1,3; \operatorname{tg}\beta = \frac{8,78}{12,01} = 0,73; \operatorname{tg}\varphi = 1,3 \cdot 0,73 \approx 1,0; \varphi = 45^\circ$$

Si noti che alleggerendo il tetto si riducono le forze d'inerzia con sensibili riduzioni delle sollecitazioni ma l'angolo  $\beta$  e quindi il fattore di sicurezza  $\eta$  non cambiano per cui i ritegni sismici vincolari agli appoggi della capriata sono indispensabili in caso di terremoto.

Il calcolo isostatico ed iperstatico oltre ad evidenziare le finalità didattiche del ruolo della Statica e quello della Scienza delle Costruzioni, mette intrinsecamente in luce il ruolo della rigidità dei vincoli nel passare dallo stato limite d'esercizio a quello ultimo.

Lo sforzo normale 7,7 di trazione  $N_{AB} = 17,5 \text{ t}$  nella catena ed i momenti massimi valgono nelle mezzerie dei puntoni  $M_m = t \cdot m$  nel calcolo isostatico; il sisma  $C_s = 0,33$  indica una sensibile pressoflessione nei puntoni.

Nel caso invece iperstatico con i nodi tutti incastrati e gli appoggi fissi risulta:

$$N_{AB} = 20,9 \text{ t}$$

ed il momento massimo è nella sezione di colmo  $M_c = 6,6 \text{ t}\cdot\text{m}$ .

Se si aggiunge il monaco (asta centrale verticale) oltre a favorire l'incastro dei puntoni al colmo si possono inserire i saettoni (2 aste diagonali) in modo

da ripartire le sollecitazioni secondo la classica capriata reticolare usuale nelle Chiese.

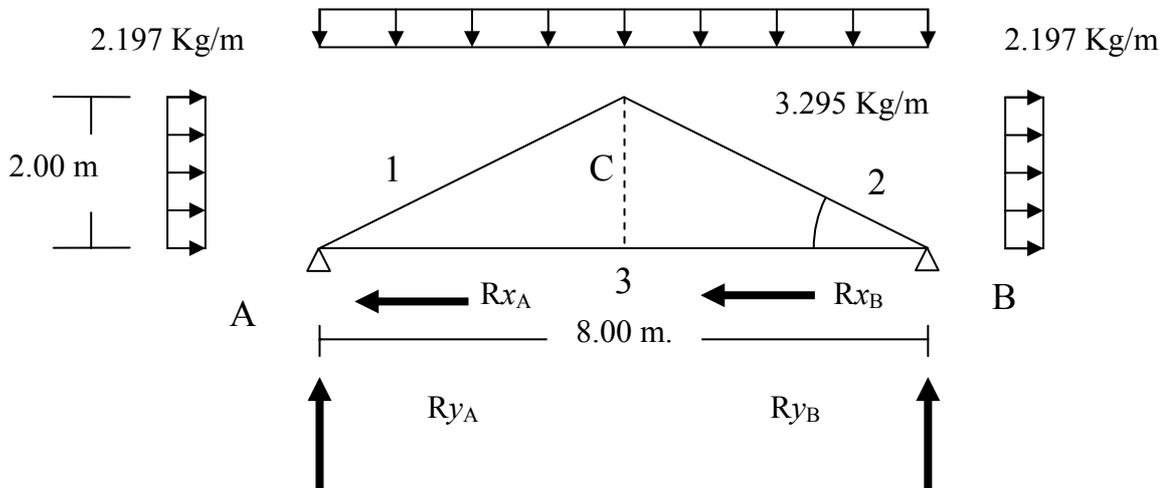
Si noti che il monaco in assenza di sisma non è sollecitato mentre in presenza è un efficace presidio a smistare gli sforzi normali (come i monaci contemplativi, da cui il nome, che appaiono utili solo in caso di eventi gravi). Se poi il monaco anziché essere staccato come usuale dalla catena viene ad essa vincolato, la capriata diventa oltremodo iperstatica con ulteriore riduzione delle sollecitazioni, peraltro non termiche, ed aumento della sicurezza.

La sicurezza va oltretutto valutata sia in termini di vita dell'opera, da cui l'importanza di progettare bene i particolari costruttivi dei nodi che costituiscono l'iperstaticità, sia in termini di rischio per la salvaguardia delle vite umane specie in caso di sisma, da cui l'importanza dei ritegni, già citata, ad esempio di legno, come si faceva anticamente, in modo da consentire piccoli spostamenti e con la base zancata inossidabile e fissata con malta compatibile nei muri d'appoggio che devono essere di ottima consistenza, o rialzati ai lati della base dei puntoni in modo da costituire una sella sia trasversale che longitudinale.



## II.2.4 CALCOLO MATRICIALE

### a) ANALISI MATRICIALE ISOSTATICA



La maniera per raccogliere tutte le equazioni di equilibrio relative alle reazioni esterne ed interne alla struttura in questione, è quella più generale e sistematica per l'uso del calcolatore di impostare la matrice statica (v. A6).

In prima istanza la si imposterà per le sole reazioni esterne, e, successivamente, anche per le reazioni interne.

Dallo sviluppo della suddetta matrice, si ottiene il sistema di 15 equazioni in 15 incognite (12 interne + 3 esterne), che descrive completamente l'equilibrio della struttura.

$$\begin{array}{c|c|c|c} R_{XA} & R_{YA} & R_{XB} & R_{YB} \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{c} R_{XA} \\ R_{YA} \\ R_{XB} \\ R_{YB} \end{array} = \begin{array}{c} -8.788 \\ 26.36 \\ 114.23 \end{array}$$

Da cui si ottiene:

$$\begin{aligned} R_{XA} &= -8.8788 \\ R_{XB} &= 0 \\ R_{YA} &= 14.28 \\ R_{YB} &= 12.08 \end{aligned}$$

	$X_{A1}$	$Y_{A1}$	$X_{C1}$	$Y_{C1}$	$X_{C2}$	$Y_{C2}$	$X_{B2}$	$Y_{B2}$	$X_{B3}$	$Y_{B3}$	$X_{A3}$	$Y_{A3}$	$R_{AX}$	$R_{AY}$	$R_{BY}$
$F_x$	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$F_y$	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$M$	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n$	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$F_x$	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$F_y$	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$M$	0	0	0	0	2	-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$n$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$F_x$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
$F_y$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$M$	0	0	0	0	0	0	0	0	-8	0	0	0	0	0	0
$n$	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
$F$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$X$															
$F_y$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-8

$X_{A1}$	2	0
$Y_{A1}$	0	-4
$X_{C1}$	2	8
$Y_{C1}$	0	0
$X_{C2}$	2	0
$Y_{C2}$	0	-4
$X_{B2}$	2	8
$Y_{B2}$	0	0
$X_{B3}$	0	0
$Y_{B3}$	0	0
$X_{A3}$	0	0
$Y_{A3}$	0	0
$R_{AX}$	4	0
$R_{AY}$	0	-8
$R_{BY}$	4	32

+

2.197	
3.295	

=

<b>0</b>
----------

E' da notare che la parte della matrice delimitata dalla linea tratteggiata, è quella relativa ai vincoli esterni.

Il risultato è il medesimo di quello descritto al paragrafo precedente.

I risultati sono di seguito espressi in Kg.

$X_{A1}$	=	<b>8787.3</b>
$Y_{A1}$	=	<b>12082.8</b>
$X_{C1}$	=	<b>-13181.3</b>
$Y_{C1}$	=	<b>1098.5</b>
$X_{C2}$	=	<b>13181.3</b>
$Y_{C2}$	=	<b>-1098.5</b>
$X_{B2}$	=	<b>-17575.3</b>
$Y_{B2}$	=	<b>14278.0</b>
$X_{B3}$	=	<b>17575.3</b>
$Y_{B3}$	=	<b>0</b>
$X_{A3}$	=	<b>-17575.3</b>
$Y_{A3}$	=	<b>0</b>
$R_{AX}$	=	<b>-8788.0</b>
$R_{AY}$	=	<b>12082.8</b>
$R_{BY}$	=	<b>14278.0</b>

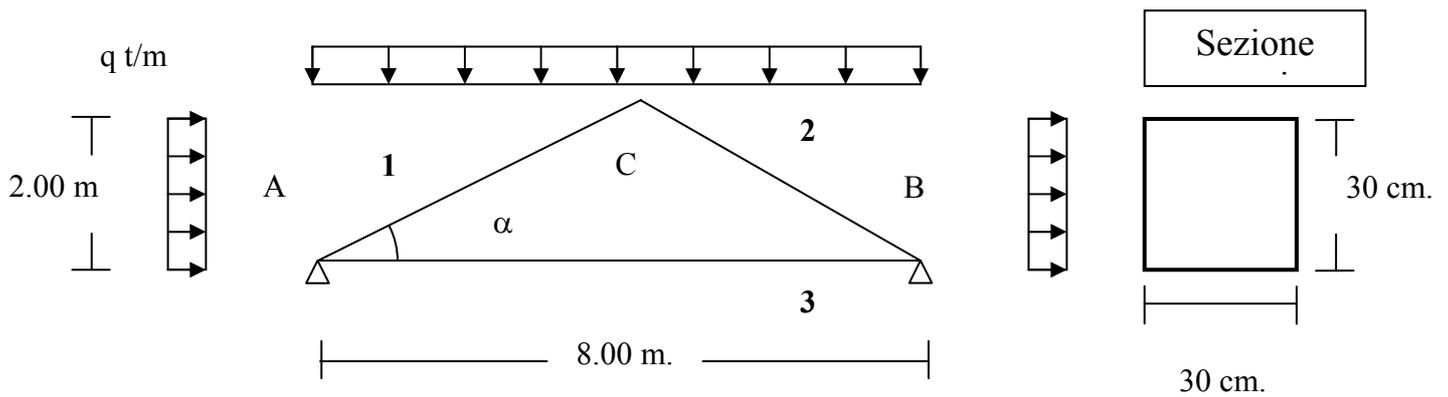
Dalle componenti x, y delle reazioni interne all'estremità di ogni asta si ricavano gli sforzi normali.

b) CAPRIATA IPERSTATICA

Si passa ora al calcolo completo con il metodo degli elementi finiti, già descritto teoricamente in precedenza.

Elementi geometrici :

A = area della sezione delle travi	$A = \text{cm } 30 \times 30 = 900 \text{ cm}^2 = 0.09 \text{ m}^2$
J = momento d'inerzia della sezione	$J = 1/12 h^3 b = 6.75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$
E = modulo elastico espresso in Kg/cm <sup>2</sup>	$E = 9.5 \cdot 10^4$



		<b>Puntoni</b>	<b>Tirante</b>
EA/l	=	1912.7	1068.75
12 EJ/l <sup>3</sup>	=	8.6	1.5
6EJ/l <sup>2</sup>	=	19.3	6.01
4EJ/l	=	57.4	32.06
2EJ/l	=	28.7	16.03

Aste	$\theta$	sen $\theta$	cos $\theta$
Asta 1	26.5°	0.446	0.895
Asta 2	-26.5°	-0.446	0.895
Asta 3	180°	0	-1

Per la determinazione del vettore dei carichi nodali, si determinano innanzi tutto i carichi applicati alle aste.

$$\{F_1\} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_1 \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_2 \end{Bmatrix} = [T] \{f_1\} = \begin{array}{c|ccc|ccc} C & S & 0 & & & \\ -S & C & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline & & & C & S & 0 \\ & 0 & & -S & C & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{Bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ m_1 \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ m_2 \end{Bmatrix}$$

P/l/2	=	6.1 t.
P l <sup>2</sup> /12	=	4.1 tm
q/l/2	=	0.73 t
q l <sup>2</sup> /12	=	0.24 tm

Tenendo conto che i carichi applicati sulle aste sono quelli in tabella, si possono facilmente ottenere i carichi nel riferimento locale. Si tenga anche conto che il tirante (asta 3) risulta privo di carichi agenti.



**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.1**

C	S	0				-0.73
-S	C	0		0		6.1
0	0	1				4.34
			C	S	0	-0.73
	0		-S	C	0	6.1
			0	0	1	-4.34

=

2.06
5.78
4.34
2.06
5.78
-4.34

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.1**

C	S	0				0
-S	C	0		0		0
0	0	1				-0.0688
			C	S	0	-0.0084
	0		-S	C	0	-0.0327
			0	0	1	-0.0062

=

0
0
-0.0688
-0.007
-0.033
-0.0062

**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.2**

C	S	0				0.73
-S	C	0		0		-6.1
0	0	1				-3.68
			C	S	0	0.73
	0		-S	C	0	-6.1
			0	0	1	3.68

=

3.37
-5.13
-3.86
3.37
-5.13
3.86

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.2**

C	S	0				.0084
-S	C	0		0		-0.0327
0	0	1				.00619
			C	S	0	.0016
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	.0607

=

.0022
-.0255
.00619
.0143
.0071
.0607

**Effetto dei carichi applicati come reazioni di incastro perfetto. Asta n.3**

C	S	0				0
-S	C	0		0		0
0	0	1				0
			C	S	0	0
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	0

=

0
0
0
0
0
0

**Spostamenti nel riferimento locale. Asta n.3**

C	S	0				0.016
-S	C	0		0		0
0	0	1				.0607
			C	S	0	0
	0		-S	C	0	0
			0	0	1	-0.688

=

-.014
0
.0607
0
0
-.688

**Sollecitazioni Asta 1**

1913			-1913			0
	9	19		-9	19	0
	19	57		-19	29	-0.0688
-1913			1913			-0.007
	-9	-19		9	-19	-0.033
	19	29		-19	57	-0.0062

=

9.19
-1.12
-3.47
-9.19
1.12
-1.72

+

2.06
5.78
4.34
2.06
5.78
-4.34

=

11.25
4.66
0.87
-7.13
6.9
-6.06

**Sollecitazioni Asta 2**

1913			-1913			0.022	=	14.7	+	3.37	=	11.33
	9	19		-9	19	-0.0255		1.2		-5.13		6.33
	19	57		-19	29	.00619		1.49		-3.86		5.35
-1913			1913			.0143	=	-14.7	+	3.37	=	-18.07
	-9	-19		9	-19	.0071		-1.2		-5.13		3.93
	19	29		-19	57	.0607		3.5		3.86		-0.36

**Sollecitazioni Asta 3**

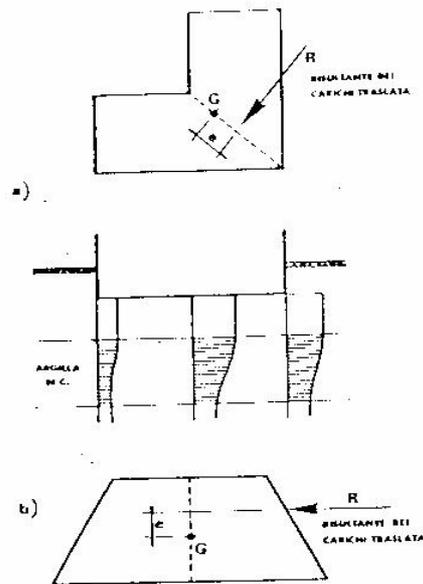
1069			-1069			-0.014	=	-14.9	+	0	=	-14.9
	1.5	6		-1.5	6	0		-0.048		0		-0.048
	6	32		-6	16	.0607		0.84		0		0.84
-1069			1069			0	=	14.9	+	0	=	14.9
	-1.5	-6		1.5	-6	0		0.048		0		0.048
	6	16		-6	32	-.688		-1.2		0		-1.2

**Tabella riassuntiva delle sollecitazioni alle estremità**

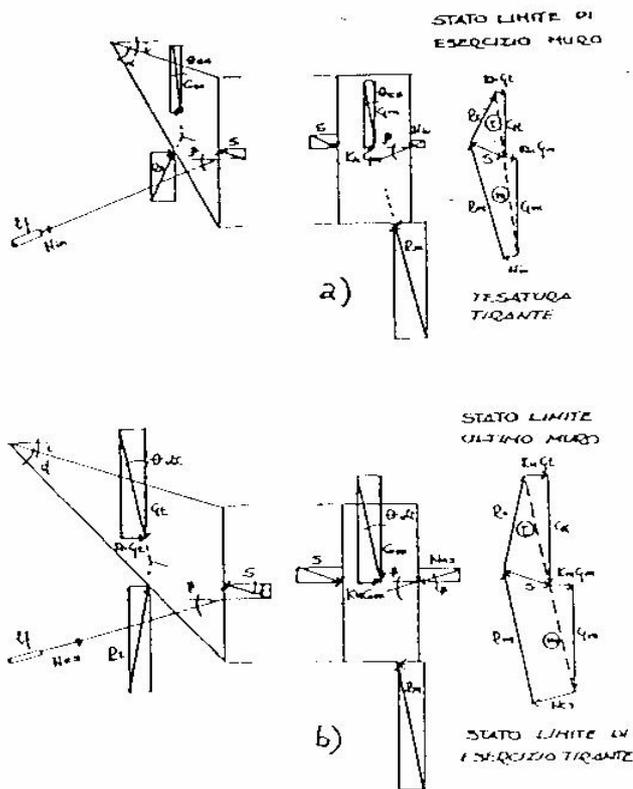
Asta 1			Asta 2			Asta 3		
N <sub>A</sub>	=	<b>11.25</b>	N <sub>B</sub>	=	<b>11.33</b>	N <sub>C</sub>	=	<b>-14.9</b>
T <sub>A</sub>	=	<b>4.66</b>	T <sub>B</sub>	=	<b>6.33</b>	T <sub>C</sub>	=	<b>-0.048</b>
M <sub>A</sub>	=	<b>0.87</b>	M <sub>B</sub>	=	<b>5.35</b>	M <sub>C</sub>	=	<b>0.84</b>
N <sub>B</sub>	=	<b>-7.13</b>	N <sub>C</sub>	=	<b>-18.07</b>	N <sub>A</sub>	=	<b>14.9</b>
T <sub>B</sub>	=	<b>6.33</b>	T <sub>C</sub>	=	<b>3.95</b>	T <sub>A</sub>	=	<b>0.048</b>
M <sub>B</sub>	=	<b>6.06</b>	M <sub>C</sub>	=	<b>-0.36</b>	M <sub>A</sub>	=	<b>-1.2</b>

# **PARTE III**

## **PROGETTO DI ELEMENTI STRUTTURALI IN C. A. FONDAZIONI E MURI DI SOSTEGNO**



Cedimenti differenziali per effetto di dissimmetrie della base della fondazione: a, pianta ad L; b, pianta trapezia.



Analisi pseudostatica dell'adeguamento di un muro fondato superficialmente su terreno di elevata portanza, tramite tiranti detensionabili: a) stato limite di esercizio del muro e tesatura tiranti; b) stato limite ultimo del muro e di esercizio dei tiranti contratto libero permanente

## **INDICE**

### **III.1 SOLAIO**

III.1.1 ANALISI DEI CARICHI

III.1.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

III. 1. 3 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA A FLESSIONE SEMPLICE

III. 1. 4 (S.L.E.)<sub>1</sub> STATO LIMITE DI ESERCIZIO PER LE TENSIONI E DEFORMAZIONI

III.1.5 CONFRONTO CON (MTA) METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

III.1.6 (SLE)<sub>2</sub> STATO LIMITE DI ESERCIZIO PER LA FESSURAZIONE

III.1. 7 (SLE)<sub>3</sub> STATO LIMITE DI ESERCIZIO PER LE VIBRAZIONI

III.1. 8 STATO LIMITE ULTIMO IN CONDIZIONI STATICHE (S.L.U.)<sub>1</sub>

### **III.2 TRAVE**

III.2.1 ANALISI DEI CARICHI

III.2.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

III.2.3 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA A FLESSIONE

III.2.4 CONFRONTO TRA STATI LIMITE (S.L.E.-S.L.U.)

III.2.5 DIMENSIONAMENTO A TAGLIO (S.L.U.)

III.2.6 DIMENSIONAMENTO A TORSIONE (S.L.U.)

### **III.3 PILASTRO**

III.3.1 ANALISI DEI CARICHI

III.3.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

III.3.3 PREDIMENS. A COMPRESSIONE SEMPLICE O CENTRATA

III.3.4 METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI (M.T.A.)

III.3.5 STATO LIMITE DI ESERCIZIO E ULTIMO (S.L.E. -S.L.U.)

III.3.6 DIMENSIONAMENTO A PRESSOFLESSIONE (S.L.E.-S.L.U.)

### **III.4 PLINTI DI FONDAZIONE**

III.4.1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA

III.4.2 DIMENSIONAMENTO A SFORZO NORMALE CENTRATO (SLU)

III.4.3 DIMENSIONAMENTO A SFORZO NORMALE ECCENTRICO (SLU)

### **III.5 TRAVI DI FONDAZIONE**

III. 5.1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA

III. 5.2 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA

III. 5. 3 STATO LIMITE DI ESERCIZIO

III. 5. 4 STATO LIMITE ULTIMO

### **III. 6 MURI DI SOSTEGNO**

III. 6. 1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA

III. 6. 2 STATO LIMITE DI ESERCIZIO

III. 6. 3 STATO LIMITE ULTIMO

## INTRODUZIONE

Il progetto di una struttura richiede, come noto, dapprima la scelta degli elementi strutturali che la compongono, distribuiti e vincolati opportunamente, secondo quanto delineato nella Parte I<sup>a</sup>, in modo da assolvere al criterio di sicurezza “*di sana costituzione*”.

Il dimensionamento degli elementi di un edificio in c.a. è svolto con il metodo semiprobabilistico agli stati limite secondo la vigente normativa italiana G.U.29/96 e/o gli Eurocodici EC1 (azioni) ed EC2 (c.a.), in modo da contemperare i moderni criteri di sicurezza “*di calcolo*” di progetto” (da cui il pedice “d” iniziale di design, nei vari simboli).

Si svolge anche il confronto con il tradizionale metodo delle tensioni ammissibili usato per quasi un secolo in Italia, in modo da evidenziare i vantaggi ed i limiti dei vari metodi, specie per l’analisi retrogressiva delle strutture in c.a. esistenti, progettate con le vecchie norme, e per il confronto con le opere in muratura, cercando di contemperare i vari contributi teorici e delle normative, senza false certezze.

L’efficacia del c.a. è sensibile specie nel campo delle fondazioni, previste dalla nuova normativa sismica anche per le strutture in muratura, per cui si delinea il dimensionamento dei principali elementi di un edificio in c.a., con i contributi della Geotecnica e della Sismica.

La radice culturale comune fra Ingegneri Edili ed Architetti, che il testo vuole mantenere desto, pur confluendo attualmente le Facoltà romane verso Atenei diversi, per dichiarate valenze umanistiche, si può simboleggiare con le valutazioni che sopra sono state chiamate della sicurezza “*di sana costituzione*” incentrata sulla regolare scelta della Geometria inerziale delle Masse e delle Rigidezze specie vincolari al terreno, che precede la sicurezza di “calcolo”.

.Tutto il bagaglio di calcolo qui delineato o l’impiego degli altri Eurocodici: EC3 (acciaio) EC4 (miste) EC5 (legno) EC6 (murature) EC7 (geotecnica) EC8 (sismica) è un approfondimento necessario ma non sufficiente se viene slegato dalle origini culturali.

Tutto il testo è inutile utopia se non suscita la memoria delle predette radici, che hanno permesso di realizzare Costruzioni meravigliose, quando non esistevano i computers o

gli eurocodici e si contemperavano fortemente i contenuti umanistici con quelli scientifici, senza frammentarietà, aspetto che va urgentemente recuperato nella Didattica. L'equilibrio poi fra i forti interessi per la nuova cubatura ed il recupero dell'esistente, anche con un modesto premio di cubatura, ad esempio abbinato ad aree dismesse o di completamento o previo la demolizione per riqualificare, necessita di chiari regolamenti edilizi per favorire un valido sviluppo per l'uomo e per l'ambiente urbanizzato, essendo peraltro difficile variare fabbricati esistenti specie in zona sismica.

L'efficacia del c. a. ad es. in fondazione o per le infrastrutture deve contemperarsi inoltre con lo sviluppo delle costruzioni in muratura od in legno, anche nel campo del consolidamento, specie per lo sviluppo della media e piccola impresa.

L'analisi dell'ecobilancio dell'intera vita del c. a. , ovvero del consumo energetico ed ambientale per produrlo e per demolirlo e portarlo a rifiuto (in Italia si comincia oltretutto solo ora a pensare al calcestruzzo riciclato), sposta i vantaggi verso le murature e legno, quanto meno in elevazione per edifici di pochi piani: v. Bioarchitettura nella Parte 1, in modo da prevenire i delicati problemi dei rifiuti ed energetici.

Per quanto riguarda i disegni di carpenteria e gli esempi di calcolo automatico, si rinvia ai Moduli di "Progetto di strutture" che affiancano il presente di "Geotecnica", visto insieme a quello di "Sismica", come approccio alla multidisciplinarietà di base.

Il contributo dei moduli ai Laboratori di Costruzioni dell' Architettura risente fortemente del taglio più ingegneristico od architettonico di base prescelto, specie per i calcoli automatici, raccomandati dalla necessità di contemperare le normative europee.

Analogamente il modulo Tecnologico può dare il suo apporto specifico , peraltro nelle Facoltà di Architettura non è mirato ad esempio a descrivere i contributi alle carpenterie del conglomerato e delle armature .

Il delicato tema della firma dei progetti strutturali delle Costruzioni da parte degli Architetti, deve essere risolto senza equivoci, specie nei corsi "3+2", a cominciare dalla formazione didattica basata sulle più volte citate radici culturali, altrimenti l' insegnamento dei programmi di calcolo è molto pericoloso.

Il ruolo infine dei Geologi a fianco dei Geotecnici è perfettamente analogo a quello degli Architetti con gli Ingegneri Strutturisti, in dialogo anziché in concorrenza; per i Geotecnici poi è da valorizzare il dialogo e la mediazione culturale con tutti, proprio perché si tratta dell'interazione fra terreno e struttura.

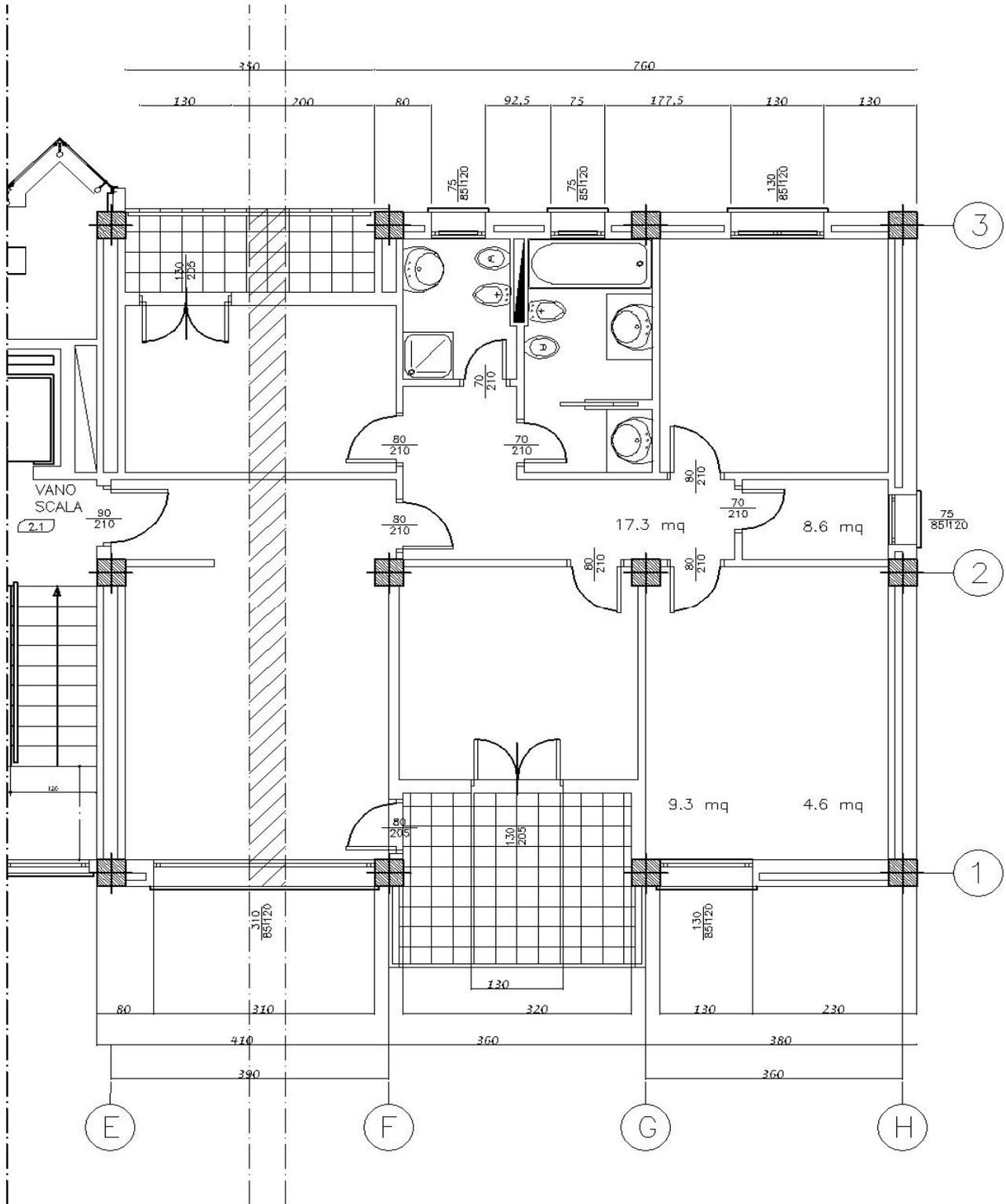
La Cultura , la cui etimologia è ripresa dal lavoro agricolo, diventa la Paideia dei greci o l' Humanitas dei latini, anche in un settore così specialistico come la Geotecnica.

Il richiamo non è un appellarsi a perfezionismi legati ad ideali classici, ma un riferimento a valori profondi, di cui tutti abbiamo necessità, pur nei limiti degli errori umani.

Tali concetti non vanno pertanto visti come elitari o corporativi<sup>0</sup>, ovvero come riservati solo a pochi esperti, ma come chiaro riconoscimento dell' importanza di approfondire gli studi, per agire responsabilmente, “agli stati limite” delle conoscenze scientifiche.



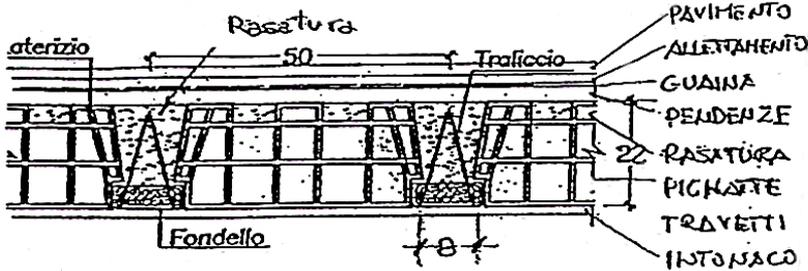
### III.1 SOLAIO



### III.1.1 ANALISI DEI CARICHI

Fig. 15 ESEMPI DI TIPOLOGIE DI SOLAI

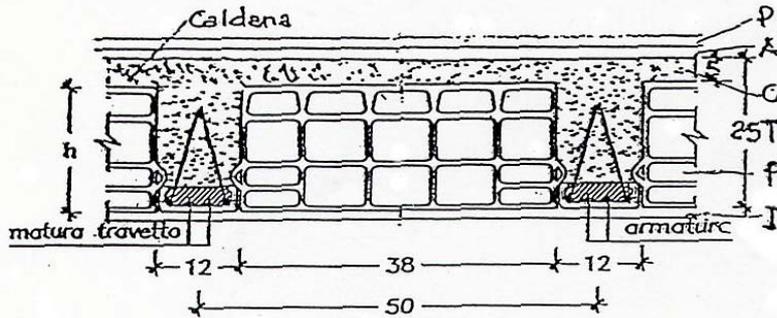
#### SOLAIO DI COPERTURA A TERRAZZO



Neve Roma  $qq_{sk} = 1.15 \text{ kN/m}^2$   
 Sovraccarico acc.  $qq = 2.0 \text{ kN/m}^2$ ;  $q = 1.0 \text{ kN/m}$ ;  
 $Q = 2.0 \text{ kN/m}^2$

KN/m <sup>3</sup>	Quantità (m)	KN/m <sup>2</sup>
20	0.012	0.24
12	0.050	0.95
12	0.008	0.10
5	0.10=2%	0.50
20	0.040	0.80
8	0.42x0.20/0.50	1.35
25	0.08x0.20/0.50	0.80
20	0.020	0.40
		$pp = 5.05$
		$pp+qq = 7.05$

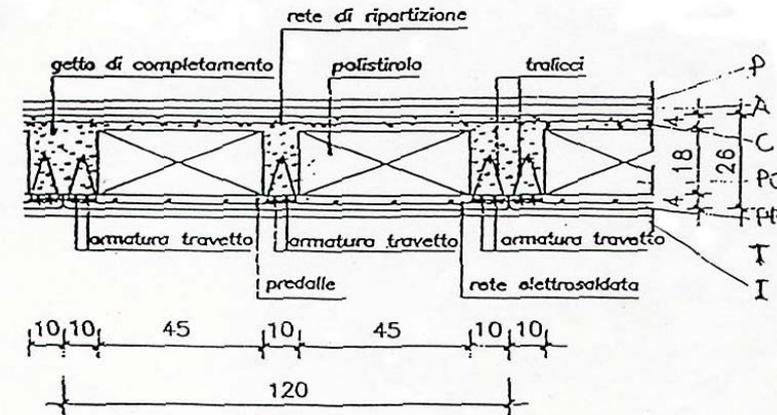
#### SOLAIO D'ABITAZIONE



Sovraccarico acc.  $qq_{sk} = 2.0 \text{ kN/m}^2$ ;  $Q = 2.0 \text{ kN}$   
 Tramezzi  $q = 1.0 \text{ kN/m}$ ;  $qq = 1.0 \text{ kN/m}^2$  min equivalente

KN/m <sup>2</sup>	Quantità (m)	KN/m <sup>2</sup>
20	0.015	0.30
19	0.030	0.57
25	0.050	1.25
25	0.12x0.20/0.50	1.20
8	0.38x0.20/0.20	1.22
20	0.020	0.40
		$pp = 4.95$
		$pp+qq = 7.95$

#### SOLAIO PER MAGAZZINO E AUTORIMESSA



KN/m <sup>3</sup>	Quantità (m)	KN/m <sup>2</sup>
20	0.015	0.30
19	0.030	0.57
25	0.050	1.00
1.5	0.45x0.18/0.60	0.20
25	0.040	1.00
25	0.10x0.18/0.60	0.75
20	0.020	0.30
		$pp = 4.15$
		$pp+qq = 9.75$

### SCELTA DELLE UNITA' DI MISURA

Nel presente dimensionamento viene usata come unità di misura della resistenza, anziché il Mpa (megapascal), come negli usuali programmi di calcolo:

$$1MPa = 1 \frac{MN}{m^2} = 1 \frac{N}{mm^2} = 10 \frac{Kg_p}{cm^2} = 100 \frac{t}{m^2}$$

viene usato il KiloNewton/cm<sup>2</sup>:

$$1 \frac{KN}{cm^2} = 100 \frac{Kg_p}{cm^2} = 10MPa = 10 \frac{MN}{m^2} = 1000 \frac{t}{m^2}$$

sia per fare direttamente riferimento alla sigla con cui in Italia è denominato l'acciaio, sia per avere le dimensioni di progetto direttamente in centimetri. Si ricorda inoltre l'equivalenza fra le unità di misura, la grandezza scalare della pressione , o per quella vettoriale della tensione, che si utilizzavano in passato:

$$1 \frac{Kg_p}{cm^2} = 10 \frac{t}{m^2} = 1 atm = 10 m H_2O = 760 mm Hg$$

$$1 \frac{Kg}{cm^2} = 0.1 \frac{MN}{m^2} = 0.1 \frac{N}{mm^2} = 0.01 \frac{KN}{cm^2} = 0.1 MPa$$

SCELTA DEI MATERIALI

**NORMATIVA '92**

- RESISTENZE DI CALCOLO DEL CONGLOMERATO  
METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

$$\sigma_{Camm} = 6 + \frac{R_{CK} - 15}{4} (N/mm^2)$$

$$\tau_{C0} = 0.4 + \frac{R_{CK} - 15}{75} (N/mm^2)$$

$$\tau_{Cmax} = 0.4 + \frac{R_{CK} - 15}{35} (N/mm^2)$$

RESISTENZA CUBICA $R_{ck} (N/mm^2)$	TENSIONI AMMISSIBILI $\sigma_{Camm} (N/mm^2)$	TENSIONI AMMISSIBILI NORMALI $0.7 \sigma_{Camm} (N/mm^2)$	TENSIONI TANGENZIALI AMMISSIBILI $\tau_{C0}$	TENSIONI TANGENZIALI MAX $\tau_{Cmax}$
20	7.25	5.07	0.47	1.54
25	8.50	5.95	0.53	1.69
30	9.75	6.82	0.60	1.83
35	11.00	7.70	0.67	1.97
40	12.25	8.75	0.73	2.11
45	13.50	9.45	0.80	2.26

- RESISTENZE DI CALCOLO DELL'ACCIAIO  $\sigma_a = 0.5 f_{yk}$

**NORMATIVA '96**

- RESISTENZE DI CALCOLO DEL CONGLOMERATO  
STATO LIMITE DI ESERCIZIO E ULTIMO

$$f_{cd\ es} = \frac{(0.4+0.6)f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{(0.4+0.6)0.83R_{ck}}{1.0} \begin{cases} \text{AMBIENTE } \begin{cases} \text{POCO AGGRESSIVO} & A^P \\ \text{AGGRESSIVO} & A \end{cases} \\ \text{CARICHI RARI} & Q \\ \text{CARICHI QUASI PERMANENTI} & R \end{cases} \quad f_{cd\ ult} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0.83 R_{ck}}{1.6}$$

RESISTENZA CILINDRICA $f_{ck} (N/mm^2)$	S.L.E.: A+Q $f_{cd} = 0.4 f_{ck} / \gamma_c$	S.L.E.: A+R $f_{cd} = 0.5 f_{ck} / \gamma_c$	S.L.E.: P+Q $f_{cd} = 0.45 f_{ck} / \gamma_c$	S.L.E.: P+R $f_{cd} = 0.60 f_{ck} / \gamma_c$	S.L.U.: P+R $f_{cd} (N/mm^2)$
(20)	16.60	6,64	8,83	7,47	9,96
(25)	20.75	8,30	11,04	9,93	12,45
(30)	24.90	9,96	12,45	11,20	14,94
(35)	29.05	11,62	14,52	13,07	17,43
(40)	33,20	13,28	17,01	14,94	19,92
(45)	37,35	14,94	18,67	16,81	22,41

$f_{cd} = f_{ck} / 2,5$	$f_{ck} / 2,5$	$f_{ck} / 2,0$	$f_{ck} / 2,2$	$f_{ck} / 1,6$	$f_{ck} / 1,6$
-------------------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

- RESISTENZE DI CALCOLO DELL'ACCIAIO

CARICHI QUASI PERMANENTI	$f_{sd} = 0.5 f_{yk}$	$f_{yk} / \gamma_s$
CARICHI RARI	$f_{sd} = 0.7 f_{yk}$	$\gamma_s = 1.0 \div 1.5$

$$Feb44K \rightarrow f_{yk} = 44 \text{ KN/cm}^2$$

$$\rightarrow f_{yk} = 44 / 1.15 = 38.26 \text{ KN/cm}^2$$

CONTROLLATO IN STABILIMEN *Feb44*

NON CONTROLLATO

## AZIONI DI CALCOLO

(estratto dalla Gazzetta Ufficiale n°29 del 5 Febbraio 1996)

Le verifiche devono essere condotte nei riguardi degli stati limite d'esercizio e degli stati limite ultimi, vedi figure 6 a,b in I.4.

Le azioni sulla costruzione devono essere cumulate in modo da determinare condizioni di carico tali da risultare più sfavorevoli ai fini delle singole verifiche, tenendo conto della probabilità ridotta di intervento simultaneo di tutte le azioni con i rispettivi valori più sfavorevoli, come prescritto nelle normative vigenti.

Per gli stati limite ultimi si adotteranno le combinazioni del tipo:

$$F_d = \gamma_g G_k + \gamma_p P_k + \gamma_q \left[ Q_{Ik} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} Q_{ik}) \right]$$

essendo:

- $G_k$  il valore caratteristico delle azioni permanenti;
- $P_k$  il valore caratteristico della forza di precompressione;
- $Q_{Ik}$  il valore caratteristico dell'azione di base di ogni combinazione;
- $Q_{ik}$  i valore caratteristici delle azioni variabili tra loro indipendenti;
- $\gamma_g$  1,4 (1,0 se il suo contributo aumenta la sicurezza);
- $\gamma_p$  0,9 (1,2 se il suo contributo diminuisce la sicurezza);
- $\gamma_q$  1,5 (0 se il suo contributo aumenta la sicurezza)
- $\psi$  coefficiente di combinazione allo stato limite ultimo da determinarsi sulla base di considerazioni statistiche.

Qualora le deformazioni esercitino una azione significativa sullo stato limite ultimo considerato se ne deve tenere conto applicando loro un coefficiente di 1,2.

Il contributo delle deformazioni impresse, non imposte appositamente, deve essere trascurato se a favore della sicurezza.

Per gli stati limite d'esercizio si devono prendere in esame le combinazioni rare, frequenti e quasi permanenti con

$$\gamma_g = \gamma_p = \gamma_q = 1,$$

e applicando ai valori caratteristici delle azioni variabili adeguati coefficienti :  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  .

In forma convenzionale le combinazioni possono essere espresse nel modo seguente:

combinazione rare

$$F_d = G_k + P_k + Q_{Ik} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{0i} Q_{ik} )$$

combinazioni frequenti

$$F_d = G_k + P_k + \psi_{II} Q_{Ik} + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{2i} Q_{ik} )$$

combinazioni quasi permanenti

$$F_d = G_k + P_k + \sum_{i=2}^{i=n} (\psi_{2i} Q_{ik} )$$

$\psi_{0i}$  coefficiente atto a definire i valori delle azioni assimilabili ai frattili di ordine 0,95 delle distribuzioni dei valori istantanei,

$\psi_{2i}$  coefficiente atto a definire i valori quasi permanenti delle azioni variabili assimilabili ai valori medi delle distribuzioni dei valori istantanei.

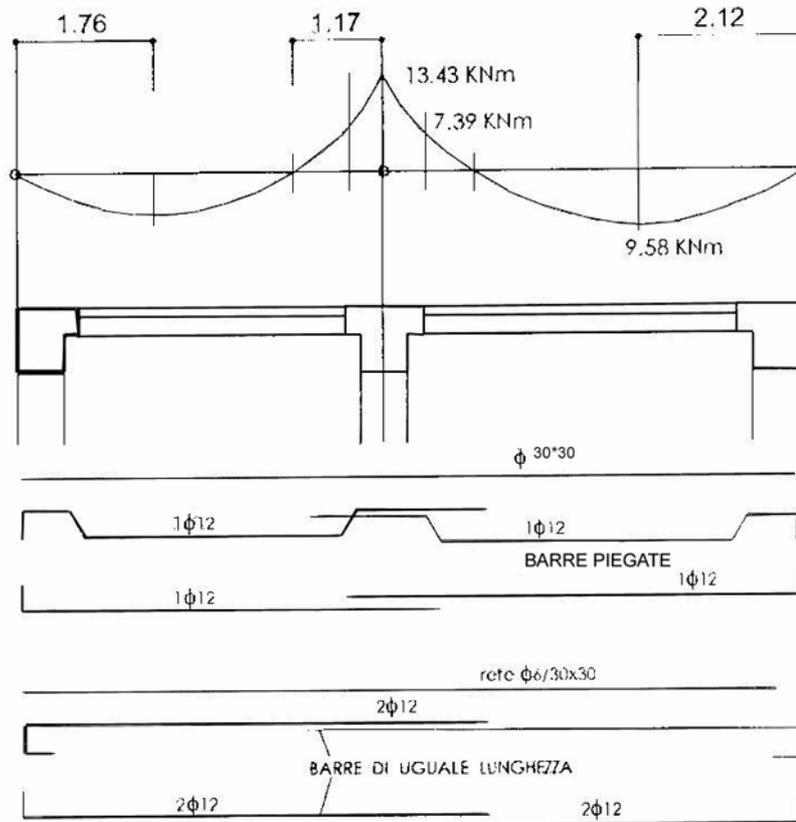
In mancanza di informazioni adeguate si potranno attribuire ai coefficienti  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  i valori seguenti:

AZIONE	$\psi_0$	$\psi_2$	$\psi_0$
CARICHI VARIABILI NEI FABBRICATI PER:			
abitazioni	0.7	0.5	0.2
uffici, negozi, scuole,	0.7	0.6	0.3
autorimesse	0.7	0.7	0.6
vento, neve	0.7	0.2	0

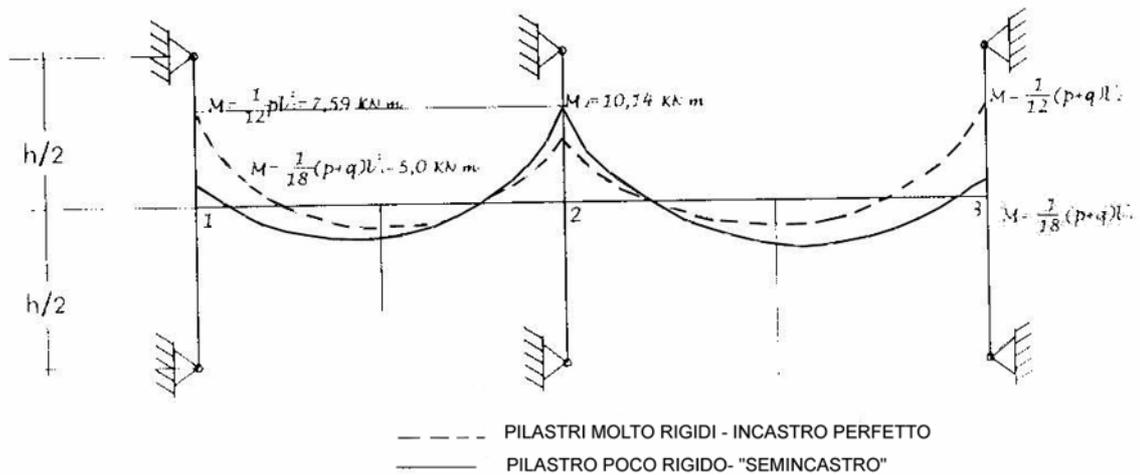
### III.1.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

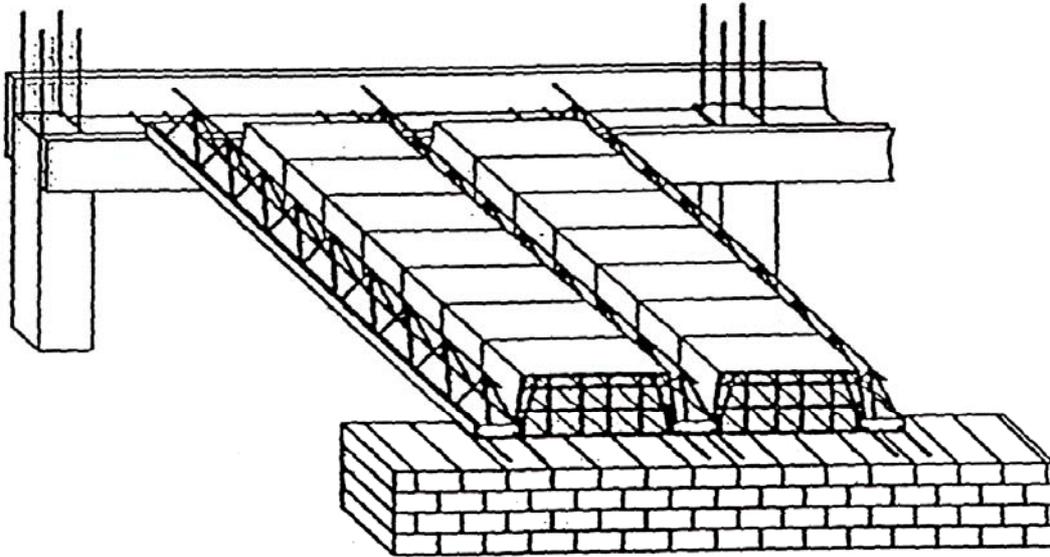
SCHEMI DEI VINCOLI ED ARMATURE TIPO

SCHEMA A TRAVE CONTINUA APPOGGIATA ALL'ESTREMITA'

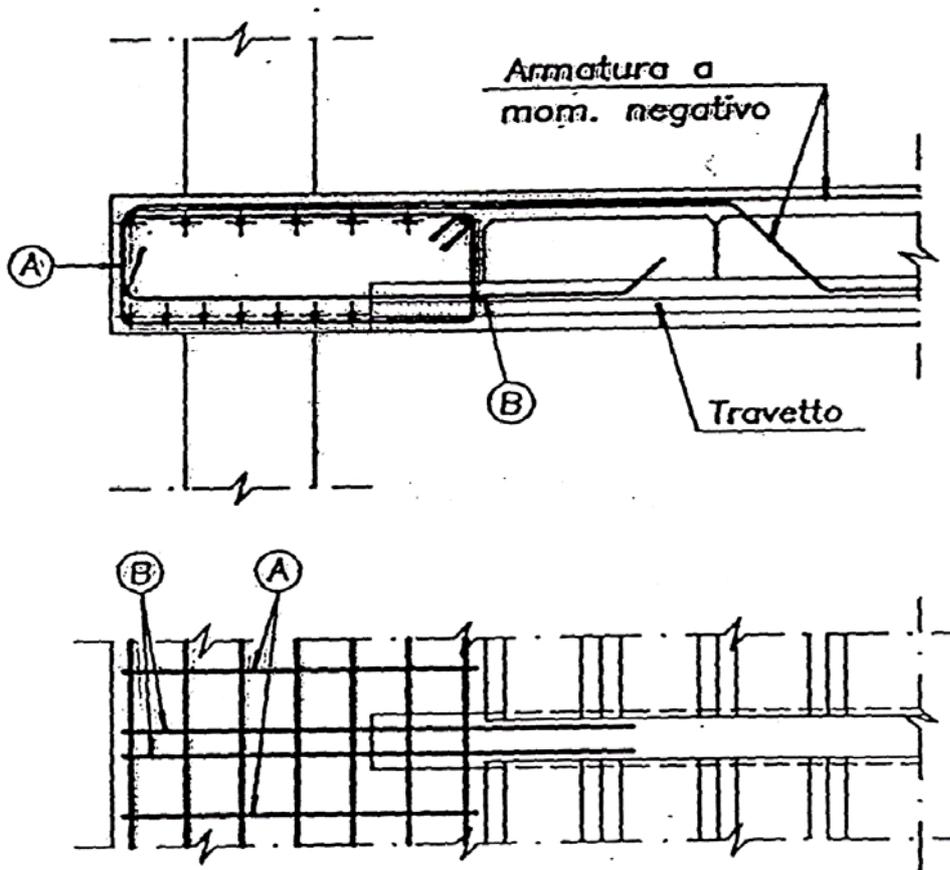


SCHEMA A TELAIO CON SEMIPILASTRI





Nodo solaio con travetti prefabbricati ed elementi portanti.



Nodo solaio con travetti prefabbricati in c.a.p. e travi a spessore.  
a) staffe; b) armature di ancoraggio.

Fig 7 Esempi di carpenteria di trave a spessore con travetti in c.a.p.

(v. predimensionamento trave III.2.3) da Cinuzzi, Gaudiano  
“Tecniche di progettazione per strutture in c.a. “ Masson Ed.

### SCELTA DEI VINCOLI ED EFFETTI SULLE SOLLECITAZIONI DI CALCOLO E REALI

Le sollecitazioni prima calcolate corrispondono a vincoli reali se i travetti prefabbricati del solaio, sono incastrati in un unico getto nella trave di spina centrale, e sono semplicemente appoggiati ad esempio in murature perimetrali. Se fossero invece appoggiati anche su un muro di spina centrale, la sollecitazione massima in mezzeria diverrebbe  $M_{23} = 15,12$  kN, mentre  $M_2 = 0$ , per cui non necessiterebbe la fascia piena, con minori riserve però ai danni sismici del solaio, più vulnerabile.

Ciò consente però di non trasmettere sollecitazioni di presso flessione e taglio ai muri esterni, e di non risentire dei cedimenti differenziali in fondazione (v. III. 5), come con i solai lignei, maggiorando però le armature delle mezzerie di fig. 16. Se s'incastrano tutti i vincoli del solaio, ovvero si realizza una struttura a telaio, le sollecitazioni si riducono invece al centro rispetto al caso di vincoli appoggiati e risulta  $M_2 = pl^2/12 = 7,59$  kN.m, come riportato in fig. 16 in basso. Si noti come il calcolo a telaio delle sollecitazioni tenendo conto solo dei semipilastri fittiziamente incernierati (essendo a metà pilastri i momenti circa nulli nella realtà) consenta di calcolare le sollecitazioni iperstatiche con buona approssimazione, con criterio prezioso allorché i calcoli si dovevano fare a mano con il metodo di Cross (v. II. 1. 2) se i nodi non erano spostabili, o con il metodo di Kani se i vincoli erano spostabili ad esempio dal sisma. Il calcolo automatico non crea più limiti all'iperstaticità, ma forse li crea alla sensibilità, come l'opulenza per l'uomo, peraltro le analisi parametriche migliorano la sensibilità acquisita di base, ottimizzando le scelte strutturali.

La scelta dei vincoli soprattutto reali, consente di distribuire opportunamente le sollecitazioni e quindi le armature, in modo da soddisfare nel miglior modo possibile anche le esigenze opposte sopra delineate. In particolare nel caso di travetti di solaio prefabbricati in c. a. p. a fili dritti aderenti, per coprire con l'armatura il momento centrale "negativo" è necessario inserire un'armatura semplice, come ad esempio per la trave a spessore di fig. 17 o alta (v. anche fig.18), potendo il travetto ammettere solo i vincoli di appoggio. Solai con all'interno celle, tubi, sfere di vario tipo per alleggerirli, oltre quelli descritti in fig. 15, consentono di contenere le sollecitazioni a priori, accrescendo le scelte progettuali e rivisitando le antiche pignatte in laterizio con cui i romani alleggerirono la volta del mausoleo di S.Elena detto appunto in romanesco di Torpignattara.

La combinazione dei carichi di seguito esaminata è svolta solo per i carichi quasi-permanenti, tralasciando quelli frequenti e rari come prima evidenziato per le azioni di calcolo per lo stato limite di esercizio.

Le campate sono state caricate secondo la combinazione più sfavorevole come descritto nella II Parte, per calcolare il diagramma involuppo delle sollecitazioni.

### MOMENTI DI CALCOLO

Usualmente le rigidezze per il calcolo iperstatico sono valutate in campo lineare, per gli stati limite di esercizio, per i quali i fattori parziali di sicurezza sono unitari, per cui:

$$M_{sd} = M_2 \text{ al centro, } M_{sd} = M_{23} \text{ in mezzeria}$$

Per lo stato limite ultimo,  $\gamma_g = 1,4$  ;  $\gamma_q = 1,5$ , per cui invece risulta:

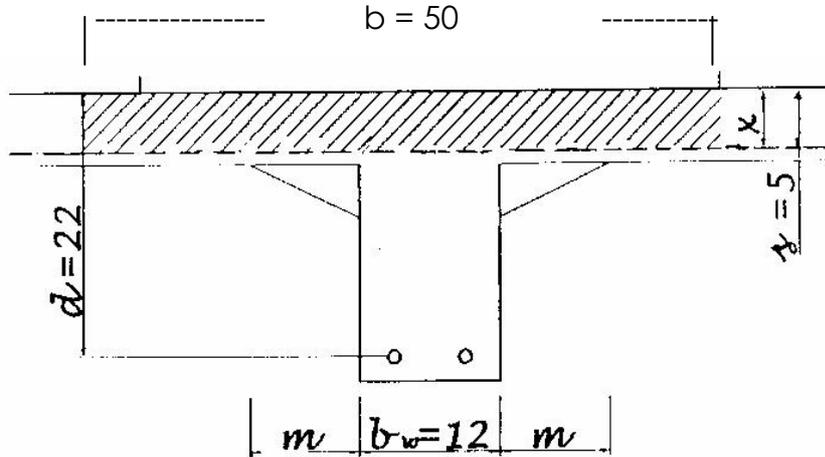
$$M_{sd} \approx 1,5M_2 \text{ al centro} \quad M_{sd} \approx 1,5M_{23} \text{ in mezzera}$$

secondo i criteri di valutazione delle azioni della norma EC1 prima richiamati

### III.1.3 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA A FLESSIONE SEMPLICE

#### SCELTA DELLA GEOMETRIA DELLE MASSE

-Sezione resistente nelle mezzerie del solaio ad  $M_{23} = 9,58 \text{ kN.m}$



larghezza efficace collaborante della soletta da 5cm da ambo i lati dell'anima  $b_w$  dei travetti, secondo la normativa '96

$$b_{ef} = b_w + 0,12l = 12 + 66 = 88 \text{ cm} \geq b = 50 \text{ cm}$$

nella normativa del '92

$$b_{ef} < \frac{l}{10} = \frac{550}{10} = 55 \text{ cm} \quad \text{oppure}$$

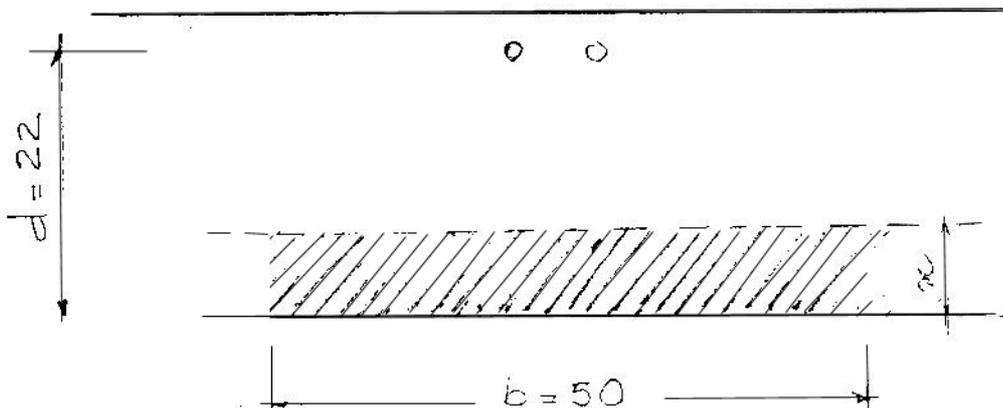
$$b_{ef} < 10s + 6m + b_w = 50 + 12 = 62 \text{ cm}$$

essendo l'eventuale smusso assente nel presente solaio ( $m=0$ )

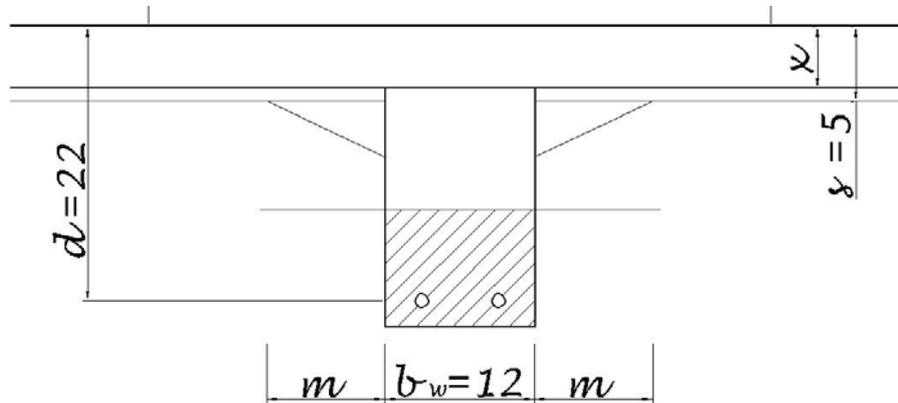
-Sezione resistente nell'incastro centrale con la fascia piena, alla sollecitazione :

$$M_2 = \frac{(p+q) l_1^3 + l_2^3}{8 l_1 + l_2} = \frac{0,5(5,0 + 3,0) 4,5^3 + 5,5^3}{8 \cdot 4,5 + 5,5} = 13,4 \text{ KN} \cdot \text{m} = 1340 \text{ KNcm}$$

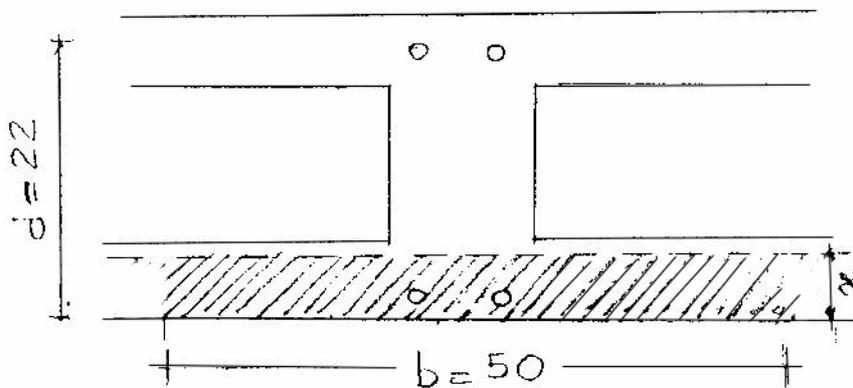
per telaio caricato simmetricamente il momento sul pilastro centrale è nullo



La geometria delle masse del solaio si riduce bruscamente passando dalla fascia piena alla sezione del travetto , in quanto la rigidità è caratterizzata da  $b_w = 12\text{cm}$  anziché da  $b = 50\text{cm}$  , come mostrato in figura, secondo quanto prima evidenziato nei riguardi della valutazione delle sollecitazioni in base alla scelta dei vincoli.



per cui il momento sollecitante è minore del predetto, vedi figura 15, come di seguito valutato proprio per definire la larghezza della fascia piena.  
 Se poi il solaio funziona a sbalzo è necessario realizzare la controsoletta di figura  
 In modo da impegnare sempre  $b = 50\text{ cm}$  in zona compressa.



Si richiama l'importanza dello spessore delle solette specie in zona sismica , essendo gli sbalzi molto vulnerabili specie dalla componente sussultoria.  
 Analogamente è molto importante la rete di ripartizione nelle solette per resistere ad i forti differenziali termici eventualmente impediti, specie d'inverno, allorquando gli incastri sono invece riscaldati dai termosifoni. Il vincolo poi a piastra alle travi perimetrali è importante in zona sismica , specie se si fa affidamento alla rigidità di piano.

PREDIMENSIONAMENTO IN FASE ELASTICA

- Condizionamento della rigidezza ipotizzata di sezione rettangolare
- Limitazione della freccia in mezzeria per evitare lesioni ai tramezzi
- Vincoli da semplicemente appoggiato a perfettamente incastrato

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l} \delta \leq \frac{\ell}{500} = \frac{(5 \div 1)(p+q)\ell^4}{384 E_{\infty} J}; \quad \ell = 5.5m \\ J = (6.5 \div 1.3) \frac{(p+q)\ell^3}{E_{\infty}} = \frac{I}{12} b d^3; \quad b = 50cm \\ (p+q) = 0.5(5.0 + 3.0) = 4.0kN/m = 0,04kN/cm = 4,0kg/cm \\ E_{\infty} = 1000 KN/cm^2 = 10^5 kg/cm^2 \end{array} \right.$$

il peso di un tramezzo si ipotizza tutto su un travetto, ed i fenomeni viscosi si considerano esauriti per valutare il modulo elastico  $E_c = E_{\infty}$

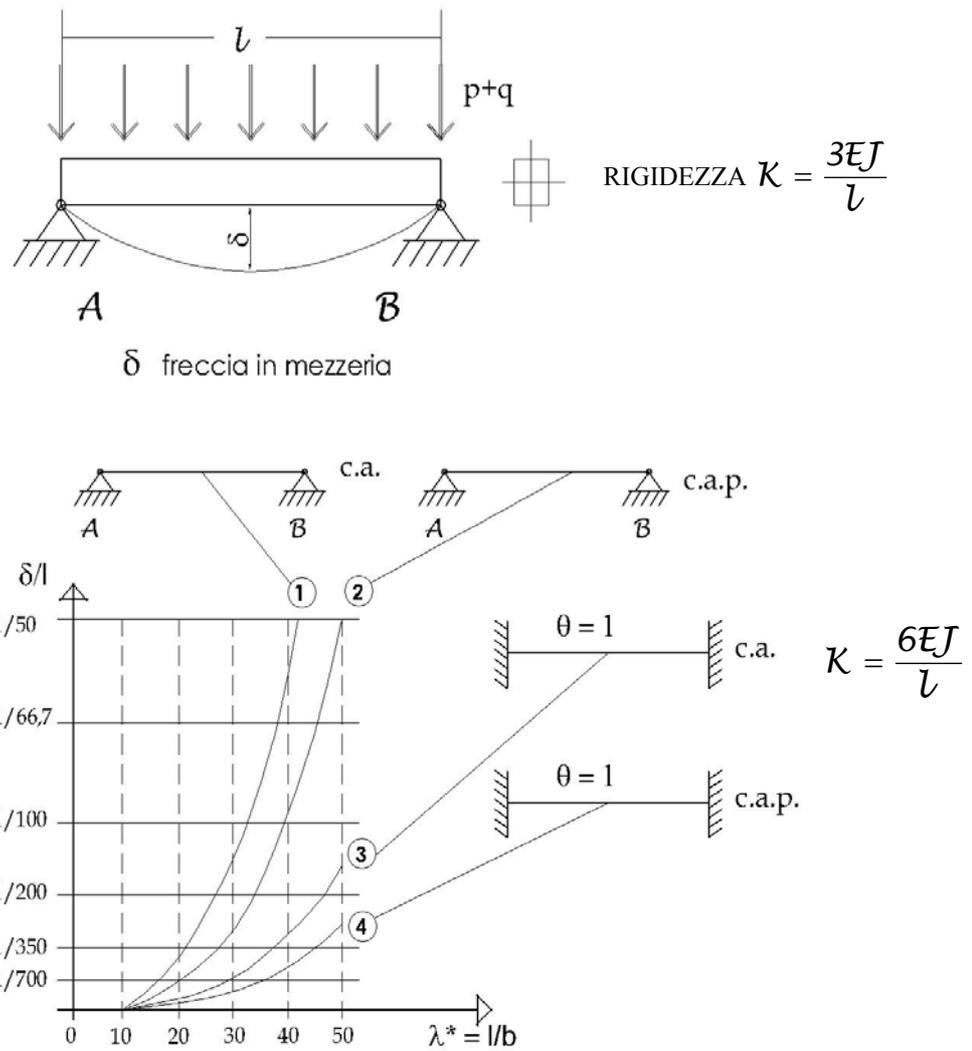
$$\text{INC} \left\{ d = dc = \ell \sqrt[3]{\frac{(78 \div 15,6)(p+q)}{bE_{c\infty}}} = 550 \sqrt[3]{\frac{(78 \div 15,6) \cdot 0.04}{50 \cdot 10^3}} = 22 \div 13cm$$

per  $M = (p+q) \ell^2/8$  ed  $\ell = (25 \div 35)d$  risulta un'altezza condizionata:

$$dc = (125 \div 65) \sqrt{M / bE_{\infty}} \text{ passando da appoggi ad incastro}$$

Analogamente le rotazioni variano:

$$\theta_a = \theta_b = 4\delta / \ell = \frac{I}{125} \div 0 = 0,008 \div 0 = 0,009 \div 0 \text{ .radianti}$$



**Fig. 18** Incidenza della freccia sul predimensionamento in base ai vincoli ed alla precompressione che provoca una controfreccia iniziale specie per le grandi luci in ogni caso deve essere controllata la snellezza per non innescare fenomeni d'instabilità ( $\lambda = \ell o / \rho \min$ )

### III.1.4 STATO LIMITE DI ESERCIZIO (S.L.E.)<sub>1</sub> ALLE TENSIONI E DEFORMAZIONI

Ipotesi: CARICHI QUASI PERMANENTI; AMBIENTE AGGRESSIVO

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l} f_{cd} = \frac{0,4 R_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,4 \cdot 0,83 R_{ck}}{1,6} = 0,83 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 83 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\ f_{sd} = \frac{0,5 f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{0,5 \cdot 44,00}{1} = 22 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 2200 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\ d = 22 \text{ cm}; b = 50 \text{ cm}; A'_s = 0; \xi = \frac{x}{d} = 2\rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \end{array} \right.$$

PROGETTO CONDIZIONATO DALLA FRECCIA  $d = d_c$ : INCOGNITE  $A_s$ ;  $f_{cd}$

MEZZERIA: Tutto analogo al successivo metodo delle tensioni ammissibili

$$\text{INC.} \left\{ \begin{array}{l} A_s = \frac{M_{sd}}{\zeta d \cdot f_{yd}} = 2,2 \text{ cm}^2 < 2\phi 12 = 2,26 \text{ cm}^2 \\ \rho = 2,26 / 50 \cdot 22 = 0,2\% \rightarrow C_c = 11,76 \quad < \rho = 0,25\% \text{ a fessurazione (v. III.1. 6)} \\ f_{cd} = 0,49 \text{ KN} / \text{cm}^2 < 0,83 \text{ KN} / \text{cm}^2 \end{array} \right.$$

APPOGGI: Idem togliendo una fila di laterizi per la fascia piena

$$\text{INC.} \left\{ \begin{array}{l} A_s = \frac{739}{0,9 \cdot 22 \cdot 22} = 1,69 \text{ cm}^2 < 2\phi 12 = 2,26 \text{ cm}^2 \\ \rho = 2,26 / 12 \cdot 22 = 0,85\% \rightarrow C_c = 6,68 \\ f_{cd} = 6,68 \frac{739}{12 \cdot 22^2} = 0,85 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 0,85 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \approx f_{cd} = 83 \text{ kg} / \text{cm}^2 \end{array} \right.$$

PROGETTO LIBERO: INCOGNITE  $d$ ,  $A_s$

$$\xi = \frac{10 \cdot 0,83}{10 \cdot 0,83 + 22} = 0,273$$

$$d = \sqrt{\frac{6 \cdot 958,3}{0,273(3 - 0,273)50 \cdot 0,83}} = 13,6 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{958,3}{0,9 \cdot 13,6 \cdot 22} = 3,56 \text{ cm}^2$$

Programmi di calcolo agli stati limite, non condizionanti le rigidezze con la limitazione "elastica" delle frecce, portano in generale a sottodimensionamenti delle sezioni cementizie, specie in zona sismica, ovvero il progetto "elastico" legato al metodo delle tensioni ammissibili (v. III 1 5), condiziona gli altri stati limite, importanti invece per dimensionare l'armatura.

$\rho$ (%)	$\xi$	$C_c$	$C_s$	$\zeta$
0.10	0.132	15,87	1045,9	0,956
0.12	0.143	14,65	875,2	0,952
0.14	0.154	13,70	752,9	0,949
0.16	0.164	12,93	661,1	0,946
0.18	0.173	12,30	589,5	0,943
0.20	0.181	11,76	532,1	0,940
0.22	0.189	11,30	485,1	0,937
0.24	0.197	10,90	445,9	0,935
0.26	0.204	10,54	412,6	0,932
0.28	0.210	10,23	384,1	0,930
0.30	0.217	9,94	359,3	0,928
0.32	0.223	9,69	337,6	0,926
0.34	0.229	9,46	318,4	0,924
0.36	0.235	9,25	301,4	0,922
0.38	0.240	9,05	286,1	0,920
0.40	0.246	8,87	272,3	0,918
0.42	0.251	8,70	259,8	0,916
0.44	0.256	8,54	248,5	0,915
0.46	0.261	8,40	238,1	0,913
0.48	0.266	8,26	228,6	0,912
0.50	0.270	8,14	219,8	0,910
0.52	0.275	8,02	211,7	0,909
0.54	0.279	7,90	204,2	0,907
0.56	0.283	7,80	197,2	0,906
0.58	0.288	7,69	190,7	0,904
0.60	0.292	7,60	184,6	0,903
0.62	0.296	7,51	178,9	0,902
0.64	0.300	7,42	173,6	0,900
0.66	0.303	7,34	168,6	0,899
0.68	0.307	7,26	163,9	0,898
0.70	0.311	7,18	159,4	0,897
0.72	0.314	7,11	155,1	0,895
0.74	0.318	7,04	151,1	0,894
0.76	0.321	6,97	147,4	0,893
0.78	0.325	6,91	143,8	0,892

$\rho$ (%)	$\xi$	$C_c$	$C_s$	$\zeta$
0.80	0,328	6,85	140,3	0,891
0.82	0,331	6,78	137,1	0,890
0.84	0,334	6,73	134,0	0,889
0.86	0,338	6,68	131,0	0,887
0.88	0,341	6,62	128,2	0,886
0.90	0,344	6,57	125,5	0,885
0.92	0,347	6,52	122,9	0,884
0.94	0,350	6,47	120,4	0,883
0.96	0,352	6,43	118,0	0,882
0.98	0,355	6,38	115,8	0,881
1.00	0,358	6,34	113,6	0,881
1.02	0,361	6,30	111,5	0,880
1.04	0,364	6,26	109,4	0,879
1.06	0,366	6,22	107,5	0,878
1.08	0,369	6,18	105,6	0,877
1.10	0,372	6,14	103,8	0,876
1.12	0,374	6,10	102,0	0,875
1.14	0,377	6,07	100,3	0,874
1.16	0,379	6,03	98,7	0,874
1.18	0,382	6,00	97,1	0,873
1.20	0,384	5,97	95,6	0,872
1.22	0,387	5,94	94,1	0,871
1.24	0,389	5,90	92,7	0,870
1.26	0,392	5,87	91,3	0,869
1.28	0,394	5,84	89,9	0,869
1.30	0,396	5,82	88,6	0,868
1.32	0,399	5,79	87,4	0,867
1.34	0,401	5,76	86,1	0,866
1.36	0,403	5,73	84,9	0,866
1.38	0,405	5,71	83,8	0,865
1.40	0,407	5,68	82,7	0,864
1.50	0,418	5,56	77,5	0,861
1.60	0,428	5,45	72,9	0,857
1.80	0,446	5,26	65,3	0,851
2.00	0,463	5,11	59,1	0,846

Coefficienti  $C_s$  e  $C_c$  per il calcolo delle tensioni (sezioni rettangolari senza armatura al lembo compresso).

TABELLE DI VERIFICA  $E_s/E_c = 10$  (v. III. 1.5)

$$\sigma_c = C_c \frac{M_{sd}}{bd^2}; \quad M_{rd} = \frac{bd^2}{C_c} \sigma_c$$

$$\sigma_s = C_s \frac{M_{sd}}{bd^2}; \quad M_{rd} = \frac{bd^2}{C_s} \sigma_s$$

$$C_c = \frac{2}{\xi \zeta} = \frac{6}{\xi(3-\xi)}$$



### III.1.5 CONFRONTO CON IL METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

$$\text{MATERIALI} \begin{cases} \text{CLS } R_{ck} = 250 \text{ kg/cm}^2 = 2.5 \text{ kN/cm}^2 \\ \text{ACCIAIO } F_c B44K \end{cases}$$

$$\text{NORME '92} \begin{cases} \sigma_{Camm} = 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} = 85 \text{ kg/cm}^2 = 0.85 \text{ kN/cm}^2 \\ \sigma_{Samm} = \frac{4400}{2} = 2200 \text{ kg/cm}^2 = 22 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

PROGETTO CONDIZIONATO DALLA FRECCIA IMPOSTA  $\delta \leq l/500$

$$\text{DATI} \begin{cases} d = 22 \text{ cm}; \quad A'_s = 0 \\ \sigma_s = 22 \text{ kN/cm}^2 \end{cases} \quad \zeta = z/d = \frac{3 - \xi}{\xi} \cong 0.9$$

MEZZERIA

$$\text{INC} \begin{cases} A_s = \frac{M_{sd}}{z \sigma_s} = \frac{M_{sd}}{0.9d \sigma_s} = 2.3 \text{ cm}^2 = 2\phi 12 = 2.26 \text{ cm}^2 \\ \rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2.26}{50 \cdot 22} 100 = 0.2\% \rightarrow C_c = 11.76 \\ f_{cd} = \sigma_c = \frac{2}{bx} \frac{M_{sd}}{z} = \frac{6}{\xi(3 - \xi)} \frac{M_{sd}}{bd^2} = C_c \frac{M_{sd}}{bd^2} = \frac{M_{sd} \cdot x}{J_{id}} = 47 \text{ Kg/cm}^2 < \sigma_{Camm} \end{cases}$$

INCASTRO SUL PILASTRO CENTRALE: ESTENSIONE DELLA FASCIA PIENA  $\Delta L$ , Fig. 15

$$\rho = \frac{2.26}{12 \cdot 22} 100 = 0.85\% \rightarrow C_c = 6.68 \leftarrow A_s = 2\phi 12$$

$$f_{cd} = 6.68 \frac{1343}{12 \cdot 22^2} = 1.54 \text{ kN/cm}^2 = 154 \text{ Kg/cm}^2 \gg \sigma_{amm} \text{ non ammissibile}$$

$$M_{amm} = \frac{0.85 \cdot 12 \cdot 22^2}{6.68} = 739 \text{ kNcm}$$

$$\Delta l \cong 8\% l = 40 \text{ cm} \leftarrow M = M_{amm}$$

Si noti come la fascia piena consenta di approssimare l'uniforme resistenza del solaio in tutte le sezioni, che altrimenti sarebbe fortemente presente solo in mezzeria.

CONFRONTO DELLA FORMULAZIONE FRA LO S.L.E.  
E IL METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

Ipotesi di flessione semplice retta, sezione rettangolare, armatura  $A'_s = 0$

PROGETTO LIBERO

DATI	$\sigma_c, \sigma_s; n = \frac{E_s}{E_{c0}} \cong 8; n = \frac{E_s}{E_{c\infty}} = 15$	
	b	d
<p><b>INCOGNITE</b> Si noti il differente significato dei simboli nei due diversi metodi:</p> <p><b>M.T.A. ('92)</b> <math>\alpha = \sqrt{C_c / \sigma_c}</math> non adimens. <math>n = E_s / E_c</math> è adimension. <math>\sigma_c = f_{cd0}; \sigma_s = f_{sd}</math></p> <p><b>S.L.E. ('96)- EC2</b> <math>\alpha = \frac{E_s}{E_c}</math> } adimensionale <math>C_c = 2 / \xi \zeta</math> }</p>	$\xi = \frac{x}{d} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{n \sigma_c}{n \sigma_c + \sigma_s} \cong 0,35$ $d = \alpha \sqrt{\frac{M}{b}} = \sqrt{\frac{C_c \cdot M}{b \sigma_c}} \sqrt{\frac{6}{\xi(3-\xi) \sigma_c} \frac{M}{b}}$ <p><math>C_c = 6</math> per la sezione tutta reagente diventa <math>C_c = 7</math> per sezione parzializzata</p> $\zeta = z/d = \frac{(d-x/3)3-\xi}{d} \cong 0,9$ <p>quasi indipendente da <math>E_c</math> e quindi dai fenomeni viscosi</p> $A_s = \frac{M}{z \sigma_s} \cong \frac{M}{\zeta d \sigma_s}$	$b = \alpha^2 \frac{M}{d^2}$ $\alpha^2 = C_c / \sigma_c$  $A_s = \frac{M}{z \sigma_s}$

PROGETTO CONDIZIONATO

DATI	$\sigma_s; n = \frac{E_s}{E_c}; b; d = d_c$
<b>INCOGNITE</b>	$\sigma_c = \frac{2}{\xi \zeta} \frac{M}{bd^2} = \frac{6}{\xi(3-\xi)} \frac{M}{bd^2} = \frac{M}{W_{id}} = C_c \frac{M}{bd^2} = \alpha^2 \sigma_c \frac{M}{bd^2}$ $A_s = \frac{1}{2} \frac{\sigma_c}{\sigma_s} b x = \frac{1}{2} \frac{\sigma_c}{\sigma_s} \xi d b = \frac{M}{\zeta d \sigma_s}$

VERIFICA

DATI	$b, d, A_s$
<b>INCOGNITE</b>	$x = \frac{nA}{b} \left( \sqrt{1 + \frac{2bd}{nA_s}} - 1 \right); \quad z = d - \frac{x}{3}$ $\sigma_c = \frac{2}{bx} M/z = \frac{Mx}{J_{id}} = \frac{Mx}{bx^3/3 + nA_s(d-x)^2}$ $\sigma_s = M/A_s z = n \frac{M(d-x)}{J_{id}} = \frac{nM(d-x)}{bx^3/3 + nA_s(d-x)^2}$

La formulazione diviene più complessa in presenza di doppia armatura o di altre forme della sezione, come descritto nei testi classici.

Si noti come il valore di  $C_c = 6$  corrisponda al caso della sezione resistente a trazione, tipico della formulazione classica di S. d C. per valutare  $\sigma_c = 6M/bd^2$  e consenta di fare tabulazioni dimensionali al contrario di  $\alpha$  dei vecchi manuali.

Si noti in particolare che la sezione armata in modo che  $C_c = 6 \rightarrow \rho = 1.18\% \rightarrow \xi = 0.38$  ovvero con armatura omogeneizzata equivalente, in esercizio, all'area lesionata sotto l'asse neutro, non è duttile andando verso la rottura, pur materializzando in esercizio il momento d'inerzia equivalente ottimale, l'armatura eccessiva non è favorevole ad adattamenti in caso di collasso, specie per eventi sismici (v. III 3 8).

In definitiva ciascun metodo arricchisce l'altro :  $d = d_c$ ,  $C_c \approx 7$  di MTA si integra con  $A_s$  di SLE ed SLU, specie a fessurazione e per la duttilità.

### III. 1. 6 STATO LIMITE DI ESERCIZIO (SLE)<sub>2</sub> A FESSURAZIONE

L' innesco della fessurazione riduce la rigidezza della struttura e la rende più permeabile e passibile di corrosione , specie in ambiente aggressivo, si riduce anche la resistenza ciclica ad azioni sismiche. Il solaio in zona marina o di un capannone chimico industriale, deve allora avere una spaziatura  $s$  tra i ferri per ben diffonderli, in modo da prevenire l'apertura delle lesioni, ed una copriferro  $c$  elevato sino a 5cm.

Dall'equilibrio per aderenza  $\tau_a$  delle barre  $n\Phi$ , risulta .

$$A_{cfess} f_{ctk} = f_{ctk} b d / 2 = l_m \tau_a n \pi \Phi = n A_s f_{yk}$$

da cui la percentuale di armatura minima viene :

$$\rho_{min} = A_s / b d = f_{ctk} / 2 f_{yk} \div 0,25\%$$

Il valore medio dell' apertura limite delle lesioni deve rientrare in :

$$w_m = s_m \varepsilon_m < 0,1 \div 0,4 \text{ mm}$$

al crescere della rarità dei carichi ed al ridursi dell' aggressività dell'ambiente.

La distanza media  $s_m$  è quella fra 2 successive lesioni e viene:

$$s_m = 2c + 0,2i + l_m = 2c + 0,2i + \Phi f_{ctk} / 8 \rho \tau_a = 2(c + i / 10 + \Phi / 40 \rho)$$

La deformazione media  $\varepsilon_m$ , per carichi ripetuti, risulta:

$$\varepsilon_m = (1 - M_f / 2M_{sd}) \sigma_s / E_s \div 1\%$$

essendo  $M_f = f_{ctk} b d^2 / 6 = 0,20 \times 50 \times 22^2 / 6 = 806 \text{ kNcm} > M_{sd} = 739 \text{ kNcm}$  momento d'innescio della fessurazione, nelle precedenti norme la verifica consisteva in  $M_{sd} < 1,3 M_{fess}$ .

Analogamente la rotazione media , approssimando il calcolo non lineare, viene:

$$\theta_m = \frac{1}{2} (M_f / M)^2 I M / E_c J_c + [1 - \frac{1}{2} (M_f / M)^2] I M / E_{cf} J_{cf}$$

per interpolazione lineare fra la rigidezza iniziale  $E_c J_c$  e quella finale dovuta al solo acciaio essendo le lesioni aperte verso il colasso.

Nel solaio in esame per  $R_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$  risulta  $f_{ctk} = 2 \text{ N/mm}^2$ , ed in mezzeria  $\rho \approx \rho_{min}$

e  $w_m = 0,2$  consentito per ambiente mediamente aggressivo.

Le verifiche per i carichi rari portano a  $2\Phi 14$  anziché  $2\Phi 12 + 2\Phi 6$  considerando anche

l'armatura predisposta nei travetti prefabbricati.

### III.1.7 STATO LIMITE DI ESERCIZIO(SLE)<sub>3</sub> DELLE VIBRAZIONI

Il solaio deve avere rigidità tale anche da contenere le vibrazioni indotte da eccitazioni meccaniche o sismiche, di contenuta energia distruttiva ma più frequenti, in modo da conservare lo stato limite di esercizio ; per sismi di maggior energia si deve cercare di rientrare negli stati limite di danno (v. fig.10).

Ciò comporta, specie per grandi luci e vincoli privi d'incastri, che la frequenza propria  $f_0$  (v fig. 7) sia congruamente lontana da quella eccitatrice  $f$ , per evitare i fenomeni di risonanza, e quindi di collasso per instabilità innescata dalla fatica ciclica.

Tale allontanamento si può ottenere o accrescendo la rigidità in modo che  $f_0 > \eta f_{crit}$  o isolando con filtri smorzanti la fonte di eccitazione ad esempio agli appoggi, per cui  $f_0 < f_{crit} / \eta$ , essendo  $\eta$  un congruo fattore di sicurezza funzione anche dell'energia da dissipare, per cercare di proteggere l'opera.

La frequenza propria di un solaio semplicemente appoggiato alle estremità, in campo lineare elastico, ovvero in assenza di parzializzazione della sezione, in assenza di sforzo normale e di oscillazioni longitudinali e torsionali, ma solo per flessione retta verticale, risulta:

$$f_0 = 1/T_0 = \omega_0 / 2\pi = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{i^2 \pi^2}{2\pi} \sqrt{\frac{E_c J_c / \ell^4}{(p+q)/g}} \neq f_{crit}$$

rappresentando  $i = 1, 2, 3, \dots$  I vari modi di vibrare del solaio, ad esempio per il primo modo  $i^2 \pi^2 = \pi^2 = 9,87$ , variabile con il grado di vincolo.

Si richiama in proposito che la frequenza di una corda vibrante musicale sono doppie, triple... di quella fondamentale del primo modo di vibrare e che la sovrapposizione di tali vibrazioni armoniche, corrisponde al timbro di uno strumento musicale, simile allo spettro che ispirò la formulazione analitica di Fourier in sommatoria di frequenze armoniche.

Si ricorda inoltre che  $f = 16$  Hz ( $T = 0,06$  secondi) è la più bassa frequenza percepibile dal timpano umano, meraviglioso "solaio" oscillante.

Se si ipotizza che la rigidità  $k$  rimanga in campo elastico, allora la frequenza propria del solaio in esame risulta:

$$f_{01} = \frac{3,14}{2} \sqrt{\frac{200000 \times 50 \times 22^3 \times 981}{550^4 \times 4,0 \times 12}} = 0,33 \text{ Hz}; T_0 = 3 \text{ s}$$

La frequenza eccitatrice tipica passando da discoteca a passaggio di folla , varia da 8 a 2 Hz ( $T = 0,125$  a  $0,5$ ) per cui è sufficientemente lontana dal indurre fenomeni di risonanza, mentre aumentando la luce e quindi la rigidità si può ricadere nel campo della risonanza per cui sui ponti i soldati non devono marciare al passo.

Considerazioni analoghe valgono per le vibrazioni sismiche, aggravate subito dalla perdita di linearità , dalla presenza di tutte le componenti oscillatorie, specie vicine a quelle di risonanza (v. fig.10).

Ad esempio verso lo snervamento la rigidità smorzante si riduce a  $k_y = 2k/3$  e la massa  $m_y = m/2$  , ed ulteriormente verso il collasso  $k_u = k/2$  e  $m_u = m/3$ .

Il miglior collaudo delle gradinate di uno stadio ,si verifica quando si segna un gol e tutti i tifosi si alzano di scatto in piedi, alzando anche le braccia, e scaricando il contraccolpo inerziale sulle solette in c.a., che raggiungono rapidamente la freccia ammissibile in esercizio, ma non amplificata per risonanza, avendo le gradinate una frequenza propria lontana da quella eccitatrice per l'entusiasmo calcistico.

Un altro esempio di adattabilità delle strutture alle vibrazioni , specie sismiche (v. duttilità fig 11), è quello degli alberi la cui configurazione resistente al vento ha ispirato gli Architetti navali ,o i costruttori delle pagode giapponesi, anche a 5 tetti sovrapposti, che hanno resistito a numerosi terremoti nei secoli.

La frequenza propria di un tronco di legno ,come quelli scelti per gli alberi maestri dei velieri,ad esempio di altezza  $h = 22m$  , di diametro  $d_b = 85cm$  all'incastro nella tolda a  $6m$  dal fondo scafo, e di diametro  $d_s = 22cm$  alla sommità, risulta:

$$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \approx 2h^2 \sqrt{\frac{\gamma\pi(d_b + d_s)/16g}{E\pi d_b^4/64}} = 0,7 \text{ secondi}$$

Se si aggiunge il peso dei rami o delle vele o dei tetti della pagoda, il periodo cresce oltre 1 secondo , e quindi fa ricadere la struttura nella zona dello spettro di figura 11 (v.l.3) non molto amplificata, sfuggendo nel miglior modo possibile alle bufere od ai terremoti.

Si noti che se l' albero fosse in c.a., anziché di legno, il rapporto  $m/k$  , superato il momento di fessurazione, tenderebbe verso il dimezzamento, con conseguente riduzione del 20% del periodo proprio  $T_o$  ed indietreggiamento nello spettro di figura 11, verso la zona invece di maggiore amplificazione dello scuotimento sismico.

Tale tallone di Achille dovuto alla bassa resistenza a trazione del conglomerato , può superarsi tramite l'incamiciamento od il placcaggio dei pilastri (v. fig. G 16).

### III.1.8 DIMENSIONAMENTO A FLESSIONE SEMPLICE STATO LIMITE ULTIMO (S.L.U.)

CARICHI QUASI PERMANENTI; AMBIENTE AGGRESSIVO

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l}
 f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,83 R_{ck}}{1,6} = \frac{0,83 \cdot 2,50}{1,6} = 1,3 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 130 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\
 \text{Tenendo conto dei fenomeni viscosi: } f_{cd\infty} = 0,85 \cdot 1,3 \equiv 1,10 \text{ KN/cm}^2 \\
 f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{44,00}{1,15} = 38,26 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 3826 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\
 p_d = \gamma_g p + \gamma_q (q_1 + \psi q_2) \\
 M_{sd} = 1450 \text{ KN cm} \quad \text{MEZZERIA SECONDA CAMPATA} \\
 M_{sd} = 1070 \text{ KN cm} \quad \text{ALLA FINE FASCIA PIENA}
 \end{array} \right.$$

PROGETTO CONDIZIONATO  $d=22 \text{ cm}$  (v. S.L.E.)

$$M_{ud} = F_C \cdot z = 0,81 x_u b \cdot f_{cd\infty} \cdot z = F_S \cdot z = A_s f_{yd} (d - 0,416 x_u) = M_{sd} \\
 \mathbf{x} = \mathbf{x}_u ; \quad \chi = 0,81; \chi = 0,416 \text{ v. figura seguente}$$

MEZZERIA  $b=50 \text{ cm}$

$$\text{INC.} \left\{ \begin{array}{l}
 x_u = \frac{A_s f_{yd}}{0,81 b \cdot f_{cd}} < 0,4d; \\
 \xi_u = \frac{I}{\chi_1 \rho} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 0,2 \leq 0,4 \text{ VERIFICA DUTTILITA' ARMATURA} \\
 A_s = \frac{M_{sd}}{0,9d \cdot f_{yd}} = 1,92 \text{ cm}^2 < 2\phi 12 = 2,26 \text{ cm}^2
 \end{array} \right.$$

FINE DELLA FASCIA PIENA  $b = 12 \text{ cm}$

$$\rho = 0,85\% \quad ; \quad \xi = 0,33 < 0,4 \quad \text{VERIFICA DUTTILITA' ARMATURA}$$

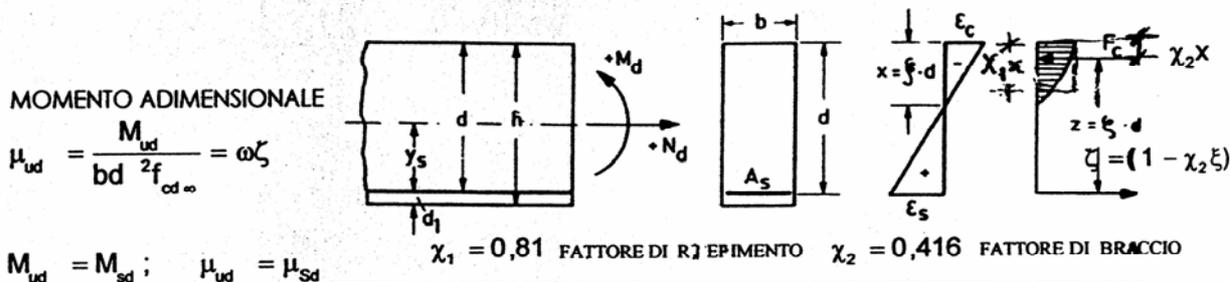
La stessa armatura della mezzeria rialzata sull'appoggio è sufficiente anche all'attacco della fascia piena, mentre sarebbe inadeguata in assenza di tale fascia, la rete di ripartizione completa anche la verifica a punzonamento della caldana.

L' aumento di  $M_{sd}$  per carichi rari o sismici comporta ulteriori verifiche.

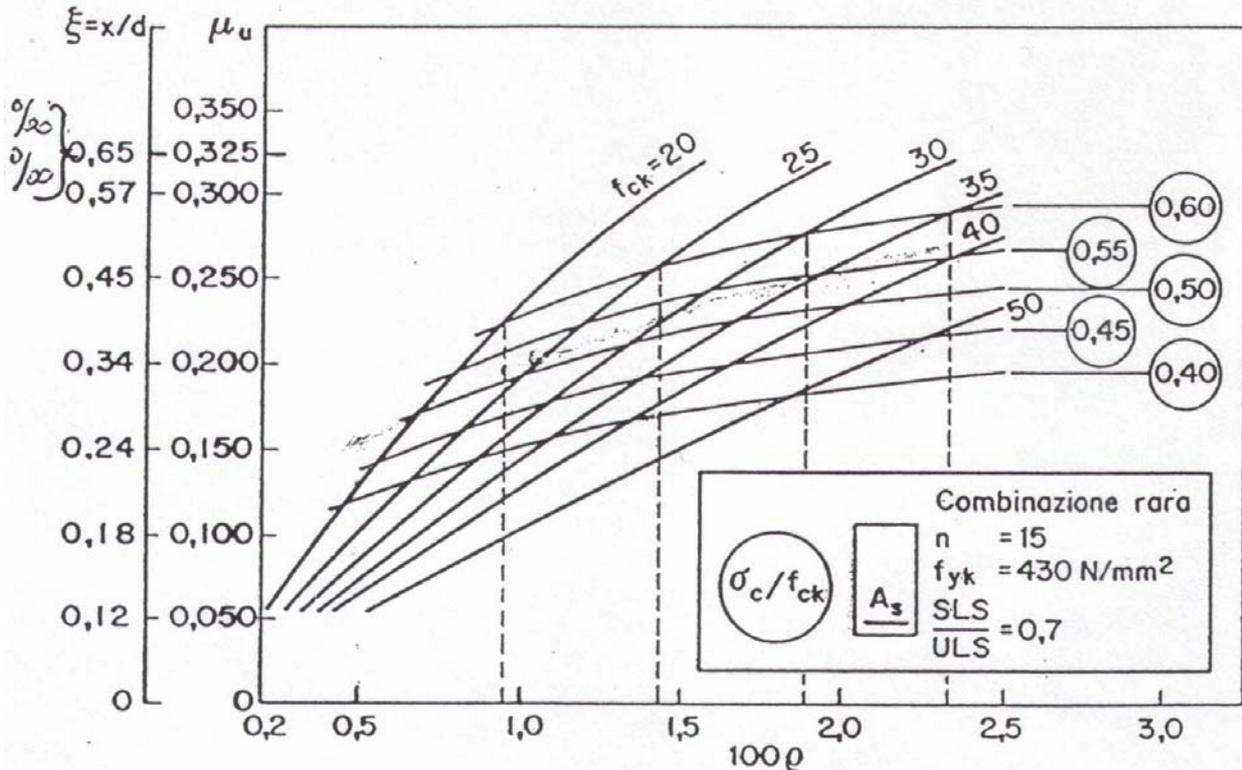
Si noti che se si vuole far collaborare l'armatura di ripartizione anche a taglio (v.III. 2.5) questa deve essere legata all' armatura del traliccio prefabbricato per consentire la trasmissione delle forze di scorrimento , specie in assenza di piegati v. figura 15.

Da: "CEB/FIB Manual of Bending and Compression"

Design Table 2 General table for the design of rectangular sections without compression reinforcement for bending with or without normal force



	$\mu_{sd}$	$\omega$	$\xi = \frac{x}{d}$	$\zeta = \frac{z}{d}$	$\epsilon_c$ [‰]	$\epsilon_s$ [‰]	$\sigma_{sd}$ [MPa]				
							S220	S400	S500		
PERC. MECC. ARMATURA $\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bd f_{cd\infty}} = \chi_1 \xi$ $f_{cd\infty} / f_{cd} = 0,85$ fattore di viscosità a tempo infinito	0.01	0.0102	0.050	0.983	-0.52	10.00	191	348	435		
	0.02	0.0205	0.072	0.975	-0.77	10.00					
	0.03	0.0310	0.089	0.969	-0.98	10.00					
	0.04	0.0415	0.104	0.963	-1.16	10.00					
	0.05	0.0522	0.118	0.958	-1.34	10.00					
PERC. ARMATURA $\rho = \omega \frac{f_{cd\infty}}{f_{yd}}$	0.06	0.0630	0.131	0.953	-1.51	10.00					
	0.07	0.0739	0.144	0.947	-1.68	10.00					
	0.08	0.0849	0.156	0.942	-1.85	10.00					
	0.09	0.0961	0.168	0.937	-2.03	10.00					
	0.10	0.1074	0.181	0.931	-2.21	10.00					
ARMATURA DUTILE $x = d / 4$ $\xi = \frac{3.5}{10.0 + 3.5} = 0.259$ $\omega = 0,85 \chi_1 \xi = 0.179$	0.11	0.119	0.194	0.925	-2.40	10.00					
	0.12	0.131	0.207	0.919	-2.60	10.00					
	0.13	0.143	0.220	0.912	-2.82	10.00					
	0.14	0.155	0.233	0.905	-3.04	10.00					
	0.15	0.167	0.247	0.899	-3.27	10.00					
NORMALE $x = d / 3$	0.16	0.179	0.261	0.892	-3.50	9.92			CARICHI RARI		
	0.17	0.192	0.280	0.884	-3.50	9.02					
	0.18	0.206	0.299	0.878	-3.50	8.22					
	0.19	0.219	0.318	0.868	-3.50	7.50					
	0.20	0.233	0.338	0.859	-3.50	6.85					
BILANCIATA $x = 2/3 d$ $\xi = \frac{3.5}{2.0 + 3.5} = 0.64$ $\omega = 0.85 \cdot 0.81 \cdot 0.64 = 0.434$	0.21	0.247	0.359	0.851	-3.50	6.26			CARICHI QUASI PERMANENTI		
	0.22	0.261	0.380	0.842	-3.50	5.72					
	0.23	0.276	0.401	0.833	-3.50	5.22					
	0.24	0.291	0.423	0.824	-3.50	4.77					
	0.25	0.307	0.446	0.814	-3.50	4.35					
	0.26	0.323	0.470	0.805	-3.50	3.95					
	0.27	0.340	0.494	0.795	-3.50	3.59					
	0.28	0.357	0.519	0.784	-3.50	3.24					
	0.29	0.375	0.545	0.773	-3.50	2.92					
	0.30	0.394	0.572	0.762	-3.50	2.62					
	0.31	0.413	0.600	0.750	-3.50	2.33				435	
	0.32	0.434	0.630	0.738	-3.50	2.05					
	0.33	0.455	0.662	0.725	-3.50	1.79				348	358
	0.34	0.478	0.695	0.711	-3.50	1.54					
0.35	0.503	0.731	0.696	-3.50	1.29	258	258				
0.36	0.529	0.770	0.680	-3.50	1.05						
0.37	0.559	0.812	0.662	-3.50	0.81	162	162	162			
0.38	0.592	0.860	0.642	-3.50	0.57	104	104	104			
0.39	0.630	0.915	0.619	-3.50	0.32	64	64	64			



tratto da Prof. Ettore Pozzo

$$\omega = \frac{A_s}{bd} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \rho \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \omega_1 + \omega_2$$

per  $N=0$  e per  $\omega_2 = 0, \mu_u < 0.32 = \mu_{u,lim}; \omega_1 = \mu_u (1 + \mu_u)$

confronto con i coefficienti adimensionali

$$S.L.E. \quad \frac{I}{C_c} = \frac{M_{sd}}{bd^2 \sigma_c} = \frac{\xi(3-\xi)}{6} = \zeta \omega = \zeta \chi_1 \xi$$

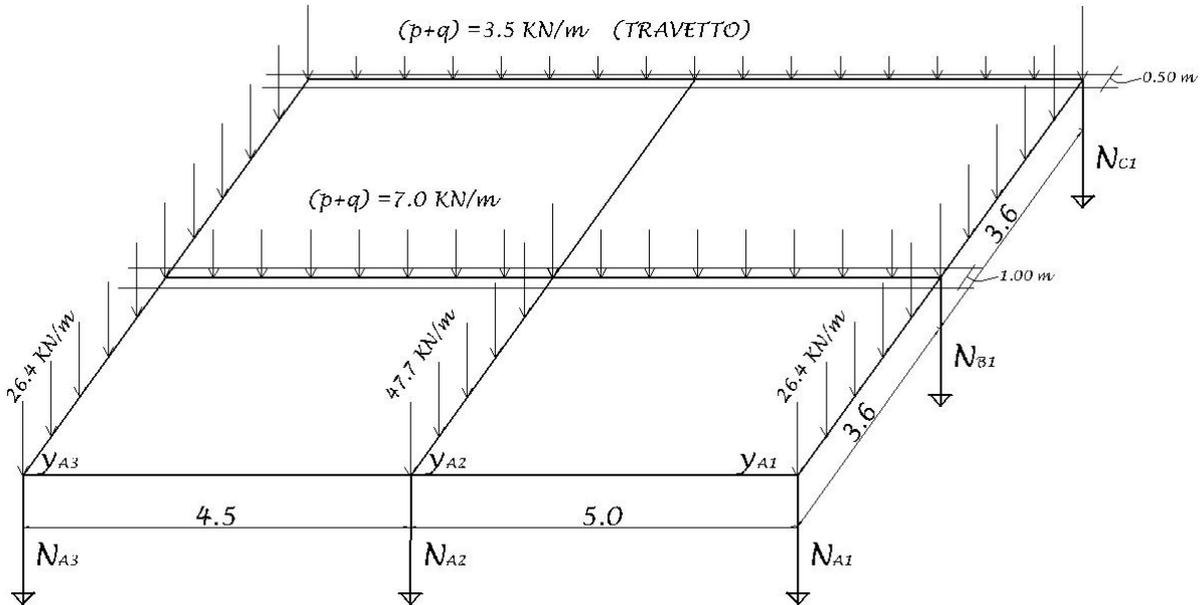
$$S.L.U. \quad \mu_u = \frac{M_{ud}}{bd^2 f_{cd}} = \zeta \omega = \zeta \chi_1 \xi$$

In presenza di azioni sismiche (v. I.4) si devono svolgere le verifiche allo stato limite di danno SLD ed allo stato limite ultimo SLU che prevenga il crollo, con importanza del metodo rispetto al vecchio MTA, peraltro la limitazione delle vibrazioni in esercizio (v. III. 1 7) ricalca le considerazioni già fatte per il progetto condizionato dalla freccia "elastica". La scelta della geometria delle masse e dei vincoli, come più volte evidenziato, precede il tipo di verifiche, così un solaio a pianta circolare con armatura a piastra incastrata in un trave ad anello è un tipo di "prevenzione" sismica che riduce la vulnerabilità rispetto ad un solaio a pianta rettangolare, semplicemente appoggiato, e soggetto alle stesse azioni.



### III.2.1 ANALISI DEI CARICHI

SULLE TRAVI CENTRALI (1) E DI FACCIATA (2)



PESO PROPRIO SOLAIO

CARICHI ACCIDENTALI ABITAZIONE

CARICHI QUASI PERMANENTI

$$p \cong 5.0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$q = 2.0 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$F_d = G_k + Q_{1k} + \psi_2 Q_{2k}$$

		COMBINAZIONE DEI CARICHI QUASI PERMANENTI <b>S.L.E.</b>	
$y_{A1}$	$y_{A2}$	REAZIONI PESO PROPRIO $l_1 \cong l_2 = 5.0 \text{ m}$ ; <b>Fattori parziali di sicurezza <math>\gamma_p = 1.0</math></b>	
9.4	-	$y_1 = \frac{pl}{2} - \frac{M_2}{l} = \frac{pl}{2} - \frac{pl}{8} = \frac{3}{8} pl = 9.4 \text{ kN} / \text{m}$	
-	31.2	$y_2 = 2 \left( \frac{pl}{2} - \frac{M_2}{l} \right) = pl - \frac{pl}{4} = \frac{5}{4} pl = 31.2 \text{ kN} / \text{m}$	
4.0	4.0		
8.0	-		
		$p_{TRAVE} = 0.3 \cdot 0.50 \cdot 25.0 = 4.0 \text{ kN} / \text{m}$ (CLS = 25 kN / m <sup>3</sup> )	
		$p_{MURI} = 0.3 \cdot 2.45 \cdot 11.0 = 8.0 \text{ kN} / \text{m}$ (PARETE VENTILATA = 25 kN / m <sup>3</sup> )	
		REAZIONI CARICHI ACCIDENTALI	
5.0		$y_{A1} = y_{A3} = \frac{ql}{2} - \frac{M_{A2}}{l} = 5.0 \text{ kN} / \text{m}$	$\gamma_q = 0 \div 1.0$
	12.5	$y_{A2} = \frac{5}{4} ql = 12.5 \text{ kN} / \text{m}$	
Si trascurano i carichi concentrati $Q_{2k}$ di norma con $\psi_0 = 0.7$			
26.4	47.7	REAZIONI MASSIME $\text{kN} / \text{m}$	

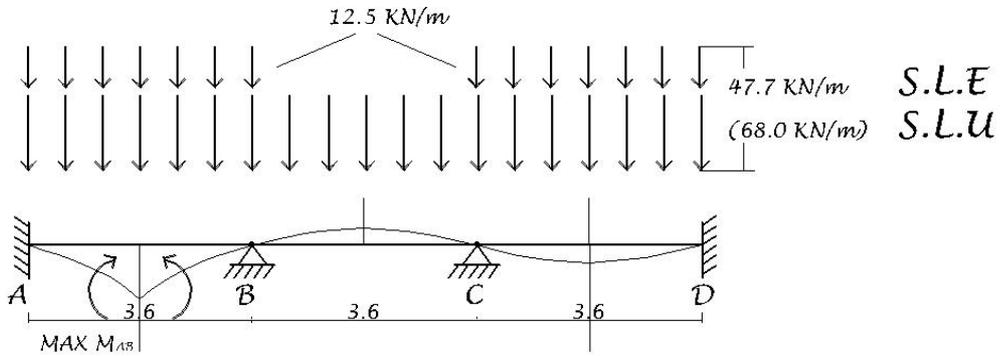
		COMBINAZIONE DEI CARICHI ULTIMI <b>S.L.U.</b>	
$y_{A1}$	$y_{A2}$		
37.5	68.0	$y_{A1} = y_{A3} = 1.4(9.4 + 4.0 + 8.0) + 1.5 \cdot 5.0 = 37.5 \text{ kN} / \text{m}$	$\gamma_p = 1.4$
		$y_{A2} = 1.4(31.2 + 4.0) + 1.5 \cdot 12.5 = 68.0 \text{ kN} / \text{m}$	$\gamma_q = 0 \div 1.5$



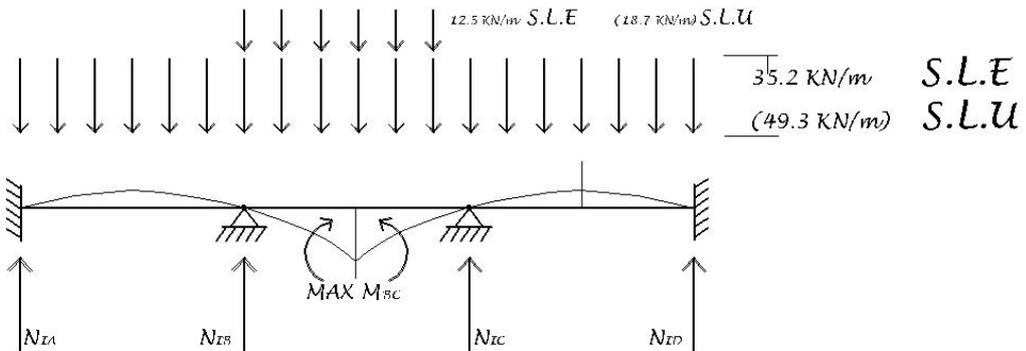
### III.2.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

SULLA TRAVE CENTRALE

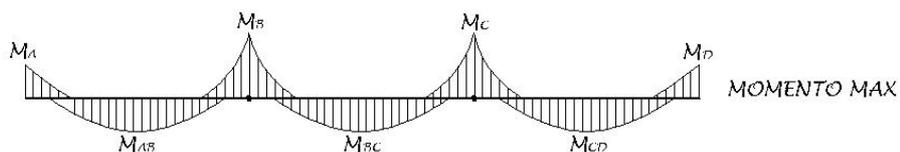
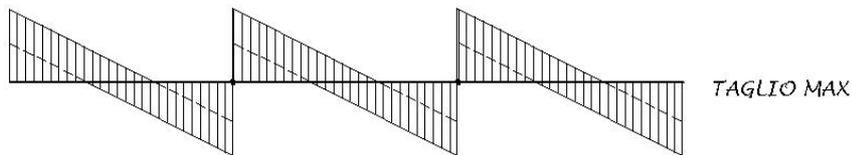
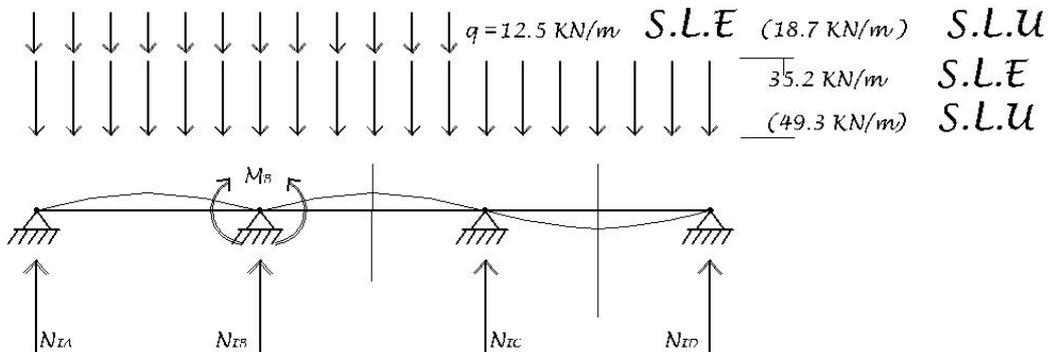
COMBINAZIONE MASSIMA MOMENTI POSITIVI 1° CAMPATA



COMBINAZIONE MASSIMA MOMENTI POSITIVI 2° CAMPATA



COMBINAZIONE MASSIMA MOMENTI NEGATIVI



risolvendo l'iperstatica con i valori tabulati

$$M_B = M_C \frac{l}{10} pl^2 + \frac{l}{8.55} ql^2 = 64.57 \text{ KN} \cdot \text{m} \quad (6.5 \text{ tm})$$

$$M_{AB} = \frac{l}{12.5} pl^2 + \frac{l}{9.9} ql^2 = 52.86 \text{ KN} \cdot \text{m} \quad (5.3 \text{ tm})$$

$$M_{BC} = \frac{l}{40} pl^2 + \frac{l}{13.4} ql^2 = 23.49 \text{ KN} \cdot \text{m} \quad (2.5 \text{ tm})$$

EQUAZIONI DI CONGRUENZA

$$l_{AB}(M_A + 2M_B) + l_{BC}(2M_B + M_C) = l_{AB}(\mu_{AB} + 2\mu_{AB}) + l_{BC}(\mu_{BC} + 2\mu_{CB})$$

per campate uguali  $\mu = \frac{1}{12}(p+q)l^2 = 51.5 \text{ KN} / \text{m}$

Si approssima  $M_A \cong \frac{M_B}{2}$ ;  $M_C = M_B$

$$M_B = \frac{4}{3}\mu = 68.66 \text{ KN m} \cong 64.57 \text{ KN m} \quad \text{DA TABULAZIONE}$$

EQUAZIONE DI EQUILIBRIO

$$v_A + v_B - 47.7 \cdot 3.6 = 0 \quad V_A = 76.9 \text{ KN}$$

$$v_B \cdot 3.6 - 47.7 \frac{3.6^2}{2} + 64.57 - 64.57; \quad V_B = 94.8 \text{ KN}$$

Sul pilastro centrale B risulta:  $N_B = 2 \cdot 94.8 = 189.6 \text{ kN} = 19 \text{ t}$

SEZIONE DI TAGLIO NULLO

$$V_A - px = 0 \quad x = \frac{76.9}{47.7} = 1.61 \text{ m}$$

MOMENTO MASSIMO POSITIVO  $M_{AB} = 76.9 \cdot 1.61 - 47.7 \frac{1.61^2}{2} = 62.2 \text{ KNm}$



### III.2.3 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA A FLESSIONE

In condizioni statiche:

$$\delta = \frac{5}{384} \frac{(p+q)l^4}{E_\infty J} = \frac{l}{500}$$

$$J = 6.5 \frac{(p+q)l^3}{E_\infty J} = \frac{l}{12} bh^3$$

$$h = l \sqrt[3]{\frac{78(p+q)}{bE_\infty}} = 0.30 \text{ m} + \text{solai} = 50 \text{ cm}$$

CALCOLO DELLA RIGIDEZZA (I° CAMPATA)  $K_{AB} \cong \frac{6EJ}{l} = 16874 \text{ KNm}$

ROTAZIONE  $\theta_A = \frac{M_A}{K_{AB}} = \frac{64.57/2}{16874} \cong \frac{1}{500}$  ammissibile

In condizioni dinamiche o pseudostatiche (v. fig.7)

Valgono le considerazioni svolte per il solaio, coinvolgendo però l'intero calcolo a telaio per tener conto della fondamentale efficacia della ridondanza iperstatica dei vincoli nell'accrescere la distanza di sicurezza dal collasso.

Peraltro raggiunte le condizioni isostatiche in prossimità del collasso, ovvero il rispetto dello stato limita ultimo di evitare, il predimensionamento può basarsi sul momento plastico ultimo:

$$M_{Sd} = M_{ud} = \alpha_u b d^2 f_{cd}$$

$$d = \sqrt{15000 / 0,2 \times 30 \times 1,1} = 47,6 \text{ cm}; h = 50 \text{ cm}$$

Le travi a spessore sono pertanto sconsigliabili in zona sismica (v. fig.17).

Si noti come l'antico metodo elastico di S.d.C. conduca a risultati Analoghi a quelli ottenuti con il moderno calcolo SLU, peraltro basato sulle ancor più antiche equazioni della Statica riguardanti l'equilibrio dei momenti esterni agenti ed interni resistenti



### III.2.4 CONFRONTO TRA STATI LIMITE SLE - SLU IN UNA TRAVE PREVALENTEMENTE INFLESSA

SOTTOPOSTA ANCHE A SISMA

$$M_{RARI} = 100 \text{ KNm} = 10 \text{ tm}; \quad M_{Sd} \cong 150 \text{ KNm}; \quad N \div 0$$

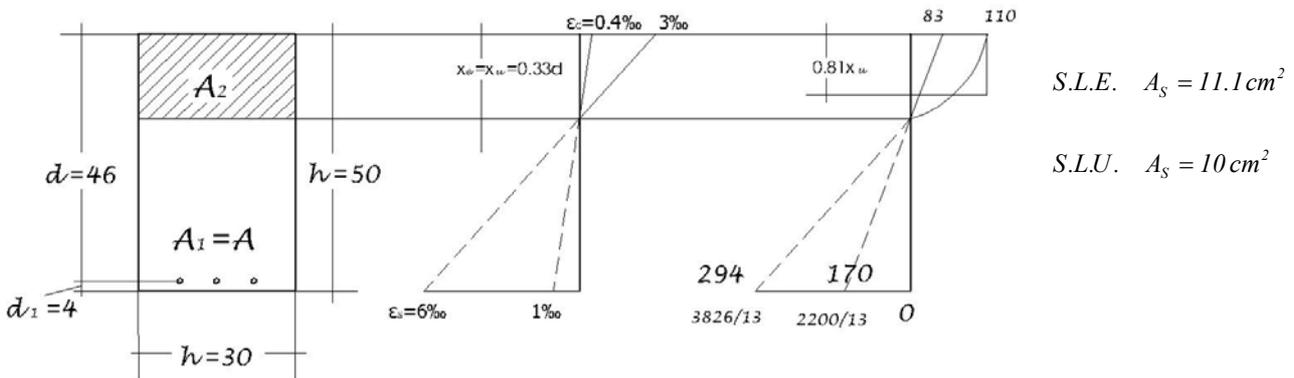
$$FeB44 \rightarrow f_{yd} = 44 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 440 \text{ MN} / \text{m}^2 = 4400 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S.L.E. \quad \sigma_s = 0.5 \cdot 44 = 22 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 2200 \text{ kg} / \text{cm}^2 \\ S.L.U. \quad f_{yd} = 44 / 1.15 = 38.26 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 382.6 \text{ MN} / \text{m}^2 \end{array} \right.$$

$C.L.S. R_{CK} = 25 \text{ MN} / \text{m}^2 \rightarrow f_{CK} = 2.07 \text{ KN} / \text{cm}^2$	$f_{CK\infty} = 0.85 f_{CK} = 1.76 \text{ KN} / \text{cm}^2$
$S.L.E. \quad \sigma_c = 0.5 f_{CK} = 1.03 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 103 \text{ kg} / \text{cm}^2$	$\sigma_{C\infty} \div \sigma_c = 0.4 f_{CK} = 0.828 \text{ KN} / \text{cm}^2$
$E_c = 210000 \text{ kg} / \text{cm}^2 \quad E_s / E_c = 10$	$E_{C\infty} \div 160000 \text{ kg} / \text{cm}^2 \quad E_s / E_c = 1$
$S.L.U. \quad f_{cd} = 2.07 / 1.6 = 1.25 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 125 \text{ kg} / \text{cm}^2$	$f_{cd\infty} = 1.76 / 1.6 = 1.10 \text{ KN} / \text{cm}^2$

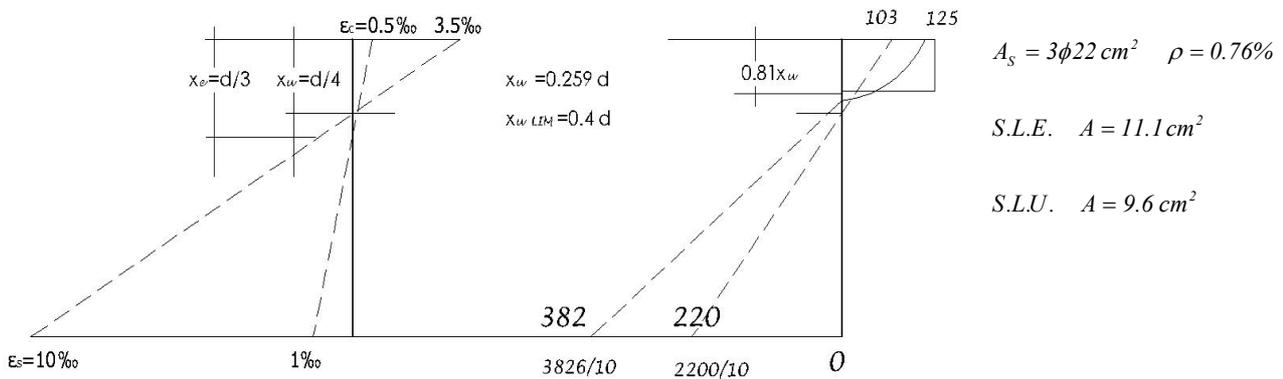
$b = 30 \text{ cm}$  ROTTURA DUTTILE – ACCIDENTALI QUASI PERMANENTI

$$M = 77.3 \text{ KNm} < M_{RARI}$$

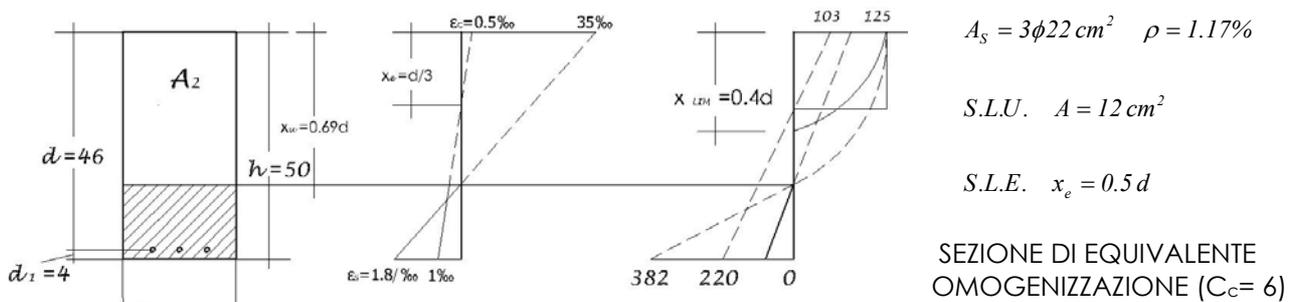


$b = 30 \text{ cm}$  ROTTURA DUTTILE – ACCIDENTALI RARI CON ARMATURA NORMALE

$$x_1 = 0.81; x_1 f_{cd\infty} b x = A_s f_{yd}; \xi = \frac{x}{d} = \frac{3.5}{10 + 3.5} = 0.259; 0.179 f_{cd\infty} b d = A_s f_{yd}; \omega = \chi_1 \xi = \frac{\mu}{\zeta}$$



**$b = 20\text{ cm}$  ROTTURA CRITICA – ACCIDENTALI RARI CON ARMATURA BILANCIATA**



La sezione con base più piccola delle precedenti per sopportare lo stesso momento sollecitante  $M_{sd}$  deve essere fortemente armata tanto da presentare un collasso fragile, ben evidenziato dal moderno calcolo allo stato limite ultimo.

Tale collasso non avvisa del pericolo di crollo come quello duttile per cui è importante armare “debolmente” il c.a. in zona sismica o meglio non “indebolire” la sedizione di conglomerato (v. III 1 5 ), l'analogia con il dimensionamento della muratura non armata rappresenta il riferimento dimensionale limite, che consente la durata di vita massima , come per la longevità delle costruzioni romane. Nuovamente si evidenzia l'importanza delle maggiori sezioni in conglomerato , rispetto all' armature ,sempre peraltro nei limiti della fessurazione e della duttilità, per una maggiore durata fisica.L'uso dell' acciaio inossidabile favorisce poi la durabilità chimica.



### III .2.5. STATO LIMITE DI ESERCIZIO (SLE) ALLA FESSURAZIONE

Come visto per l'analogia verifica per il solaio , il momento d'inesco della fessurazione è pari a ( $C_s = 6$ ) :

$$M_{fess} = bd^2 f_{ctk} / 6$$

essendo la resistenza caratteristica di trazione per flessione pari a :

$$f_{ctk} = 0,7 \times 1,2 \times 0,27^3 \sqrt{R_{ck}^2} = 0,23^3 \sqrt{R_{ck}^2} (N / mm^2)$$

Se  $M_{fess} \geq M_{sd}$  necessita solo l'armatura minima costruttiva, la quale per il rispetto dell' equilibrio dell'area tesa corrispondente a circa la metà della intera sezione rettangolare, risulta:

$$A_{s\ min} = \frac{bd}{2} \frac{f_{ctk}}{f_{yk}}; \rho_{min} = 0,5 \frac{f_{ctk}}{f_{yk}}$$

da adattare in base al tipo di sezione e distribuzione ed interasse delle armature.

La percentuale prima valutata con SLU pari a circa  $\rho \approx 0,7\% > \rho_{min} = 0,25\%$

Essendo per  $R_{ck} = 25 N / mm^2$ ;  $f_{ctk} = 2,0 N / mm^2$ ;  $f_{yk} = 440 / 1,15 = 382,6 N / mm^2$

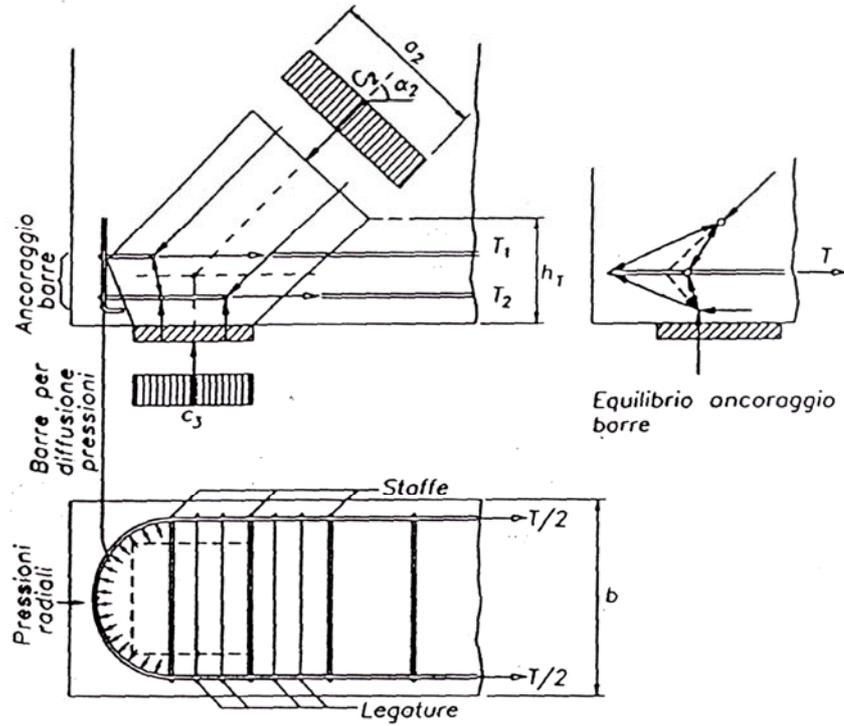
Si ricorda il consiglio di Nervi che l'armatura deve essere distribuita in modo tale da sostenersi come scheletro da sola prima del getto.

Si sottolinea ancora l'importanza dei particolari costruttivi specie dei nodi, sedi dei flussi tensionali sino alle fondazioni.

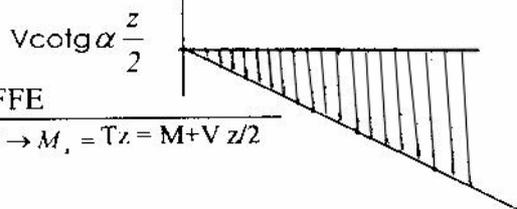
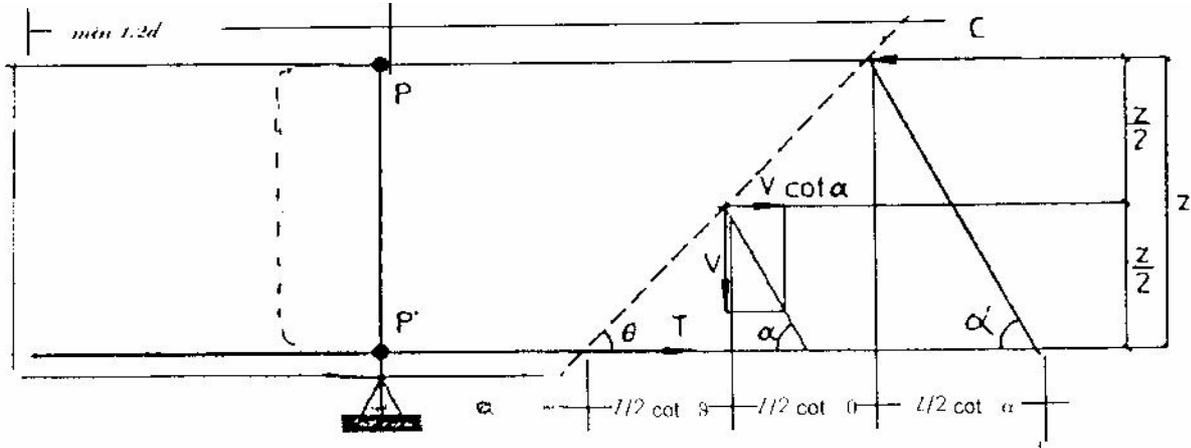


### III.2.6 DIMENSIONAMENTO A TAGLIO S.L.U

#### TRATTO DI ARMATURA DI ADERENZA AL VINCOLO



#### ANCORAGGIO SENZA RISVOLTO



BIELLA STAFFE

$$\theta = 45^\circ \quad \alpha = 90^\circ \rightarrow M_x = Tz = M + V z/2$$

$$M = M_x - V \frac{z}{2}$$

$$Tz - V \left( a + \frac{z}{2} \cotg \theta \right) + V \cotg \alpha \frac{z}{2} = 0$$

$$T = \frac{V}{z} \left[ a + \frac{z}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha) \right] = \frac{|M|}{z} + \frac{|V|}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha)$$

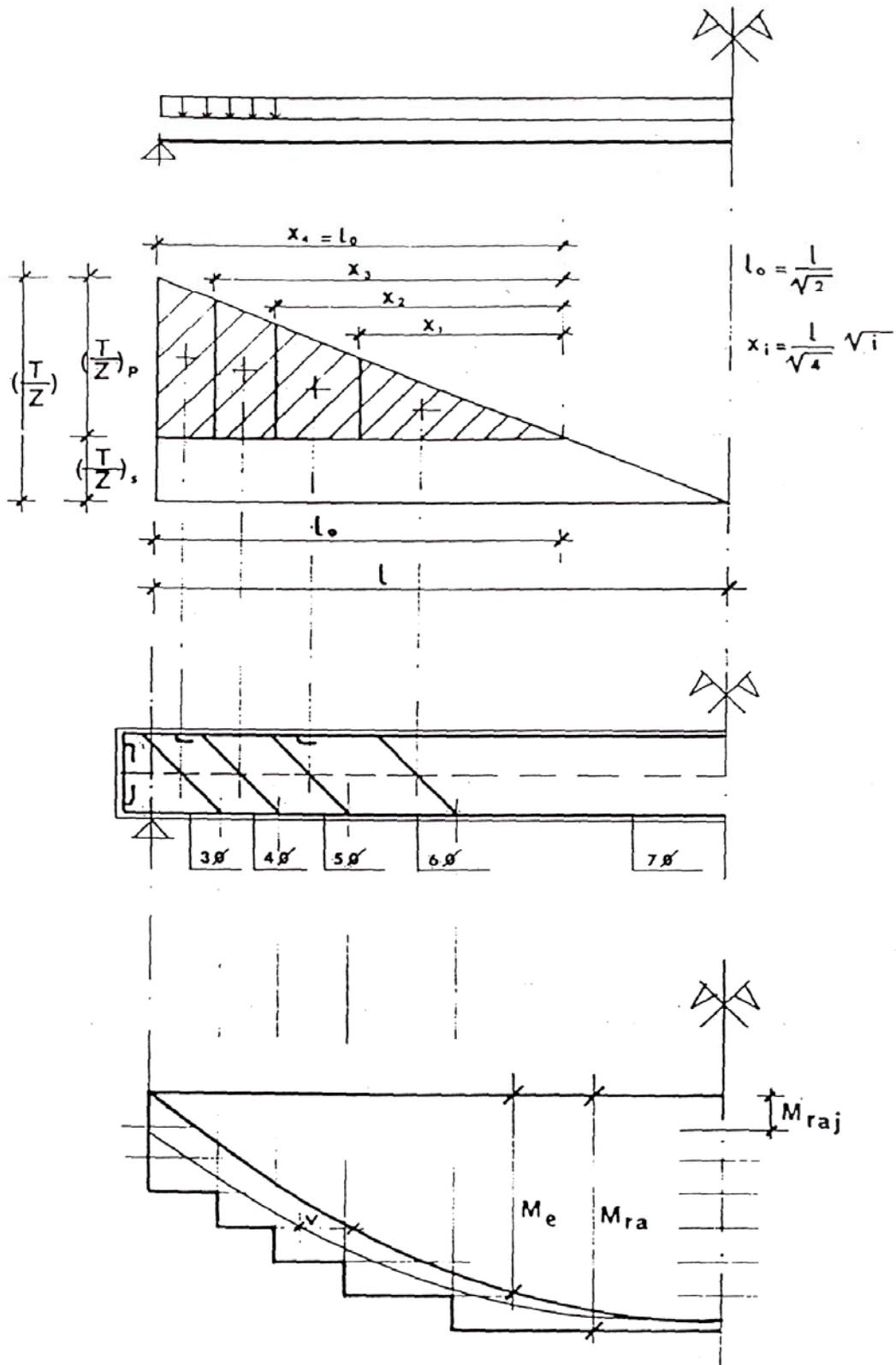


Diagramma degli sforzi di scorrimento e dei momenti resistenti di una trave appoggiata

METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI A TAGLIO

**a.** L'armatura a taglio si limita alla staffatura minima di norma e costruttiva  $A_{S \min}$ , se non si supera la tensione tang, max:

$$\tau_{cm} = \frac{V}{zb} \leq \tau_{c0} = 0.4 + \frac{R_{CK} - 15}{75} (N / mm^2)$$

se si vuole rimanere in tale campo è necessario maggiorare b o d essendo  $z = 0.9d$ , accrescendo la durabilità del c.a..

**b.** La sezione deve essere tale che:

$$\tau_{cm} = \tau_{cmax} = 1.4 + \frac{R_{CK} - 15}{35} (N / mm^2)$$

altrimenti si maggiora b o d per non superare la resistenza tangenziale del conglomerato.

**c.** Si arma poi a taglio ove  $\tau > \tau_{c0}$  ovvero nel tratto fra le sezioni 1 e 0, ove la forza di scorrimento viene:

$$S = \frac{1}{z} \int_0^l V dx = \frac{M_1 - M_0}{z}$$

L'area delle staffe ( $\beta = \frac{\pi}{2}$ ) dei piegati ( $\beta = \frac{\pi}{4}$ ), risulta:

$$A_S = \frac{V\Delta}{z(\sin\beta \pm \cos\beta)\sigma_S} = \frac{\alpha V\Delta_S}{z\sigma_S} + \frac{(1-\alpha)V\Delta_p}{\sqrt{2}z\sigma_S}$$

essendo la percentuale  $\alpha$  di ripartizione tra le staffe e i piegati almeno del 50%, ed essendo  $\Delta$  il passo dei ferri:

$$\Delta \leq 0.8d \leq 33 \text{ cm}; A_{S \min} \div 0.15\% \Delta b \sin\beta.$$

DIMENSIONAMENTO A TAGLIO ALLO STATO LIMITE ULTIMO

**a.** L'armatura a taglio si limita alla sola staffatura minima costruttiva  $A_{s \min}$  (vedi in fondo), se non si superano le tensioni di trazione dello S.L.E. del conglomerato:

$$V_{Sd} \leq V'_{ud} = b z f_{ctk} / \gamma_c (N / mm^2 \text{ per } R_{CK})$$

$$\cong b 0.9 d \frac{0.7 \cdot 0.27 \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{1.6}$$

se si vuole rimanere in tale stato limite e  $V_{Sd} \leq V'_{ud}$  è necessario maggiorare le dimensioni b o d (vedi metodo delle tensioni ammissibili).

**b.** Se si controlla che  $V_{Sd} \leq V'_{ud}$  non venga superato, la resistenza a taglio del corrente compresso di conglomerato risulta:

$$V_{Sd} \leq V^c_{ud} = 0.3 b d f_{cd} = 0.3 b d f_{ck} / \gamma_c (N / mm^2 \text{ per } R_{CK})$$

$$= 0.3 b d 0.85 \frac{0.83 R_{CK}}{1.6} = 0.16 b d R_{CK}$$

Se  $V_{Sd} \leq V^c_{ud}$  si maggiorano b o d.

**c.** Si arma poi a taglio nelle sezioni ricadenti nel tratto in cui si supera la resistenza a taglio, dovuta ai meccanismi aggiuntivi

$$V_{Sd} \leq V^*_{ud} = 0.6 b d f_{ctd} \delta = 0.6 b d f_{ctd} \delta$$

$$= 0 \text{ in presenza di trazione } (\delta = 0)$$

$$= 0.6 b d f_{ctd} \delta \left( 1 + \frac{M_0}{M_{Sd}} \right) \text{ per } N > 0 \text{ ed } M_0 \text{ di decompressione}$$

Il taglio dovuto all'armatura delle staffe e dei piegati viene:

$$V_{ud}^{(a)} = V_{Sd} - V^*_{ud} = V_{ud}^{(staffe)} + V_{ud}^{(piegati)} =$$

$$= f_{yd} \frac{A'_S}{A_S} z \alpha + \sqrt{2} f_{yd} \frac{A_p}{\Delta_p} z (1 - \alpha)$$

$\alpha$  = piegati a 45° / staffe > 0.5;  $\Delta$  = passo dei ferri

L'armatura minima delle staffe è:

$$A_{S\min} = 0.10(1 + 0.15 \frac{b}{d}) b \Delta_s \div \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} b \Delta_s \text{ in analogia alla verifica a fessurazione}$$

In zona sismica  $A_{S\min} \geq 0,15 R_{ck} / f_y$

tratto B-A

$$M_{Sd} = \gamma_g \frac{1}{9} p l^2 + \gamma_q \frac{1}{9} q l^2 = 1.4 \frac{35.2 \cdot 3.6^2}{9} + 1.5 \frac{12.5 \cdot 3.6^2}{9} = 98 \text{ kN m}$$

$$V_{Sd} = 1.4 \cdot 35.2 \cdot 3.6 / 2 + 1.5 \cdot 98 / 3.6 = 130 \text{ kN}$$

Si noti quanto convenga approssimare  $\gamma_p \cong \gamma_q = 1.5$  nel calcolo delle sollecitazioni allo stato limite ultimo fatto con la calcolatrice.

$$R_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2; \text{ Feb}44\text{k}; b = 30 \text{ cm}; h = 50 \text{ cm}; d = 46 \text{ cm}$$

fessurazione corrente cls teso

$$V'_{ud} = b z f_{ctd} = 30 \cdot 0.9 \cdot 46 \cdot 0.1 = 125 \text{ kN} \cong V_{Sd}$$

$$= f_{ctd} = \frac{0.7 \cdot 0.27 \cdot \sqrt[3]{R_{ck}^2}}{\gamma_c} = 0.118 \sqrt[3]{25^2} = 1.0 \text{ N/mm}^2 = 0.1 \text{ KN/cm}^2$$

e' sufficiente la staffatura costruttiva minima

$$\text{M.T.A.} \quad \frac{A_S}{\Delta_S} = \frac{0.5 V'_{ud}}{z f_{yd}} = \frac{0.5 \cdot 135}{0.946 \cdot 44} = 0.034 \text{ cm}^2 / \text{cm}$$

$$\text{S.L.U.} \quad \frac{A_S}{\Delta_S} = 0.10(1 + 0.15 \cdot 46 / 30) 30 = 3.7 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

$$A_S = 0.037 \cdot 25 \cong 1.0 \text{ cm}^2 = 2\phi 8 / 25 \text{ cm}$$

In presenza di sisma il taglio ultimo risulta ad esempio:

$$V_{BA} = 200 \text{ KN} > V'_{ud} = 130 \text{ KN}$$

Controllo compressione corrente superiore:

$$V_{ud}^{(C)} = 0.3 b d f_{cd} = 0.3 \cdot 30 \cdot 46 \cdot 11.0 = 4455 \text{ KN} \gg V_{BA}$$

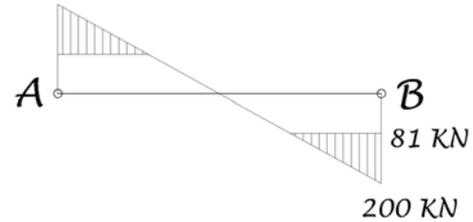
$$\text{essendo } f_{cd} = 0.85 \frac{0.83 R_{CK}}{\gamma_c} = 0.85 \frac{0.83 \cdot 25}{1.6} = 11.0 \text{ KN/cm}^2$$

RESISTENZA A TAGLIO CLS (N=0 → δ=1)

$$V_{ud}^* = 0.6 bd f_{tcd} \delta = 0.6 \cdot 30 \cdot 45 \cdot 0.1 = 81 \text{ KN}$$

### ARMATURE A TAGLIO

$$V_{ud}^{(a)} = V_{Sd} - V_{ud}^* = V_{ud}^{(a)} + V_{ud}^{(a)} \text{ piegati}$$



$$V_{ud\ st} + V_{ud\ pieg} = V_{Sd} - V_{ud}^* = 200 - 81 = 119 \text{ KN}$$

$$f_{yd} \frac{A_s}{\Delta_s} z \alpha + \sqrt{2} f_{yd} \frac{A_p}{\Delta_p} z (1 - \alpha) \text{ PIEGATI A } 45^\circ$$

$$\alpha = 1 \text{ tutte staffe con passo } \Delta_s = 15 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{(V_{Sd} - V_{ud}^*) \Delta_s}{z f_{yd}} = \frac{119 \cdot 15}{0.9 \cdot 0.46 \cdot 44} = 0.9 \text{ cm}^2 \cong 2\phi 8 / 15 \text{ cm}$$

In zona sismica il numero delle staffe si infittisce fortemente per prevenire l'instabilità dei ferri longitudinali e ritardare il collasso per fatica ciclica del conglomerato.

La normativa vigente in merito prescrive  $\Delta_s \leq 15 \text{ cm} \leq 6\Phi_{long} \leq d / 4$

### ARMATURE A FLESSIONE $M_{Sd} = 98 \text{ KN m}$

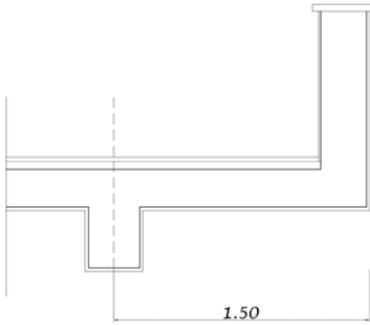
$$\rho = \frac{M_{Sd}}{\zeta bd^2 f_{yd}} = \frac{9800}{0.9 \cdot 30 \cdot 45^2 \cdot 44} = 0.0041$$

$$A_s = 0.0041 \cdot 30 \cdot 45 = 5.6 \text{ cm}^2 = 4\phi 14 = 6.15 \text{ cm}^2$$



### III.2.7 DIMENSIONAMENTO A TORSIONE S.L.U.

#### ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI



#### SBALZO

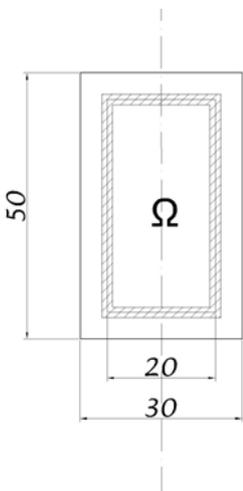
$$M_{sd} = \frac{1}{2}(\gamma_p p + \gamma_q q)l^2 = \frac{1}{2}(1,4 \cdot 400 + 1,5 \cdot 400)1,5^2 = 1,3 \text{ tm}$$

#### TRAVE 30x50

$$R_{ck} \cdot 25 \text{ Nmm}^2 \quad F_{cb} 44 \text{ K}$$

$$T_{sd} = M_{sd} 1,3 \text{ tm} = 1300 \text{ KN} \cdot \text{cm}$$

- a. Necessita di armatura a torsione in quanto:



$$T_{sd} \geq T_{nd}^{(1)} = 2 \cdot \Omega t_0 f_{ctd} = 640 \text{ KN} \cdot \text{cm}$$

$$d_0 = 30 - 3 - 3 = 24 \text{ cm}$$

maggiore dei diametri dei cerchi

inscritti nel perimetro della sezione

$$t_0 = \frac{d_0}{6} = 4 \text{ cm}$$

spessore sezione efficace cava

equivalente secondo le norme italiane

$$\Omega = 20 \cdot 40 = 800 \text{ cm}^2$$

area racchiusa nel perimetro medio

della sezione

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk}}{\gamma_c} = 0,7 \cdot \frac{0,27 \sqrt{R_{ck}^2}}{1,6} = 1,0 \text{ N/mm}^2 = 0,1 \text{ KN/cm}^2$$

- b. Non si provoca il collasso delle bielle compresse ad elica essendo:

$$T_{sd} \leq T_{nd}^{(2)} = 0,5 \Omega t_0 f_{cd} = 1760 \text{ KN} \cdot \text{cm}$$

$$f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{0,83 R_{ck}}{1,6} = 1,1 \text{ KN/cm}^2$$

- c. L' armatura longitudinale integrante quella flessionale risulta:

$$A_{sl} = \frac{T_{sd} \rho_m}{4 \Omega f_{yd}} = \frac{1300 \cdot 120}{4 \cdot 800 \cdot 44} = 1,1 \text{ cm}^2 \cong 2 \phi 8$$

$$\text{essendo } \rho_m = 2 \cdot 20 + 2 \cdot 40 = 120 \text{ cm}$$

l'armatura a staffe integrante quella flessionale risulta:

$$A_s = \frac{T_{sd} \cdot A_s}{2\Omega f_{yd}} = \frac{1300 \cdot 20}{2 \cdot 800 \cdot 44} = 0,36 \text{ cm}^2 \cong sf \phi 8 / 20 \text{ cm}$$

Il taglio massimo si riscontra nella sezione A della trave:

$$V_{ud} = 9660 \text{ kg} = 96.6 \text{ KN}$$

il taglio resistente ultimo dell'armatura risulta:

$$V_{ud} = V'_{ud} + V_{ud}^{(a)} = b z f_{ctd} \pm 30 \cdot 0.9 \cdot 46 \cdot 0.1 = 124 \text{ KN} > V_{Sd}$$

non necessiterebbe di staffatura oltre a quella costruttiva, ma per la presenza della torsione necessita:

$$V_{ud} = 124 + 44 \frac{1.0}{12.5} 0.9 \cdot 46 = 270 \text{ KN}$$

Il momento torsionale massimo risulta:

$$T_{Sd} = 1300 \text{ KN cm}.$$

Il momento resistente a torsione ultimo per  $\phi 8 / 25 \text{ cm}$  è:

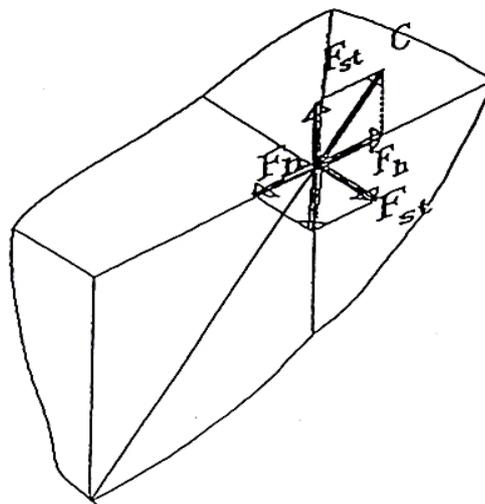
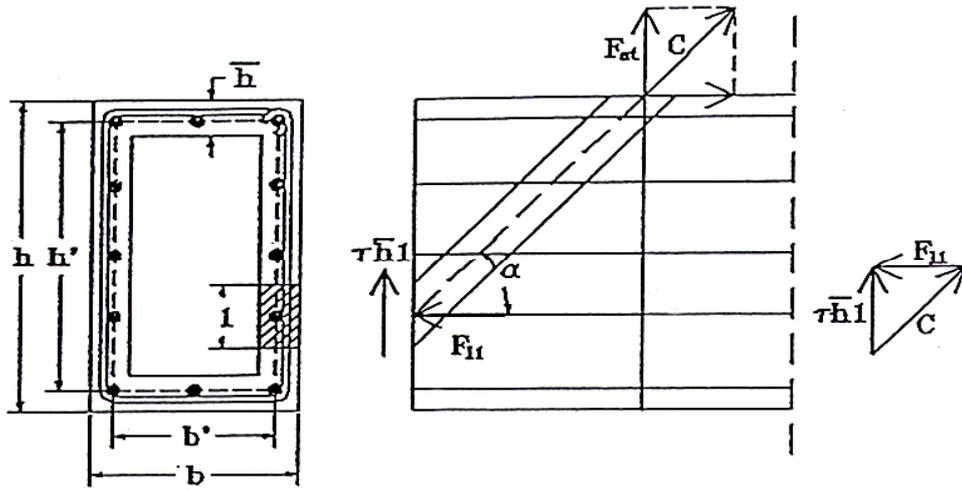
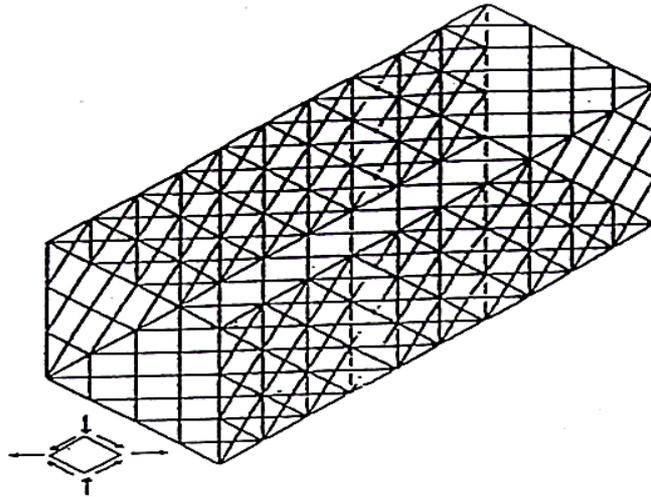
$$T_{ud} = 2\Omega f_{yd} \frac{A_s}{A_s} = 2 \cdot 800 \cdot 44 \cdot \frac{0.5}{25} = 2815 \text{ KN cm} > T_{Sd}$$

Per la presenza di taglio e di torsione deve essere:

$$\frac{T_{Sd}}{T_{ud}} + \frac{V_{Sd}}{V_{ud}} \leq 1; \frac{1300}{2815} + \frac{96.6}{270} = 0.82 < 1.$$

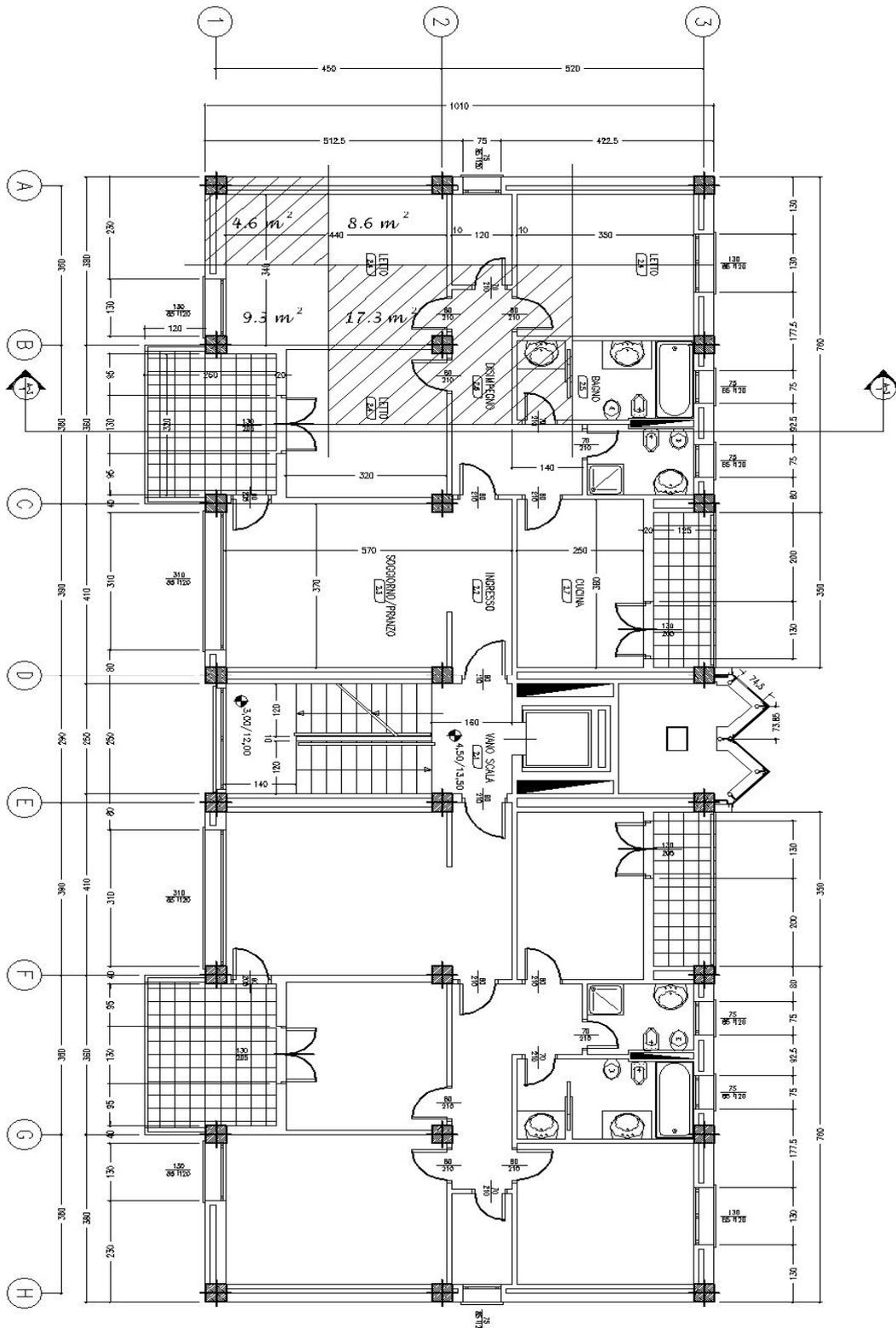
Si noti che è opportuno non sollecitare a torsione la trave con lo sbalzo, ma conviene aggettare le travi per sostenere lo sbalzo stesso, tessendolo in modo da eliminare la torsione.

Meno si costringe l'armatura a lavorare, più il c.a. è durevole, come la muratura.





### III.3 PILASTRO



### **III.3.1 ANALISI DEI CARICHI**

#### ANALISI "ISOSTATICA" DEI CARICHI SUI PILASTRI ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZI

Fattori parziali di sicurezza  $\gamma_g = \gamma_q = 1.0$

Anziché fare l'analisi rigorosa a telaio, passando per le reazioni iperstatiche (kN/m) del solaio sulla trave, si trova il carico approssimato sui pilastri dal carico unitario del solaio (kN/m<sup>2</sup>) per l'area di influenza.

Se invece del terrazzo si progetta un tetto, in modo più idoneo dal punto di vista del isolamento termico e di bioarchitettura per l'uso di pannelli solari, si veda il calcolo della capriata in II.2.

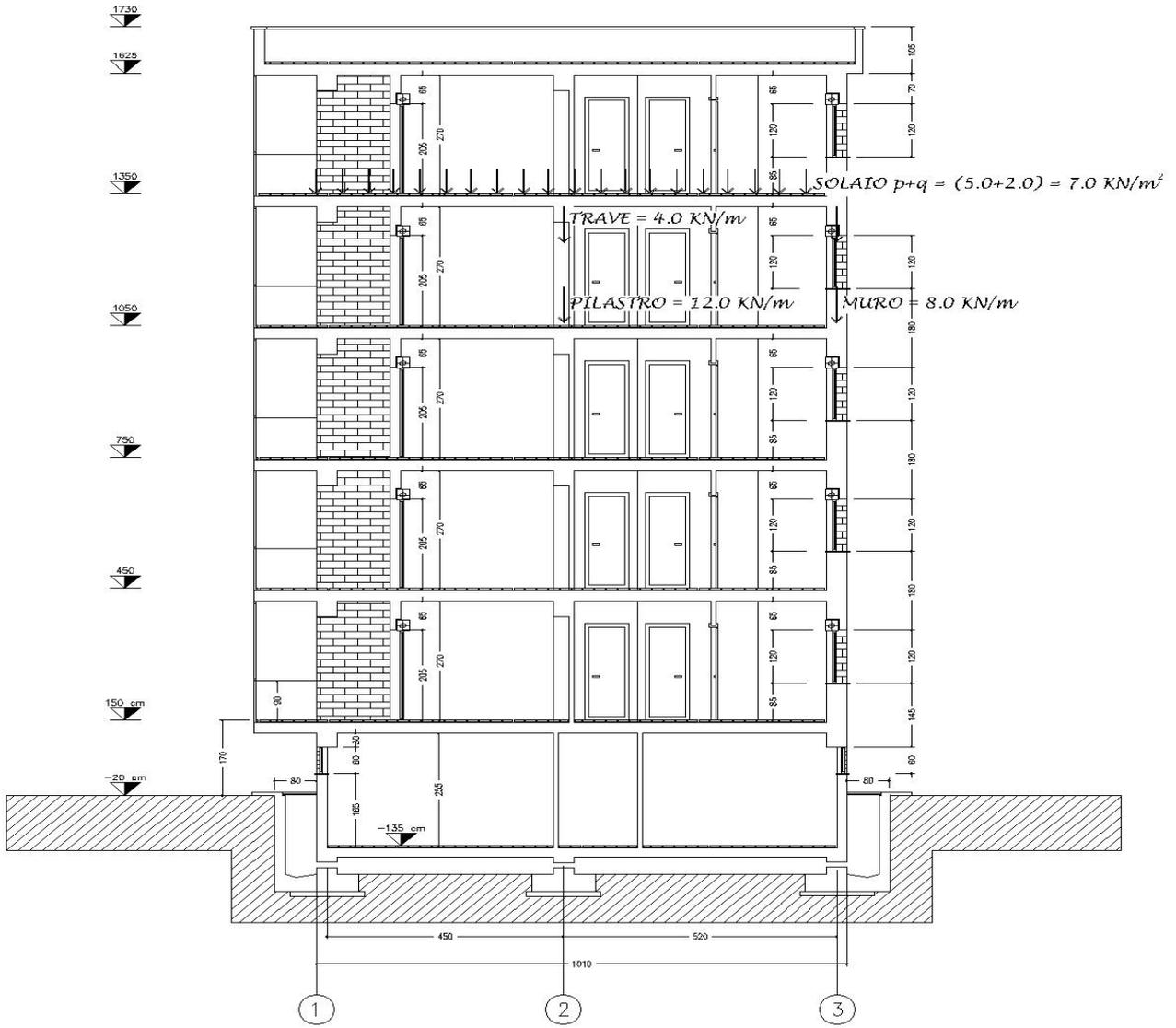
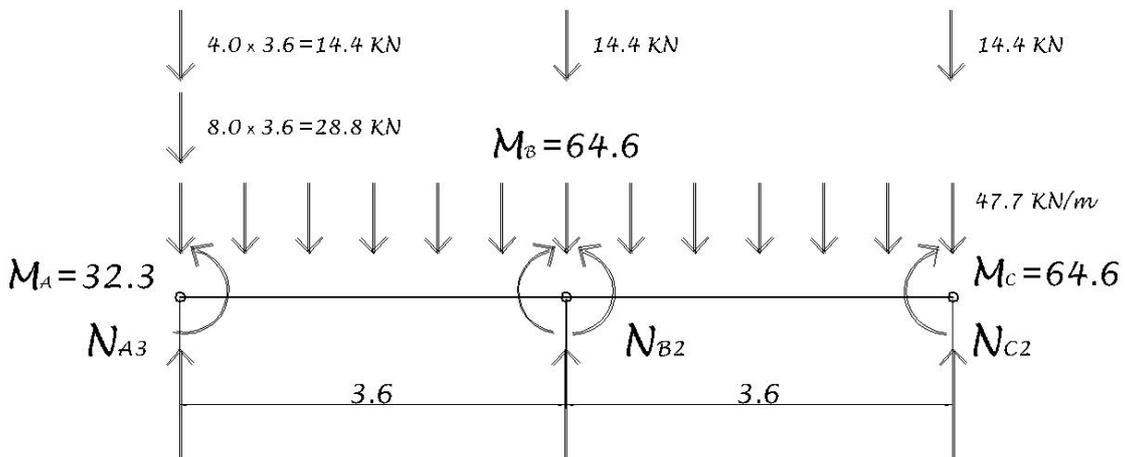
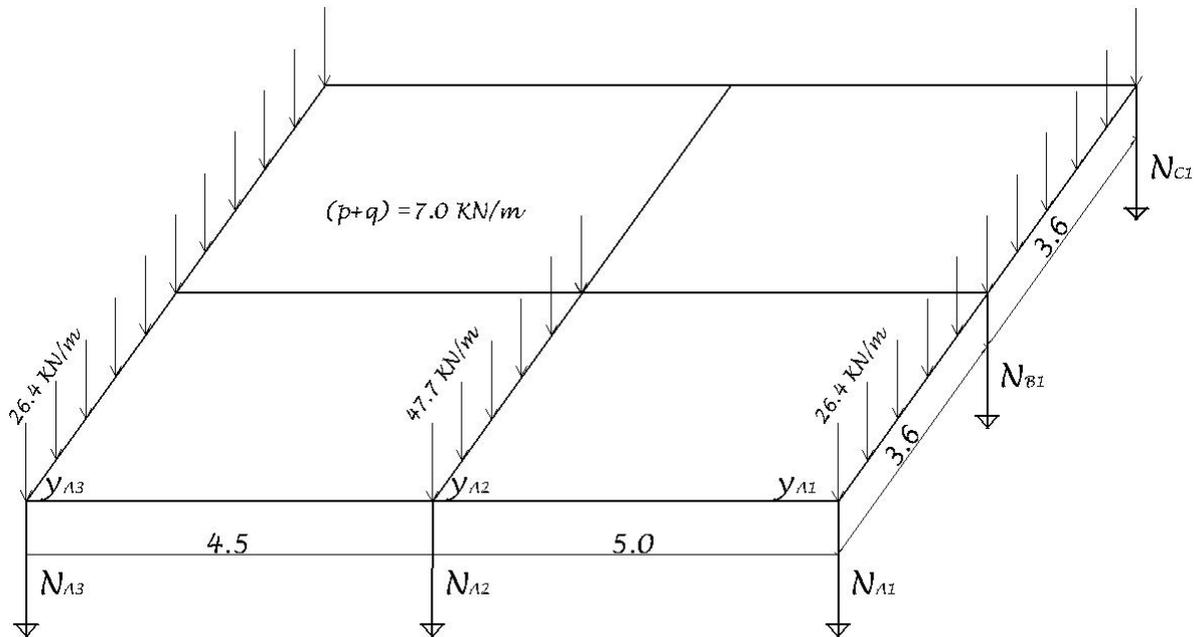


TABELLA ZONE DI INFLUENZA SOLAI (m<sup>2</sup>) E CARICHI (KN)

Piano	Carichi Unitari		PILN.1A		PILN.2A		PILN.1B		PILN.2B	
	Dimensioni	Entità (a)	Zona di influenza (b)	Carico (c=ab)						
5	Solaio	7,05	4,60	32,4	8,60	60,6	3,3	65,6	17,3	122,0
	Travi	4,00	4,00	16,0	5,35	21,4	3,6	14,4	3,6	14,4
	Tamp.	8,00	4,00	32,0	5,35	12,8	3,6	28,8	-	-
	---	---	---	80,4	---	124,8	---	108,0	---	136,4
				92,4	$\Sigma c_{ij}$	136,8	$\Sigma c_{ij}$	120,9	$\Sigma c_{ij}$	118,4
4	Solaio	---								
	Travi	---								
	Tamp.	---								
	---	---								
				$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$
3	Solaio	---								
	Travi	---								
	Tamp.	---								
	---	---								
				$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$
2	Solaio	---								
	Travi	---								
	Tamp.	---								
	---	---								
				$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$
1	Solaio	---								
	Travi	---								
	Tamp.	---								
	---	---								
				$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$	$\Sigma c_{ij}$

### III.3.2 ANALISI DELLE SOLLECITAZIONI

#### ANALISI "IPERSTATICA" DEI CARICHI SUI PILASTRI ALLO STATO LIMITE DI ESERCIZIO



$$N_{A_2} = 12.0 + 14.4 + \frac{47.7 \cdot 3.6}{2} + \frac{32.3}{3.6} - \frac{64.6}{3.6} + 28.8 = 123 \text{ KN}$$

$$N_{B_2} = 12.0 + 14.4 + 47.7 \cdot 3.6 + \frac{32.3}{3.6} = 207 \text{ KN}$$

si considerano tutti i piani uguali, quindi risulta:

$$N_{B_1} = 6 \cdot 123 = 738 \text{ KN} = 74t$$

$$N_{B_2} = 6 \cdot 207 = 1243 \text{ KN} = 124t$$



### III.3.3 PROGETTO PILASTRI A COMPRESSIONE SEMPLICE O CENTRATA ( M.T.A.)

I pilastri centrali dell'edificio in assenza di sisma sono sottoposti per lo più a sforzo normale centrato

$$\text{TOLLERANZA COSTRUTTIVA} \quad e = \frac{M}{N} = 2 \text{ cm} < \frac{d}{30}$$

#### CALCOLO IN FASE ELASTICA

##### METODO DELLE TENSIONI AMMISSIBILI

Non essendo la sezione parzializzata è l'unico caso in cui il metodo delle tensioni ammissibili (m.t.a.) è rigoroso.

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l} N_{Sd} = N = 124 \text{ t} = 1242 \text{ KN} \\ f_{cd} = \sigma_{c \text{ amm}} = 0.7 \left( 60 + \frac{R_{ck} - 150}{4} \right) = 0.6 \text{ KN} / \text{cm}^2 = 60 \text{ kg} / \text{cm}^2 \\ f_{yd} = \sigma_{s \text{ amm}} = \frac{4400}{2} = 22 \text{ kN} / \text{cm}^2 = 2200 \text{ kg} / \text{cm}^2 \\ \alpha = n = \frac{E_s}{E_c} = 10 \div 15; \quad \rho_{mm} = \frac{A_s}{A_c} = 0.8\% \end{array} \right.$$

$$\text{INCOGNITE} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_c = \frac{A_{id}}{[1 + (\alpha - 1)\rho]} = \frac{N / \sigma_{c \text{ amm}}}{[1 + (\alpha - 1)\rho]} = \frac{124200 / 60}{[1 + 14 \cdot 0.01]} = 1860 \text{ cm}^2 = 30 \times 60 \text{ cm}^2 \\ A_s = \rho A_c = 0.008 \cdot 1860 = 14.9 \text{ cm}^2 = 4\phi 22 = 15.2 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

( $\alpha = 15$ )

$$\text{INCOGNITE} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_c = \frac{124200 / 60}{[1 + 9 \cdot 0.01]} = 1930 \text{ cm}^2 \\ A_s = 0.008 \cdot 1930 = 15.4 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

( $\alpha = 10$ )



### III.3.4 COMPRESSIONE CENTRATA (S.L.E. – S.L.U.)

I pilastri centrali dell'edificio si ipotizzano sottoposti a carichi centrati, da quasi permanenti "Q" a rari "R", ( $\Delta N = 30\%$ ); l'ambiente si considera molto aggressivo

CALCOLO IN FASE ELASTICA - STATO LIMITE ULTIMO S.L.E.

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l}
 N_{Sd} = \gamma_q N_{B2} = 1.0 \cdot 1242 = 1242 \text{ KN} \\
 f_{cd} = 1.0(1242 + 0.3 \cdot 1242) = 1615 \text{ KN per sisma sussultorio "R"} \\
 f_{cd} = \frac{0.4 f_{ck\infty}}{\gamma_c} = \frac{0.4 \cdot 0.83 \cdot 2.5 \cdot 0.85}{1.0} = 0.70 \text{ KN/cm}^2 = 70 \text{ kg/cm}^2 \text{ "Q"} \\
 f_{cd} = 0.6 f_{ck} / \gamma_c = 1.24 \text{ kN/cm}^2 = 124 \text{ kg/cm}^2 \text{ "R"} \\
 f_{yd} = f_{yk} \cdot 0.5 \cdot 0.44 = 22 \text{ kN/cm}^2 = 2200 \text{ kg/cm}^2 \text{ "Q"} \\
 f_{yd} = (0.7 f_{yk} = 28 \text{ kN/cm}^2 \text{ per carichi rari) "R"} \\
 \alpha = \frac{E_s}{E_{C\infty}} = 15; \quad A_{Smin} \geq 0.15 \frac{N_{Sd \text{ RARI-ESER.}}}{f_{yd}}
 \end{array} \right.$$

$$\text{INCOGNITE} \left\{ \begin{array}{l}
 A_{Smin} = 0.15 \frac{1615}{22.0} = 11.0 \text{ cm}^2 \quad \rho \div 1.0\% \\
 A_C = \frac{N_{sd} / f_{cd}}{[1 + (\alpha - 1) \rho]} = 1595 \text{ cm}^2 < 40 \times 40 \text{ cm}^2 \\
 A_S = \rho A_C = 0.008 \cdot 1600 = 12.8 \text{ cm}^2 \leq 4\phi 22 \geq A_{Smin}
 \end{array} \right.$$

CALCOLO A ROTTURA - STATO LIMITE ULTIMO S.L.U.

$$\text{DATI} \left\{ \begin{array}{l} N_{sd} = \gamma_p G + \gamma_d Q = 1775 \text{ KN} \\ f_{cd\infty} = \frac{f_{ck\infty}}{\gamma_c} = \frac{0.83 \cdot 2.5 \cdot 0.85}{1.6} = 1.1 \text{ KN / cm}^2 \\ = \frac{f_{cd\infty}}{1.25^*} = 0.88 \text{ kN / cm}^2 \text{ ulteriore riduzione da norme italiane} \\ d_U = \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = 36.8 \text{ cm}; \quad \rho_{min} \div 1.0\% \end{array} \right.$$

$$\text{INCOGNITE} \left\{ \begin{array}{l} A_c = \frac{N_{sd} / f_{cd}}{[1 + (\alpha_U - 1) \rho]} = \frac{1775 / 0.88}{(1 + 43.5 \cdot 0.008)} = 1496 \text{ cm}^2 < 40 \cdot 40 \text{ cm}^2 \\ A_s = 0.008 \cdot 1496 = 14.96 \text{ cm}^2 < 4\phi 22 = 15.2 \text{ cm}^2; \quad \rho = 0,9\% \end{array} \right.$$

E opportuno armare la sezione **40x40** con **8  $\phi$  16** per ripartire meglio la distanza fra i ferri longitudinali, in modo da prevenire la fessurazione. e resistere meglio alle sollecitazioni deviate.

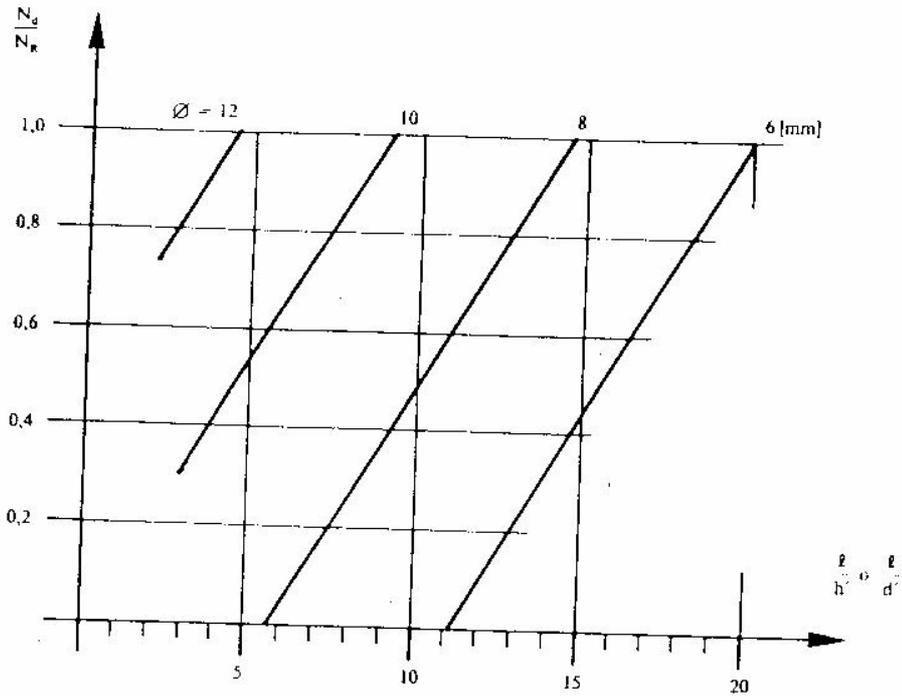
Ciò consente inoltre una staffatura diagonale nei tratti:

$$\Delta \ell = 0'12 \ell + 30 \text{ cm}$$

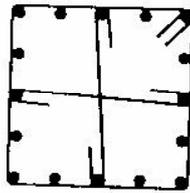
di base e sommità dei pilastri come mostrato in figura tratta da Favre, Jaccoud, Koprna, Radojicic "Progettare in calcestruzzo armato " Ed. Hoepli ,specie in zona sismica .in cui le staffe devono essere ripiegate ad uncino a 135° all'interno del conglomerato, per il massimo cerchiaggio dei ferri , da favorire anche con altri sistemi.

Gli aspetti funzionali suggeriscono ingombri dei pilastri **30 x 50** , con 8 ferri longitudinali e staffe che abbracciano anche i ferri interni , anche tramite traversini, e con passo delle staffe:

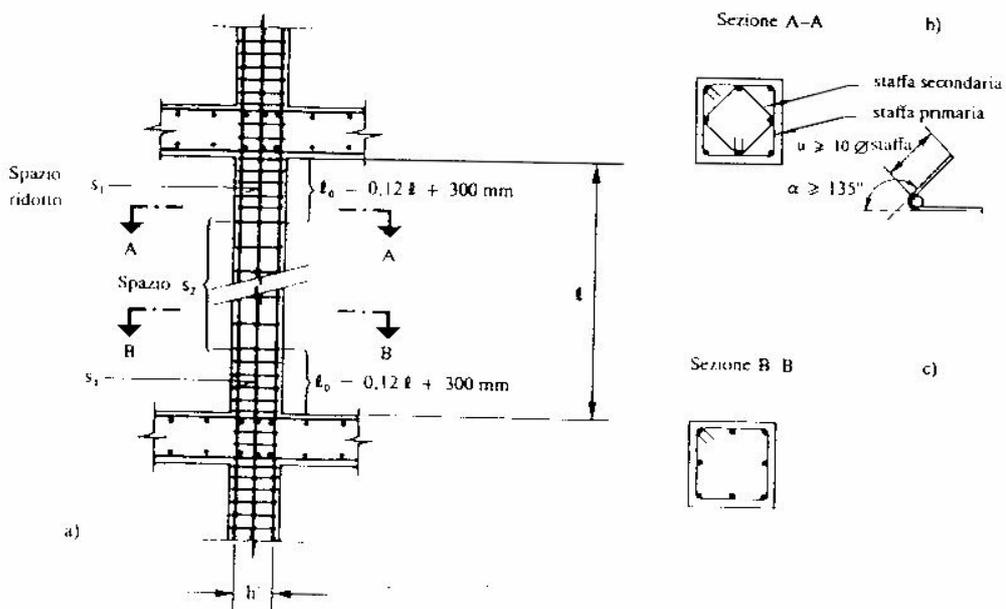
$$\text{STAFFE } \phi 8 / 20 \text{ cm} \left\{ \begin{array}{l} i \text{ staffe} \leq 15\phi \leq 25 \text{ cm} \\ \phi_{\text{staffe}} \geq \phi 6 \leq \frac{\phi_{LONG}}{4} \\ \phi_{LONG \text{ min}} \geq \phi 12 \end{array} \right.$$



Diametro delle staffe in funzione dell'azione assiale adimensionalizzata  $N_d/N_R$  e della snellezza  $l/h'$  o  $l/d'$



Disposizione dell'armatura trasversale nelle zone lontane dagli estremi.



Disposizioni costruttive.

La figura indica il diametro delle staffe in funzione della snellezza dei pilastri e del rapporto  $N_{sd}/N_{rd}$ , ovvero del fattore parziale di sicurezza affetto anche dall'eccentricità iniziali costruttive  $M$

La vigente normativa sismica è molto più restrittiva per il passo delle staffe prescritto a:

$$A_s \leq 12,5cm \leq 6\Phi_{long} \leq d / 4_{lo}$$

Il dimensionamento allo stato limite ultimo può portare a dimensioni sezioni minori del metodo delle tensioni ammissibili specie per compressione centrata, con risparmi peraltro non giustificate dall'importanza statica nevralgica dei pilastri, essendo oltretutto il metodo rigoroso non essendo presente in tal caso, come già detto, la parzializzazione della sezione del pilastro.

Si noti la "concentrazione" dei carichi e delle sollecitazioni sui pilastri rispetto a quelle ripartite sulle murature, (v. III.3.2), aspetto prezioso in caso di evento sismico, in quanto anche le forze d'inerzia si ripartiscono sui muri e sulle bibliche testate d'angolo, anziché infierire su pilastri e nodi "puntuali", specie con travi a spessore.

In presenza invece di pressoflessione, specie ciclica sismica, la parzializzazione appena si supera il momento di fessurazione, comporta maggiori amplificazioni spettrali per riduzione del periodo proprio, come delineato in III. 1.7.

Importante è poi realizzare pilastri più resistenti delle travi, ovvero nel nodo i momenti agenti provenienti dai pilastri devono superare quelli resistenti provenienti dalle travi:

$$(M_{sup} + M_{inf})_{sd} \geq 1,2(M_{sin.} + M_{destr})_{rd}$$

Analogamente, sempre per il rispetto della gerarchia di collasso, non si deve instaurare all'estremità 1e2 di ciascun pilastro la rottura fragile per taglio prima di quella duttile flessionale, ovvero:

$$V_{rd} \geq 1,2(M_{r1} + M_{r2}) / h$$

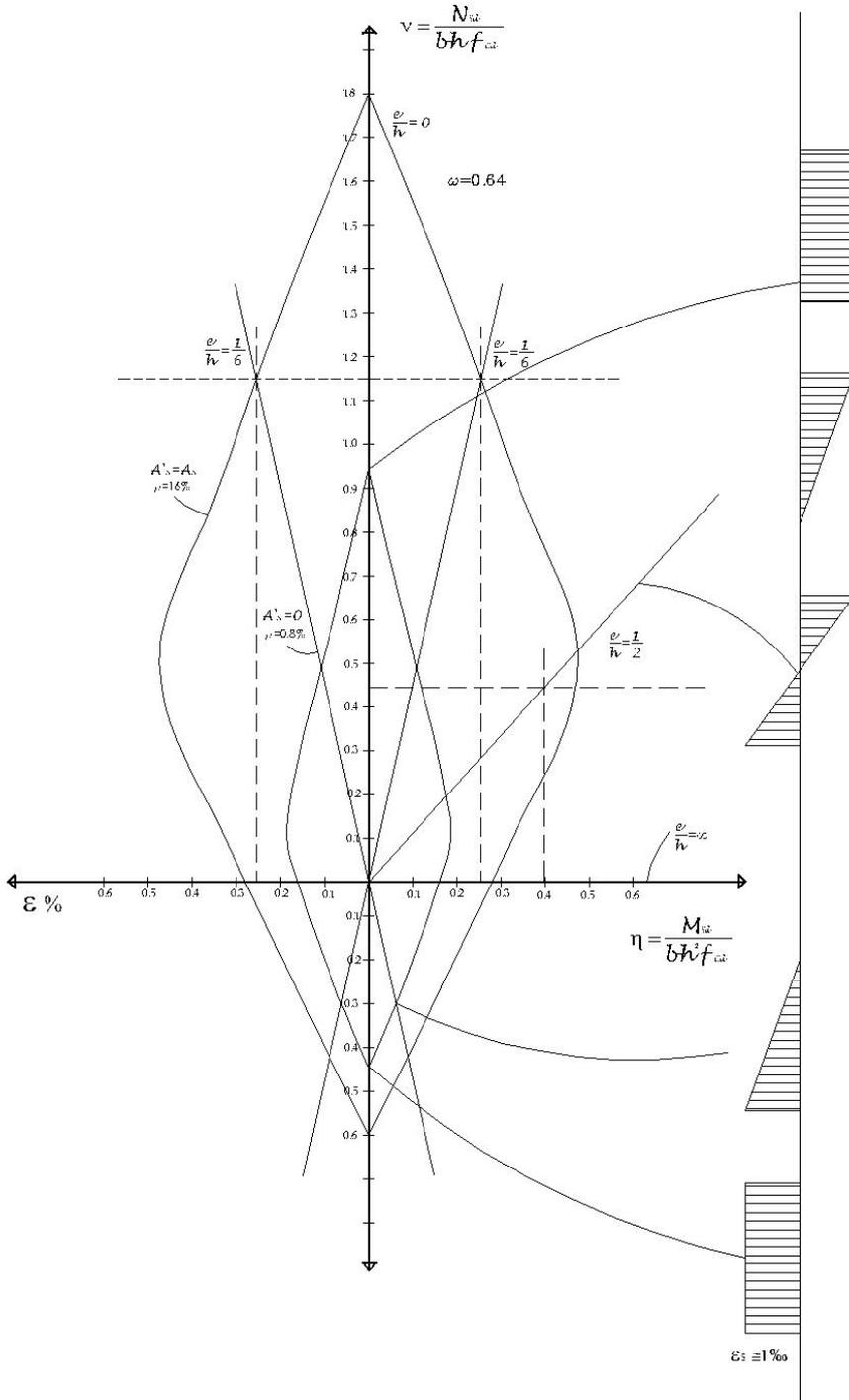
ed ugualmente per le travi, che devono inoltre essere più deboli dei pilastri.

Si richiama il concetto del fattore di struttura  $q=4,5$ , descritto in I.4, caratterizzante la duttilità globale di una struttura in c.a. ovvero la gerarchia delle resistenze (capacity design), per cui tanto migliore è la diffusione fra le varie membrature della capacità di dissipare l'energia sismica, tanto più  $q$  è elevato e si approssima alla duttilità  $\mu$  del singolo elemento strutturale, Viceversa la presenza di un collasso locale (piano soffice) rende  $q \ll \mu$ , per esprimere quantitativamente il fenomeno, sino al valore  $q=1$  per strutture rigide, che cioè non presentano riduzioni dell'accelerazione al suolo.



### III.3.5 DIMENSIONAMENTO A PRESSOFLESSIONE

#### DOMINIO STATO LIMITE DI ESERCIZIO (S.L.E.)



$$F_{cd} = 0,4 f_{ck} / \gamma_c = 0,4 \cdot 0,83 \cdot 2,5 / 1,0 = 0,83 \text{ kN/cm}^2$$

$$F_{sd} = 0,5 f_{yk} / \gamma_s = 0,5 \cdot 44 / 1,0 = 22 \text{ kN/cm}^2$$

COMPRESSIONE SEMPLICE

$$N_{sd} = 0,8 b h f_{cd} + 2 A_s E_s / E_c = F_c + F_s' + F_s$$

$$M_{sd} = N_{sd} (e_{costr} + \delta) = N_{sd} l / 500$$

PRESSOFLESSIONE AL LIMITE DEL NOCCIOLLO

$$N_{sd} = \frac{1}{2} b h \cdot f_{cd} + A_s \left( \frac{d-d'}{d} \right) \frac{E_s}{E_c} f_{cd}$$

$$M_{sd} = F_c \left( \frac{h}{2} - \frac{d}{3} \right) + F_s' \left( \frac{h}{2} - d' \right)$$

PRESSOFLESSIONE CON GRANDE ECCENTRICITA'

$$N_{sd} = \frac{1}{2} b x \cdot f_{cd} + A_s \left( \frac{x-d'}{x} \right) \frac{E_s}{E_c} f_{cd} - A_s f_{sd}$$

$$M_{sd} = F_c \left( \frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + F_s' \left( \frac{h}{2} - d' \right) + F_s \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

FLESSIONE SEMPLICE

$$N_{sd} = 0$$

$$M_{sd} = f_{sd} A_s z = \frac{1}{2} b x f_{cd} z$$

TRAZIOFLESSIONE LIMITE NOCCIOLLO

$$N_{sd} = \frac{1}{2} b x \cdot f_{cd} + A_s \left( \frac{x-d'}{x} \right) \frac{E_s}{E_c} f_{cd} - A_s f_{sd}$$

$$M_{sd} = F_c \left( \frac{h}{2} - \frac{x}{3} \right) + F_s' \left( \frac{h}{2} - d' \right) + F_s \left( d - \frac{h}{2} \right)$$

TRAZIONE SEMPLICE

$$N_{sd} = 2 A_s f_{sd}$$

$$M_{sd} = 0$$

Il dominio dello stato limite di esercizio è tracciato in base alle principali coppie M-N significative, imponendo  $\Sigma F = 0; \Sigma M = 0$ , ed usando la stessa scala adimensionale sia per le ascisse che per le ordinate, usualmente invece diversificate nei manuali, con lo scopo di evidenziare le rette d'inclinazione  $e = M / N = \mu / \nu$ .

In particolare  $e = \pm b / 6$ , coincidente con il limite del nocciolo d'inerzia della sezione rettangolare priva di trazioni, il dominio sotteso a "clessidra" entro tali rette evidenzia il campo di resistenza delle murature, ovvero lo stato di pressoflessione che necessita della sola armatura minima costruttiva nel caso del c.a. . Il confronto poi fra SLE e l' analogo dominio SLU calcolato per le coppie M-N ultime, consente di valutare la distanza di sicurezza già delineata in fig. 12, in particolare se si svolge il calcolo manualmente è sufficiente tracciare il dominio per tentativi in prossimità delle sollecitazioni di esercizio.

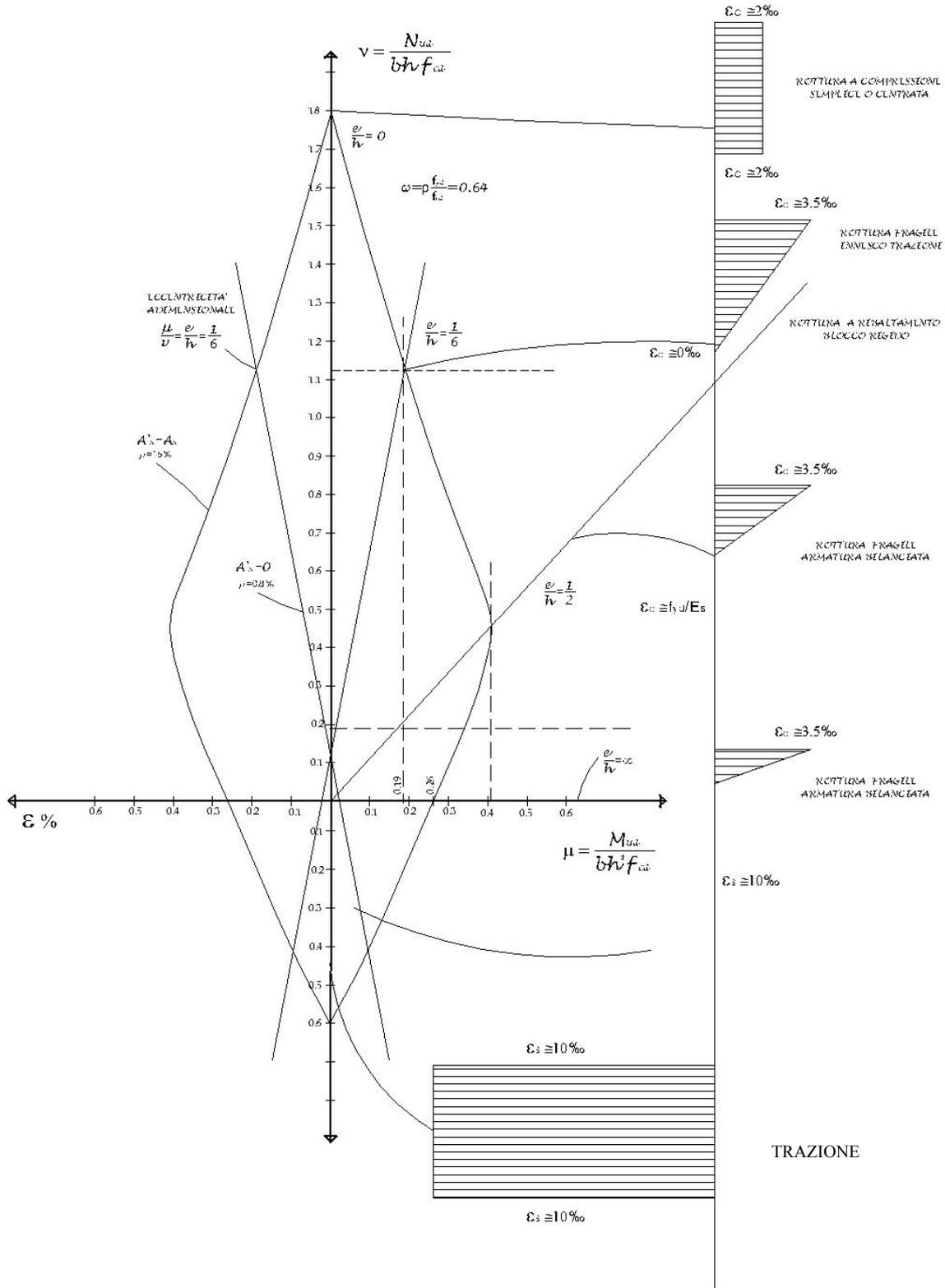
La fig. 12, diseguito richiamata, evidenzia a pieno gli effetti del percorso delle sollecitazioni al variare delle azioni accidentali in particolare sismiche, e la conseguente riduzione della distanza di sicurezza, man mano che il percorso si accosta verso il dominio di rottura.

In figura sono richiamati anche il ruolo dei criteri semiprobabilistici per evidenziare gli effetti dell' aleatorietà delle sollecitazioni e delle resistenze, che determinano il tracciamento dei domini stessi, e quindi la valutazione della sicurezza in termini di fattori parziali.

Al crescere della dispersione ad esempio delle resistenze, come si verifica con i terreni, variano sensibilmente le funzioni di probabilità, come si descriverà

analizzando la presso flessione delle fondazioni, specie dei muri, sui terreni.

**DOMINIO STATO LIMITE DI ESERCIZIO (S.L.U.)**



$b \times h = 30 \times 50 \text{ cm}$  ;  $A'_s = A_s = 4\phi 20 = 12,5 \text{ cm}^2$   
 $\rho = 2A_s/bh = 1,6 \%$  ;  $\omega = \rho f_{yd}/f_{cd} = 0,64$  ;  $d_i/h = (h-d)/h = 0,1$  ;  $d_i = 3 \div 5 \text{ cm} + \phi_{staffa} + \phi_{long}/2$

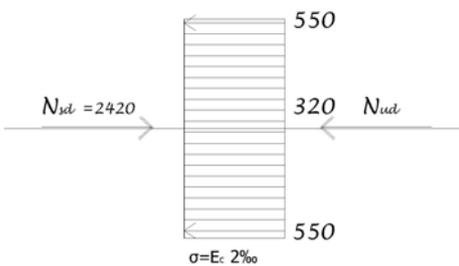
CALCOLO DEI PRINCIPALI PUNTI DEL DOMINIO DI ROTTURA

$$\left. \begin{aligned} b \cdot h &= 30 \cdot 50 \text{ cm}; \quad \rho = 2A_s = 0.8 + 0.8 = 1.6\%; \quad A_s = 4\phi 20 = 12.5 \text{ cm}^2 \\ R_{ck} &= 2.5 \text{ kN/cm}^2; \quad f_{cd\infty} = 0.85 \cdot 0.83 \cdot 2.5 / 1.6 = 11 \text{ kN/cm}^2; \quad f_{yd} = \frac{44}{1.0} = 44 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \omega = 0.64$$

**N**

ROTTURA A COMPRESSIONE SEMPLICE

$$f_{cd} = f_{cd\infty} / 1.25 = 0.88 \text{ kN/cm}^2$$



$$N_{ud} = F_C + F_S + F'_S = f_{cd}(bh - 2A_s) + 2A_s f_{yd} = 2420 \text{ kN}$$

$$\nu = 2420 / 30 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0.88 = 1.83$$

$$M_{ud} = \mu = 0$$

**F**

ROTTURA FRAGILE

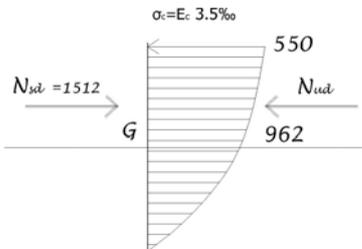
$$F_S = 0; \quad f_{cd} = f_{cd\infty} / 1.25 = 0.88 \text{ kN/cm}^2$$

$$N_{ud} = F_C + F'_S = X_1 b d f_{cd} + A_s f_{yd} = 1512 \text{ kN}$$

$$\nu = 1512 / 30 \cdot 50 \cdot 0.88 = 1.14$$

$$M_{ud} = N_{ud} \cdot \frac{h}{6} = 12600 \text{ KN cm}$$

$$\mu = 12600 / 30 \cdot 50^2 \cdot 0.88 = 0.19$$



**B**

ROTTURA BILANCIATA

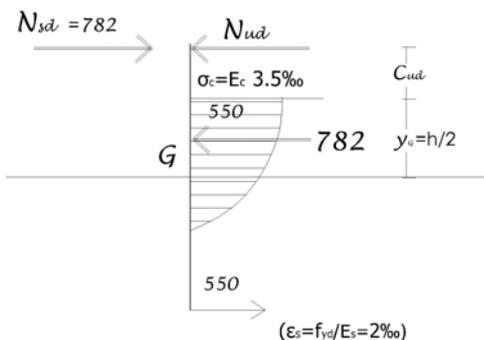
$$F_S = F'_S; \quad \xi \cong 3.5 / (2.0 + 3.5) = 0.65; \quad x = 0.65 \quad d = 29.2 \text{ cm}$$

$$N_{ud} = F_C + F'_S - F_S = F_C = X_1 b d f_{cd\infty} = 782 \text{ kN}$$

$$\nu = 782 / 30 \cdot 50 \cdot 1.1 = 0.47$$

$$M_{ud} = N_{ud} (y_C + C_{ud}) = 33860 \text{ KN cm}$$

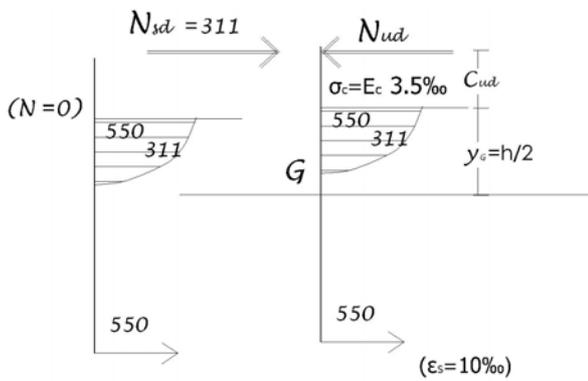
$$\mu = 33860 / 30 \cdot 50^2 \cdot 1.1 = 0.41$$



**D**

ROTTURA DUTTILE

$$F_S = F'_S; \quad \xi \cong 3.5 / (10.0 + 3.5) = 0.259; \quad \nu = 0.259 \quad d = 11.6 \text{ cm}$$



$$N_{ud} = F_C + F'_S - F_S = F_C = X_1 b d f_{cd\infty} = 311 \text{ kN}$$

$$\nu = 311 / 30 \cdot 50 \cdot 1.1 = 0.19$$

$$M_{ud} = N_{ud} (y_C + C_{ud}) = 28560 \text{ KN m}$$

$$\mu = 28560 / 30 \cdot 50^2 \cdot 1.1 = 0.34 \quad (\mu = 0.26 \leftarrow \nu = 0)$$

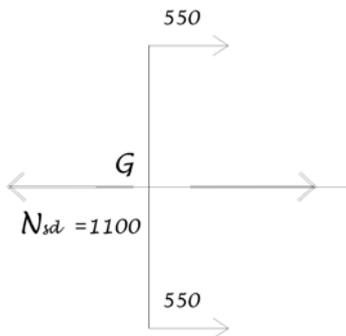
**Z**

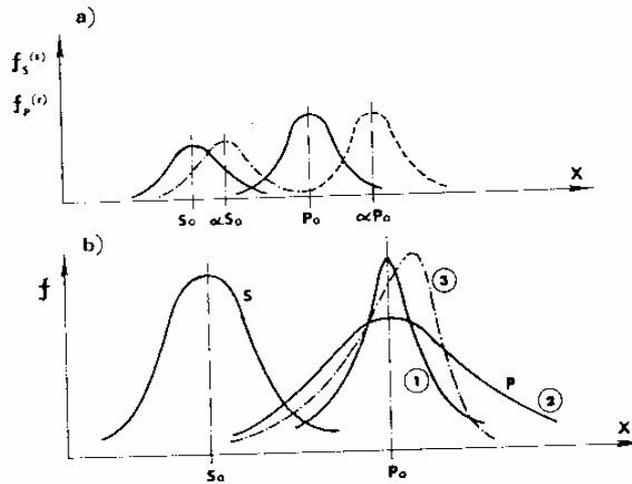
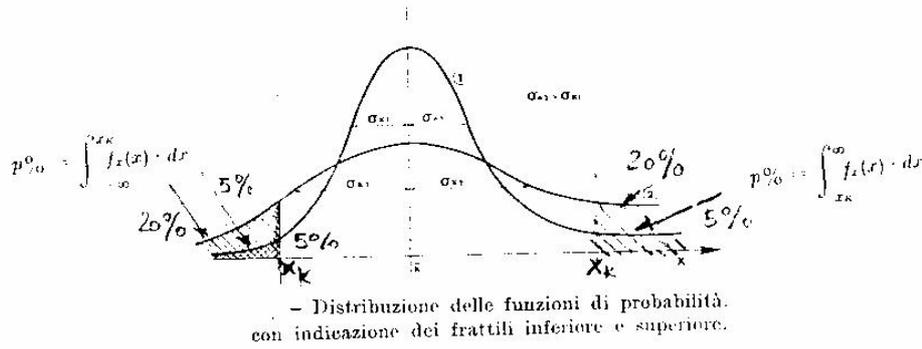
ROTTURA PER TRAZIONE

$$N_{ud} = 2 A'_S f_{yd} = 1100 \text{ kN}$$

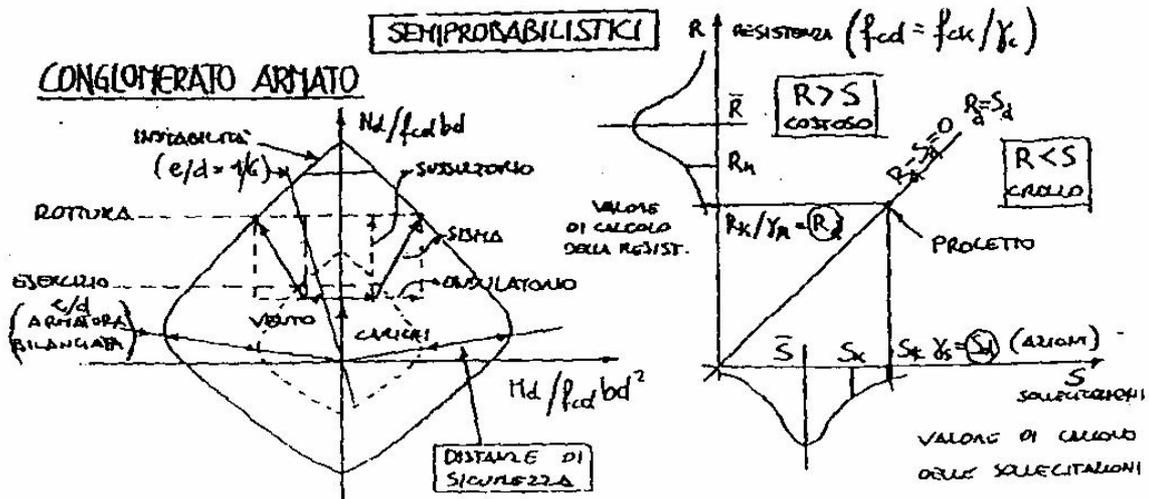
$$\nu = 1100 / 30 \cdot 50 \cdot 1.1 = 0.067$$

$$M_{ud} = \mu = 0$$





a, variazione della distanza delle curve per la stessa variazione proporzionale dei valori medi senza variazione apparente della sicurezza; b, variazione delle curve di frequenza delle proprietà dei terreni con variazione della sicurezza.



Percorsi delle sollecitazioni di calcolo e distanza di sicurezza esterna semiprobabilistica.

Si richiama dalle prima parte la fig.12, riguardante i criteri di sicurezza, gli effetti del percorso delle sollecitazioni (S) che impegnano, secondo i canoni del metodo semiprobabilistico, la resistenza (R) della struttura fino a rottura.



## **III.4 PLINTI DI FONDAZIONE**

### **III.4.1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA**

L'Eurocodice 7 suddivide i problemi Geotecnica in "semplici" affrontandoli con calcoli basati per similitudine alle conoscenze locali dei terreni e per strutture di limitato impegno e rischio, "intermedi" valutabili in base a prove di laboratorio ed in sito e su prototipi di strutture, e "complessi" in cui si deve far ricorso anche al metodo sperimentale osservazionale, secondo le tabelle 1 a,b, sui parametri geotecnici, a commento di figura 4. Nella figura 4 a,b, della I Parte, si è delineata la modellazione del terreno sotto carico come mezzo bi-trifase poroso in condizione "drenate" e "non drenate" alla luce del principio delle tensioni efficaci.

Tali modelli condizionano tutte le verifiche geotecniche che pertanto in generale risultano il doppio di quelle dei mezzi monofase.

Il meccanismo di rottura del terreno per portanza delle fondazioni in presenza di acqua e con terreni coerenti molto poco permeabili è passibile anzitutto di rottura in condizioni non drenate, che in generale condizionano il fattore di sicurezza più delle drenate (l'inverso si verifica per le verifiche di stabilità delle scarpate di scavo e per le relative opere di sostegno vedi III.5).

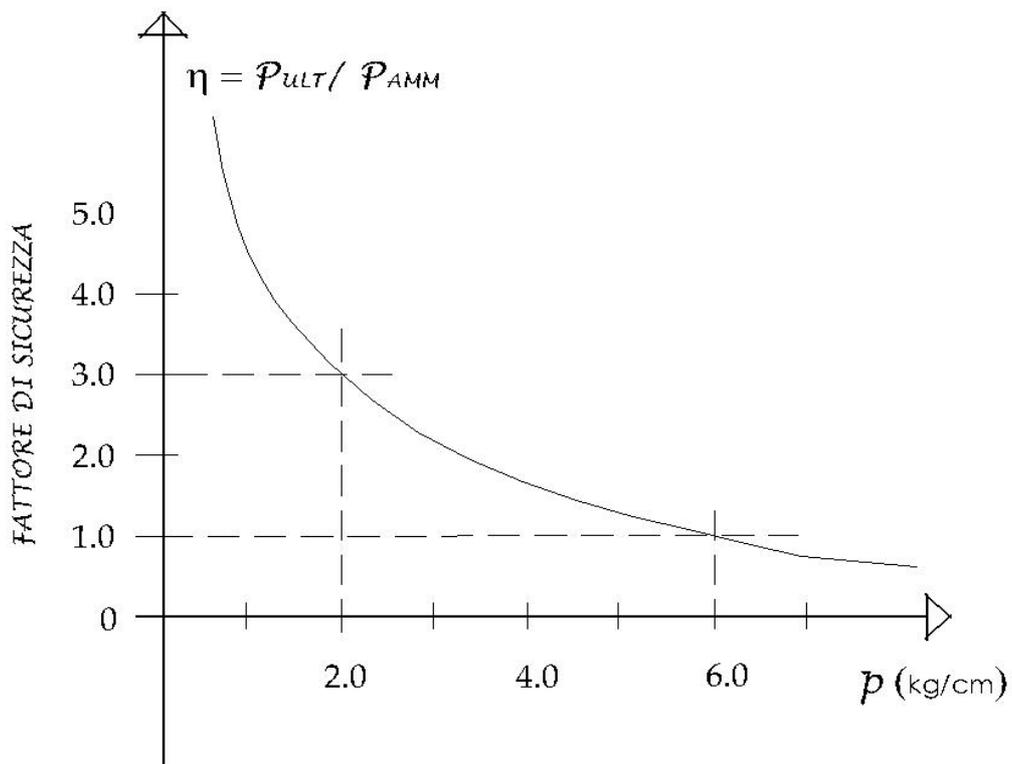
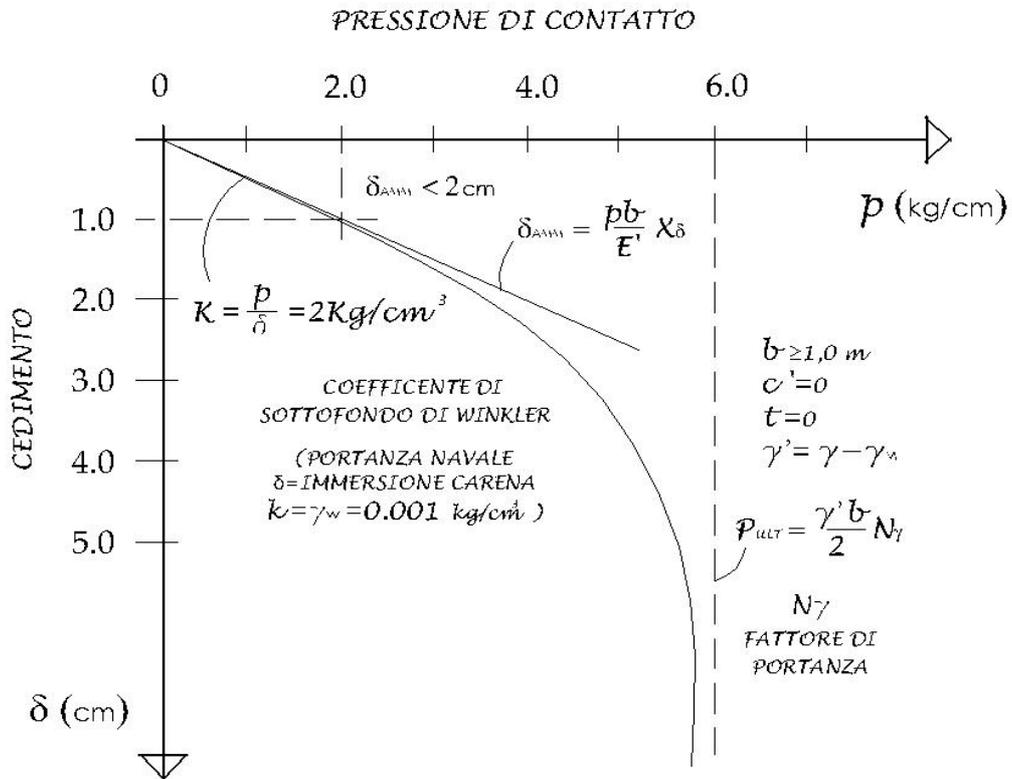
La pressione di contatto  $\sigma_t$  fondazione-terreno è infatti inizialmente sopportata principalmente dalla sovrappressione interstiziale, per cui man mano che si evolve il drenaggio il terreno cede e si consolida (figura 4a) secondo il classico modello edometrico ( $u_{dos}=acqua$ ) di Terzaghi.

In generale le verifiche di portanza sono svolte sia in condizioni "non drenate" od "a breve termine" ovvero all'atto della costruzione, sia "drenate" o "a lungo termine" a cedimenti esauriti, in particolare se il terreno non è saturo la presenza dell'aria accresce i cedimenti.

Per cominciare con i casi "semplici", la figura G1 (numerazione delle figure G per la Geotecnica) mostra il tipico risultato di una prova di carico su piastra simile localmente al comportamento di un plinto, e non peraltro dell'intera fondazione che coinvolge invece un volume significativo di terreno molto maggiore, da indagare diagnosticamente sino alla profondità di almeno il doppio della minore dimensione della fondazione stessa.

La curva di figura G1 evidenzia come sia il tratto di comportamento lineare, sia quello asintotico ultimo possano rappresentare rispettivamente la cedevolezza per deformabilità

,tramite il modulo di Young "non drenato"  $E_u$  e "drenato"  $E^1$ , sia la portanza ,condizionata dalla resistenza "non drenata"  $c_u$ ,  $\phi_u = 0$  e "drenata"  $c^1, \phi^1$ .



**Fig. G1** Pressione di contatto - cedimento di prova di carico su piastra, e riduzione del fattore di sicurezza all'incrementarsi dei cedimenti

Si evidenzia pertanto subito che la scelta di una fondazione a plinti è fortemente condizionata dalla limitazione dei cedimenti assoluti  $w < 1 \text{ pollice} = 2,5 \text{ cm}$  e cedimenti differenziali che non devono superare  $\Delta\delta = \Delta w = \ell / 500$ , ovvero 2 cm ogni 10 m di lunghezza presa in pianta all'interno dell'intera impronta dell'edificio (vedi III.5, deformazione al 2‰).

Il dimensionamento dei plinti può pertanto basarsi solo sulla pressione di contatto, soltanto se i cedimenti differenziali sono contenuti nei limiti predetti come mostrato in figura G2 per i plinti e G7 per fondazione a trave nastriforme.

In analogia con il metodo delle tensioni ammissibili, anche la pressione di contatto ammissibile è valutata con un fattore di sicurezza deterministico  $\eta$  rispetto alla pressione di contatto ultima o di portanza per rifluimento in condizioni più svantaggiose "non drenate", per cui detto  $N_c$  il fattore di portanza ultimo coesivo:

$$\sigma_{tamm} = \sigma_{tult} / \eta = N_c C_u / \eta ; N_c = 5,7; \eta > 3$$

$\sigma_{tamm} \approx 2C_u = \sigma_{ultUU}$  di rottura della prova triassiale "non drenata". e per  $\eta$  in accordo con la precedente normativa geotecnica italiana dell'88.

Per le condizioni a lungo termine "drenate", essendo con terreni incoerenti i fattori di portanza  $N_q = 10 \div 35$  per  $\varphi = 25^\circ \div 35^\circ$  ed analogamente  $N_\gamma = 7 \div 40$ , risulta:

$$\sigma_{tamm} = \sigma_{tult} / \eta = (\gamma_{z>t} \cdot t \cdot N_q + \gamma_{z<t} \frac{b}{2} N_\gamma) / \eta$$

Con la nuova normativa geotecnica europea E.C. 7, in sintonia con il calcolo agli stati limite, si maggiora invece la risultante dei carichi sul piano di posa della fondazione secondo i fattori parziali di sicurezza (ad esempio  $\gamma_g = 1,4$  invece di  $\eta$ ) in particolare penalizzando le resistenza "non drenate" del fattore parziale di sicurezza  $\gamma_t = 1,2 \div 1,5$  in base alla dispersione dei risultati delle prove geotecniche di laboratorio ed in sito (v. III.5.1) Quest'ultimo fattore parziale di sicurezza, equivale anche a adottare angoli di attrito  $\varphi$  più bassi, come sopra indicato nei riguardi dei fattori di portanza N.

Ci si limita sempre alle verifiche allo stato limite ultimo della portanza del terreno essendo questo constatato sia in condizioni "non drenate" che "drenate" molto poco compressibile ( $\Delta\delta = \Delta w = \ell / 500$ ) ovvero molto resistente a fornire una valida portanza per cui si possano adottare i plinti.

Il ruolo del drenaggio influenza inoltre la distribuzione delle pressioni di contatto sotto la fondazione, come mostrato in basso nella figura G2c: in presenza di argilla la distribuzione

è a "radice di dente" in condizioni "non drenate" evolvendosi sino ad una parabolica con invece il valore massimo al centro "anziché ai bordi" in condizioni "drenate". Ciò con impegno flessionale (vedi III.4.2) del plinto più elevato pertanto all'atto della costruzione per l'armatura delle mensole e a fine costruzione per l'armatura alla base del plinto.

La figura G2a riguarda poi il caso degli ammassi rocciosi rigidi, mentre quella G2b il caso dei terreni sabbiosi che presentano un più facile rifluimento locale dai margini perimetrali del plinto, che tende ad annullare ai bordi le pressioni di contatto.

La distribuzione delle pressioni di contatto è tutt'altro che uniforme e "lineare" con il tipo di terreno e si evolve con le condizioni di drenaggio. In presenza poi di eccentricità dei carichi indotte dalle sollecitazioni della sommità dei plinti si modifica ulteriormente la distribuzione reale delle distribuzioni di contatto. Nella figura G2 sono riportate in alto le classiche distribuzioni delle pressioni di contatto per pressoflessione nell'ipotesi di conservazione delle sezioni piane, in relazione al nocciolo di inerzia e dalla presenza o meno di trazioni. I corrispondenti diagrammi uniformi uniformi riportati al di sotto rappresentano l'ipotesi "non lineare" di completa plasticizzazione (v. III 5.1) del terreno e quindi di pressioni di contatto uniforme equivalente in termini di risultante N dei carichi, fenomeno tanto più esteso quanto più risultano presenti trazioni nel tratto teorico doppio per eccentricità sotto la base del plinto.

Allargare la pianta dei plinti a ridursi della pressione di contatto ammissibile, perde rapidamente di significato progettuale se il terreno è cedevole (vedi III.5), mentre è un utile criterio per mantenere entro il nocciolo di inerzia la risultante dei carichi, vedi soprattutto, in III.6, il caso delle fondazioni dei muri di sostegno .

Analogamente dimensionare i vari plinti per zonizzarli sotto i carichi è un criterio valido se il terreno non è cedevole ovvero la prova su piastra di figura G1 è significativamente estensibile al comportamento dell'intero terreno sotto la fondazione.

Nel caso che la fondazione ricada in zona sismica, in sintonia con SLU le sollecitazioni di progetto alla sommità del plinto vanno assunte pari a quelle ultime e pertanto per

contenere le eccentricità e gli spostamenti è necessario collegare i plinti con cordoli resistenti a trazione o travi resistenti anche alle altre sollecitazioni, in particolare sussultorie. Fondamentale è poi il centraggio delle rigidezze e delle masse fondali rispetto alla struttura in elevazione, in modo che l'asse centrale della risultante dei carichi in pratica coincide con l'asse principale d'inerzia verticale dell'opera, ovvero che la risultante ricada nel baricentro dei vari plinti di fondazione, secondo i canoni classici della Statica richiamati nella 1ª Parte (vedi figura 1) e simboleggiato tramite le figure poste all'inizio di ogni Parte

La figura G3 mostra una casistica di esempi in cui si instaurano cedimenti differenziali non ammissibili per distribuzione regolare dei carichi o per eterogeneità del terreno, specie alluvionale.

Casi in cui decade la verifica della sola portanza e sono necessarie scelte fondali più delicate, prima peraltro di passare a fondazioni a plinti su pali.

Tale scelta sempre di tipo "puntuale" può far dimenticare la valutazione della rigidezza dell'intera fondazione (cordoli e travi di collegamento), e l'interazione con le strutture in elevazione, che invece sono preziose per la durata della vita dell'opera specialmente in zona sismica.

L'Eurocodice 7 riguardante la Geotecnica evidenzia le varie situazioni geologiche di progetto ed i vari stati limite di calcolo estendendo i criteri semiprobabilistici visti per il c.a.

,  
in maniera concettualmente analoga ai terreni ed agli ammassi rocciosi.

### III.4.2-DIMENSIONAMENTO A SFORZO NORMALE CENTRATO

Considerato il maggiore effetto dei carichi permanenti sulle fondazioni rispetto a quelli accidentali, ha scarso senso un'analisi ponderale; tramite fattori parziali di sicurezza differenziati; per esempio si può assumere:

$$\text{S.L.E.} \quad N_{Sd} = G_K + \sum_i (0.2 \div 0.6) \cdot Q_{iK}$$

$$\text{S.L.U.} \quad N_{Sd} = 1.4 G_K + 1.4 \cdot 0.5 Q_{iK}$$

Con riferimento a quest' ultimo stato limite risulta allora per il pilastro 2B:

$$N_{Sd} \cong 1500 \text{KN} = 150 \text{t.}$$

Le successive considerazioni sull'interazione terreno struttura evidenziano il ruolo delle deflessioni (ovvero  $\sum Q_\delta$ ) che nel caso dei plinti agiscono direttamente sulle travi in elevazione, che tendono in generale a ripristinare gli effetti iperstatici ,assenti in fondazione, e di conseguenza anche a modificare la differenza delle reazioni tra i pilastri di spina e quelli di facciata, specie per effetto dei fenomeni viscosi nel tempo.

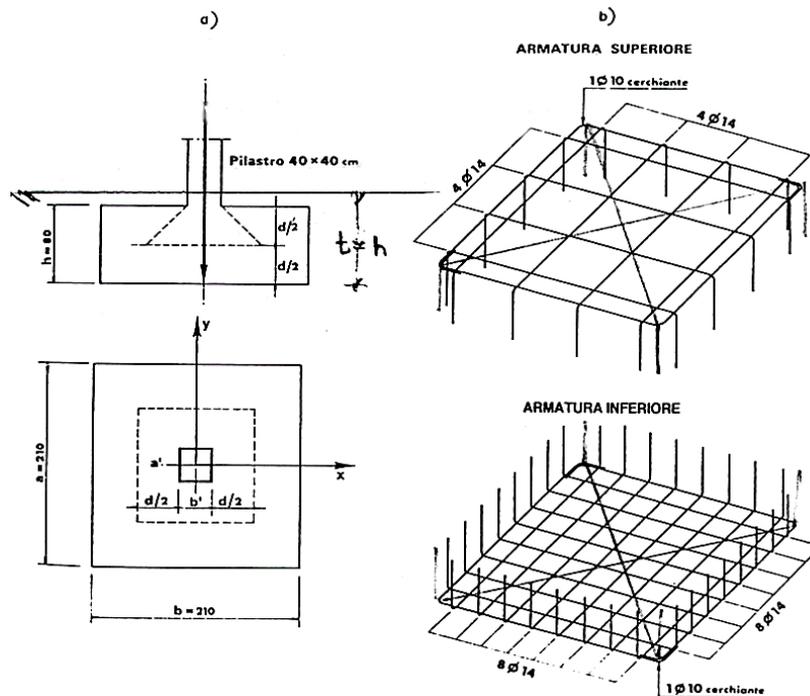


Fig. G2 Dimensionamento di un plinto soggetto a carico entrato:  
a) schema dei carichi e carpenteria; b) armatura c

Peso proprio del plinto di primo tentativo:

$$G_{pd} = 1/10 N_{sd} = 150 \text{ KN}; \quad R_{td} = 1650 \text{ KN} = 165 \text{ t};$$

si è trascurato il peso della terra sopra il plinto:

$$G_{td} = 1.4(2.1 \cdot 2.1 \cdot 0.3 \cdot 1.9) = 3.5 \text{ t} = 35 \text{ kN}.$$

$$R_{td} = N_{sd} + G_{pd} + G_{td}$$

Tensione ammissibile del terreno  $\sigma_{ta} = 2.7 \text{ kg} / \text{cm}^2 = 0.027 \text{ kN} / \text{cm}^2$

$$ab = \frac{R_{td}}{\gamma_p \cdot \sigma_{ta}} = \frac{165000}{1.4 \cdot 2.7} = 43650 \text{ cm}^2 \leq 210 \cdot 210 \text{ cm}^2$$

$\gamma_p = 1.4$  fattore parziale di sicurezza per carichi permanenti SLU, per confrontarsi con la pressione di contatto ultima.

In pratica si riducono i carichi nuovamente di 1,4 , per riportarsi al calcolo classico alle tensioni ammissibili del terreno.

Il criterio semiprobabilistico agli stati limite evidenzia peraltro l'importanza di valutare il valore limite inferiore della resistenza del terreno penalizzandola con il fattore parziale di sicurezza , in generale specie in zona sismica, si assumono i parametri di resistenza residui a vari cicli di prova ,per cui

$$c_r = 0 \quad ; \quad \varphi = \varphi_r$$

Calcolo delle altezze del plinto in base alla verifica a punzonamento, essendo  $p$  il perimetro tratteggiato in figura, valutato per tentativi:

$$N_{sd} \leq \tau_{pd} pd \cong f_{ctd} pd \quad (\text{vedi S.L.U. a taglio})$$

$$d = \frac{1500}{4 \cdot 70 \cdot 0.1} = 53 \text{ cm} \rightarrow h = 60 \text{ cm}.$$

Se si considera il comportamento a biella del calcestruzzo:

$$d = \frac{2 \cdot 210 \cdot 40}{3 \cdot 2} = 56 \text{ cm}, \text{ ovvero il plinto è tozzo:}$$

$$\frac{h}{2} < c < 2h \rightarrow 30 < \frac{210 - 40}{2} < 120 \text{ cm}.$$

L'armatura del corrente inferiore dello schema a traliccio:

$$A_s = \frac{N_{sd}(a-a')}{8d f_{yd}} = \frac{1500(210-40)}{8 \cdot 55 \cdot 44} = 13.2 \text{ cm}^2$$

si dispongono 8Φ14 per lato e 2Φ16 diagonali, sono disegnati avendo adottato plinti senza extradosso inclinato.

Si adotta un plinto basso,  $\bar{d} = 40 \text{ cm}$ , risulta:

$$M_{sd} = \frac{l}{12} \gamma_p \sigma_{ta} a^3 = 29172 \text{ kN cm}$$

$$A_s = \frac{M_{sd} l}{0.9d \cdot f_{yd}} = 18.4 \text{ cm}^2$$

La precedente armatura diventa tutta Φ 16. si è adottato lo schema di calcolo costituito da 4 mensole "sciolte"



## **III.5 TRAVE DI FONDAZIONE**

### **III 5.1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA**

Nella sezione trasversale dell'edificio la carpenteria è rappresentata con travi di fondazione a sezione T rovescia, anziché con plinti precedentemente calcolati a sezione rettangolare

L'importanza dell'impiego del c.a. si rivela a pieno nel campo delle fondazioni, in quanto favorisce al massimo sia la regolarità delle struttura, sia la gerarchia dei meccanismi di collasso, specie in zona sismica, come di seguito delineato.

Si evidenzia in particolare poi l'importanza dell'esecuzione della fognatura prima delle dette travi, per evitare interferenze con il getto dell'armatura delle travi stesse.

La suola delle travi di fondazione, a T rovescia, è disposta solo longitudinalmente, mentre trasversalmente sono predisposti i cordoli antisismici a sezione rettangolare; al ridursi della pressione di contatto ammissibile, anche questi ultimi possono trasformarsi in travi con la suola di fondazione; sempre nei limiti di non superare i cedimenti differenziali ammissibili, già delineati per i plinti e di seguito precisati.

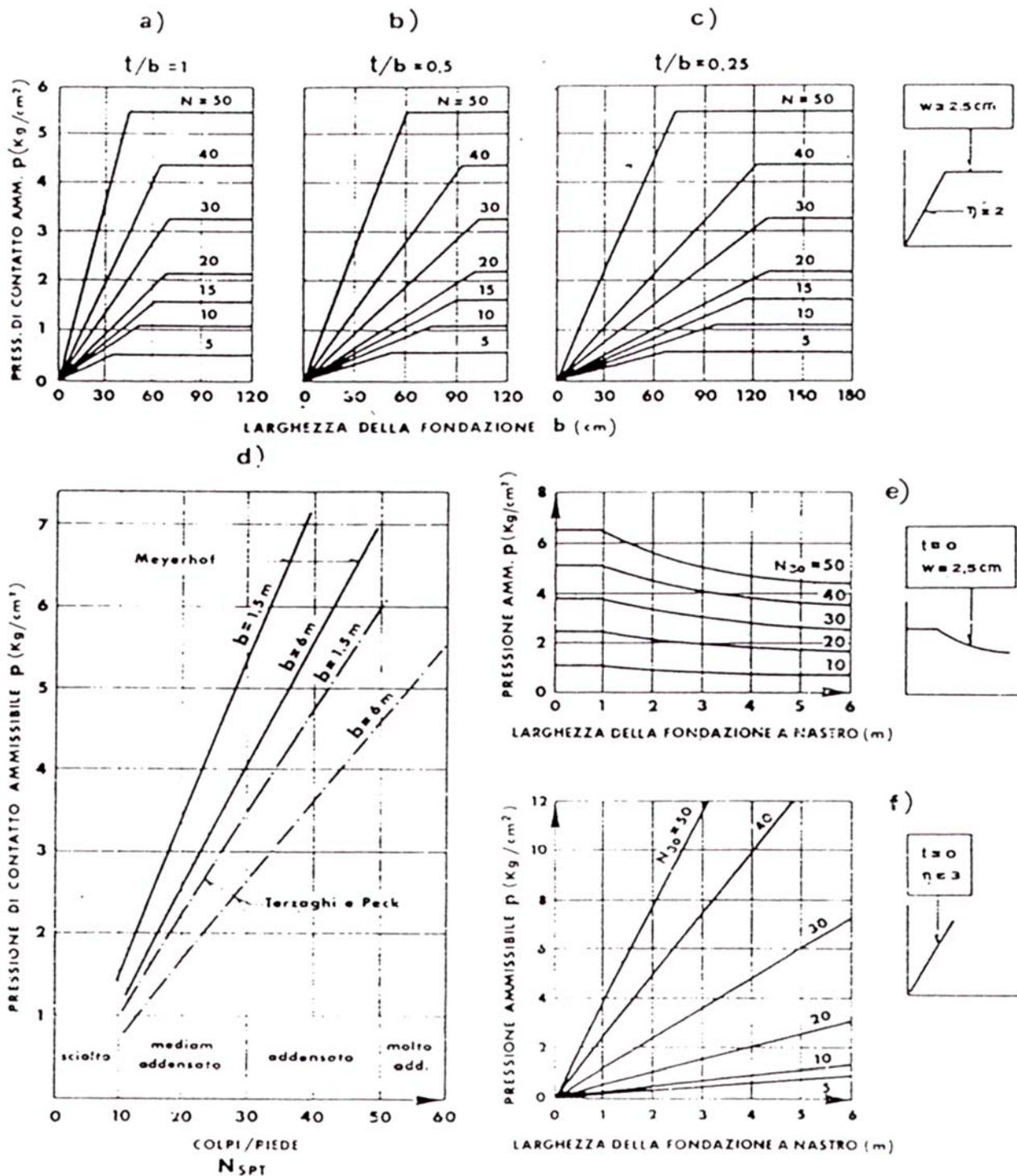
La Figura G5 mostra i valori tipo della pressione di contatto ammissibile

$p_{amm} = \sigma_{t,amm}$  per una fondazione nastriforme superficiale a cui si può assimilare una trave di fondazione con lunghezza  $l \gg b$  e profondità del piano di posa  $t \ll b$  (dal tedesco tiefe, tipico della formula della portanza ultima).

In particolare si evidenzia che per  $b > 1m$  la  $p_{amm}$  risulta condizionata più dal cedimento differenziale ammissibile  $\Delta w = \Delta \delta = 2,0cm$ , che dal fattore di sicurezza complessivo deterministico  $\eta = 3$ .

I vari diagrammi di Fig G5 variano oltre che con il crescere della risultante dei carichi in fondazione, anche al variare della resistenza del terreno espressa tramite il valore dello Standard Penetration Test-SPT corrispondente al numero di colpi  $N_{SPT}$  eseguiti in sito, con apposita massabattente su campionatore, in perforazioni di sondaggio geognostico ( $N_{SPT}$  = numero di colpi dei primi 15cm da depurare e dei successivi 15+15cm da sommare)

Maggiore approssimazione nel valutare la sicurezza si ottiene introducendo l'analisi dell'interazione terreno-struttura tenendo conto del modulo elastico E del terreno.



**FIG:G5** Diagrammi per la determinazione della pressione di contatto ammissibile  $p = \sigma_t$ , per fondazione nastriforme di larghezza  $b$ , posta alla profondità  $t$  dal piano di campagna, su terreni

incoerenti, in funzione dei risultati della prova penetrometrica S.P.T.: a, b, c, d (Peck, Hanson, Thorburn) per cedimenti ammissibili di 2.5 cm per  $b < 1.2$  m e per un coefficiente di sicurezza  $\eta = 2$  rispetto alla rottura per  $b < 1.2$  m; e per un cedimento ammissibile di 2.5 cm e  $t = 0$  (Terzagli e Peck); f) coefficiente di sicurezza  $\eta = 3$  rispetto alla rottura e per  $t = 0$  (Schultze).

In presenza di falda acquifera si esaminano le condizioni sia non drenate  $E_u$  a breve termine, sia drenate  $E'$  a lungo termine, imponendo la congruenza fra la linea elastica della trave di fondazione ed i cedimenti del semispazio elastico secondo Boussinesq.

Tutta l'arte dell'analisi dell'interazione terreno - struttura si esplica allorquando la rigidità della fondazione deve schermare l'elevazione per evitare cedimenti differenziali  $> 2,0$  cm ovvero deflessioni  $> l/500$  come già trattato nel predimensionamento, e a seconda del tipo di opera o di stato limite (vedi le figure tratte dal testo C. Cestelli Guidi "Geotecnica e Tecnica delle Fondazioni", ed. Hoepli).

Se la fondazione è infinitamente flexibile, come il fondo di un serbatoio metallico, allora la pressione di contatto è uniforme e si possono ammettere cedimenti differenziali maggiori di 2 cm, non essendo ancora in pratica implicata ancora appieno l'analisi dell'interazione, essendo il predetto valore imputabile eminentemente alle traslazioni e rotazioni rigide più che alle deflessioni, come evidenziato in figura G6.

Se la fondazione è invece molto rigida rispetto al terreno ciò si verifica quando la lunghezza d'onda flessionale della trave  $l_0$  è minore della luce complessiva  $l$ , e gli appoggi dell'elevato rimangono a livello.

Tale situazione conduce alla definizione della rigidità relativa fondazione-terreno pari a:

$$K_r = \frac{E_f h^3}{E_t l^3} > \frac{1}{2} = 0,5,$$

essendo  $h$  l'altezza della fondazione di modulo  $E_f = E_c$  se in conglomerato od  $E_m$  se in muratura, ed  $l$  la lunghezza della fondazione ovvero del volume significativo del terreno di modulo  $E_t$  coinvolto dalle tensioni indotte dalla fondazione stessa, sino a profondità da indagare  $z > 3b$ .

Gli ordini di grandezza sperimentali dei cedimenti differenziali sono delineati in figura G.7, la quale evidenzia come con i terreni sabbiosi i cedimenti siano soprattutto immediati e pertanto risentano bruscamente dei carichi accidentali, specie sismici (non a caso nel Vangelo è considerato stolto chi costruisce sulla sabbia, anche sotto gli aspetti ambientali specie marini.... ma non c'erano i Geotecnici).

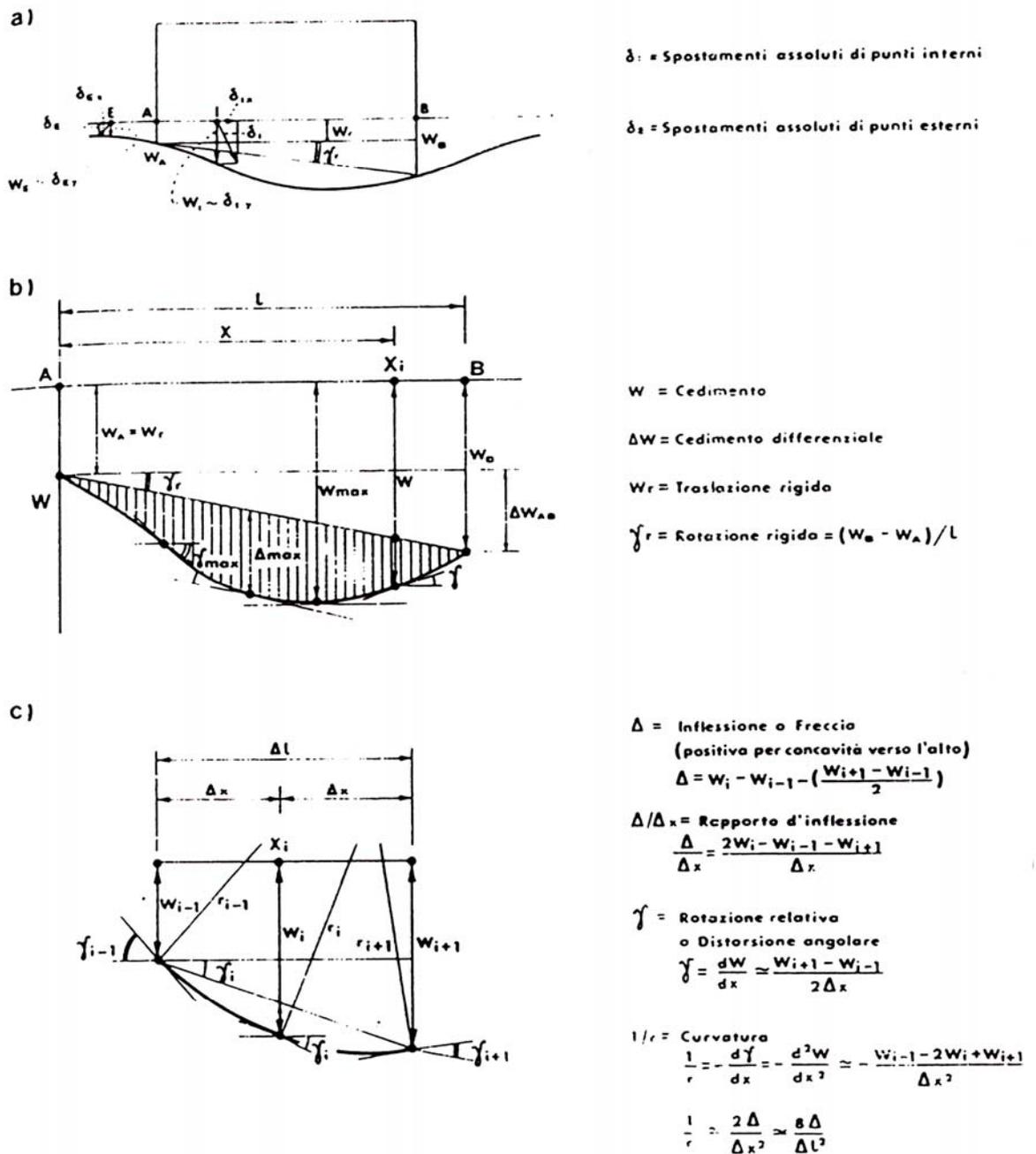
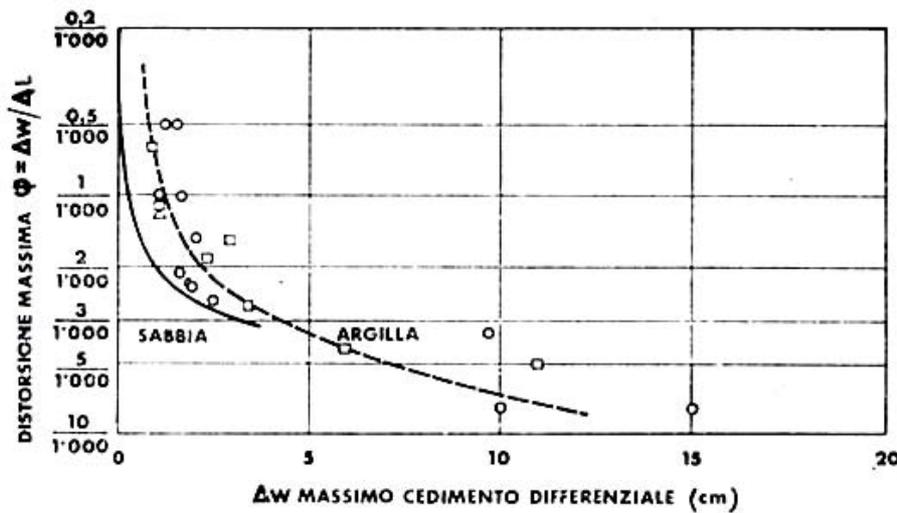
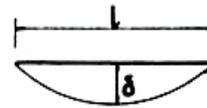
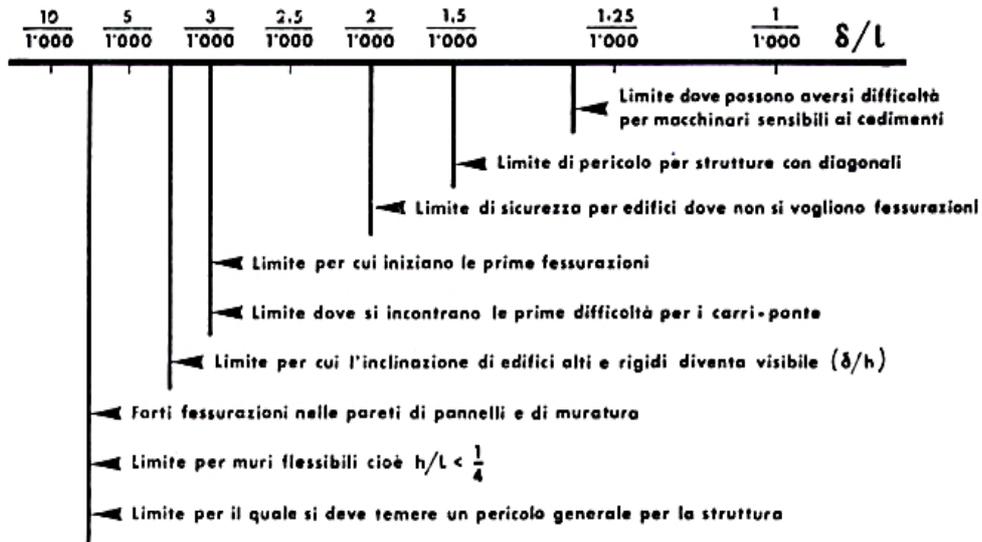
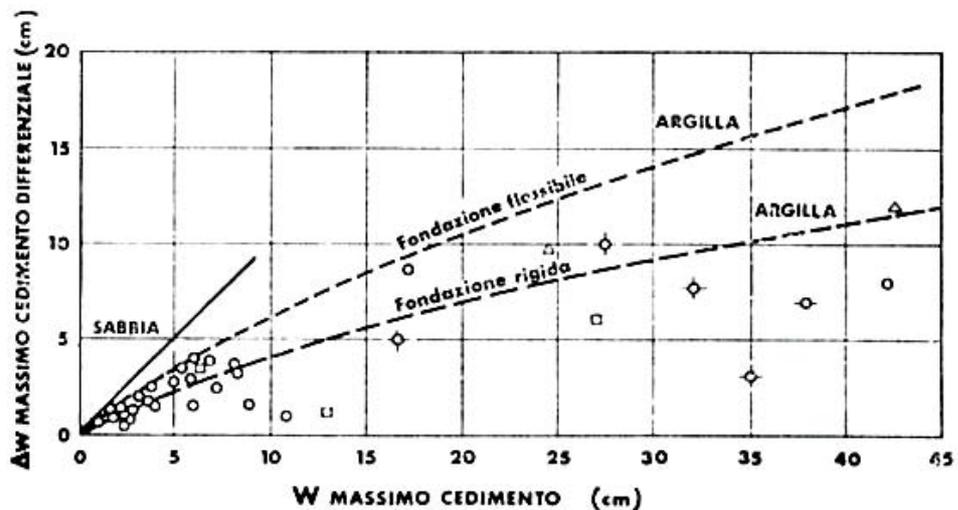


FIG.G6 Schemi di cedimento di basi fondali : Traslazioni e rotazioni rigide non sollecitanti cinematicamente la struttura di fondazione, e deflessioni distorcenti invece la fondazione



a)



b)

FIG: G7 Cedimenti differenziali sperimentali ammessi per vari tipi di terreni

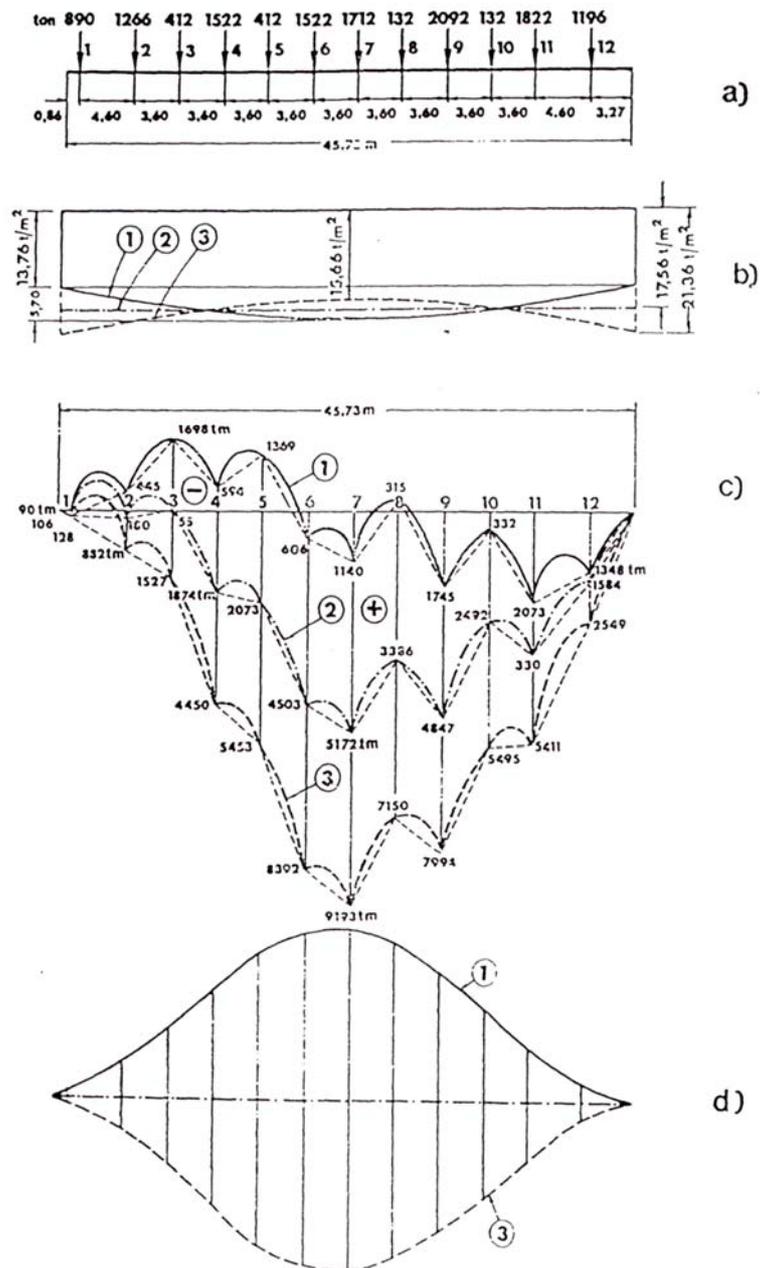
In presenza invece di terreni argillosi i cedimenti si esplicano molto più lentamente per consolidazione (v. fig 4) e consentono adattamenti viscosi per sopportare le sollecitazioni cinematiche, peraltro in generale più elevate dei terreni sabbiosi, inoltre i cedimenti risentono meno delle variazioni dei carichi accidentali (le città sono sorte lungo i fiumi, e non potendo rinunciare al progresso ... ci servono i Geotecnici).

Il dimensionamento delle fondazioni si basa sul rispetto dei vari stati limite sia della struttura sia del terreno, che fra di essi interagiscono, come di seguito delineato ed evidenziato ancor più per i muri di sostegno.

La figura G8 mostra poi l'evoluzione della curvatura di una trave di fondazione su terreni argillosi passando dalle condizioni "non drenate" (diagramma dei momenti 3), a quelle "drenate" (diagramma 2), rispetto alla situazione rigida (diagramma 1) di appoggi di livello ovvero senza deflessioni della trave di fondazione.

Le pressioni di contatto, non riportate nella figura, si evolvono in maniera perfettamente analoga a quella descritta per i plinti (fig.G4).

Con rigidezze relative pertanto intermedie a quelle estreme predette, ovvero  $0 < K_r < 0,5$ , per effetto dei cedimenti del terreno, le sollecitazioni della trave si modificano sensibilmente per spostamenti dei vincoli, come evidenziato in figura G9, anche per inversione della curvatura e delle deflessioni nel tempo.



**Fig.G8** a) Trave continua di spiccato dell' incastro della base di 12 pilastri; b) Evoluzione nel tempo del diagramma delle pressioni di contatto su terreno uniforme, c) Evoluzione del diagramma dei momenti flettenti totali; d) Momenti indotti dal cedimento differenziato: in fase iniziale e finale (DIN 40191).

Se si esamina poi la trave di fondazione a 2 campate dell' edificio mostrato in sezione in III .3.1 il momento all'appoggio centrale, tenendo conto anche della deflessione  $\Delta\delta_{amm}$  in esercizio in campo elastico, ovvero nel campo delle trazioni ammissibili evitando la fessurazione (v.III.2.5) ,secondo quanto mostrato in figura 10 per il calcolo a telaio approssimato al primo piano, risulta:

$$M_{sd} = \frac{\sigma_t b l^2}{8 \div 12} + \frac{E_c b d^3}{(4 \div 2) l^2} \Delta\delta \leq M_{rd} = \xi \omega \cdot b d^2 f_{cd}$$

Si noti che il momento riceve contributi opposti da parte di  $\sigma_t = E_t \delta / b I_\delta$  e di  $\Delta\delta$ , al crescere del grado di vincolo e del rapporto  $E_f/E_c$ , ovvero della rigidezza relativa struttura-terreno  $K_r = E_c d^3 / E_t l^3$ , essendo  $I_\delta \div 2$  il fattore d'influenza dei cedimenti in funzione della forma della fondazione ipotizzata nastriforme su terreno considerato come semispazio elastico.

Se si sostituiscono nella precedente espressione, risulta:

$$M_{sd} \approx \left( \frac{\ell}{10 \cdot I_\delta} \delta + \frac{K_r b}{3} \Delta\delta \right) E_t \ell$$

al crescere del modulo  $E_t$  si riducono parallelamente  $\delta$  nonché  $\Delta\delta$  e viceversa ,per cui il campo d'uso delle fondazioni superficiali è piuttosto esteso prima di ricorrere ai pali.

Analogamente aumentano le sollecitazioni di flessione e taglio al crescere delle deflessioni  $\Delta\delta$  rispetto a  $\delta$  ed è necessario scegliere una rigidezza della trave di fondazione maggiore di quella calcolata staticamente, ovvero a livello ( $\Delta\delta = 0$  curva 1 in fig,8) dovendo schermare i cedimenti differenziali indotti dal terreno, ovvero le azioni cinematiche. E' necessario allora

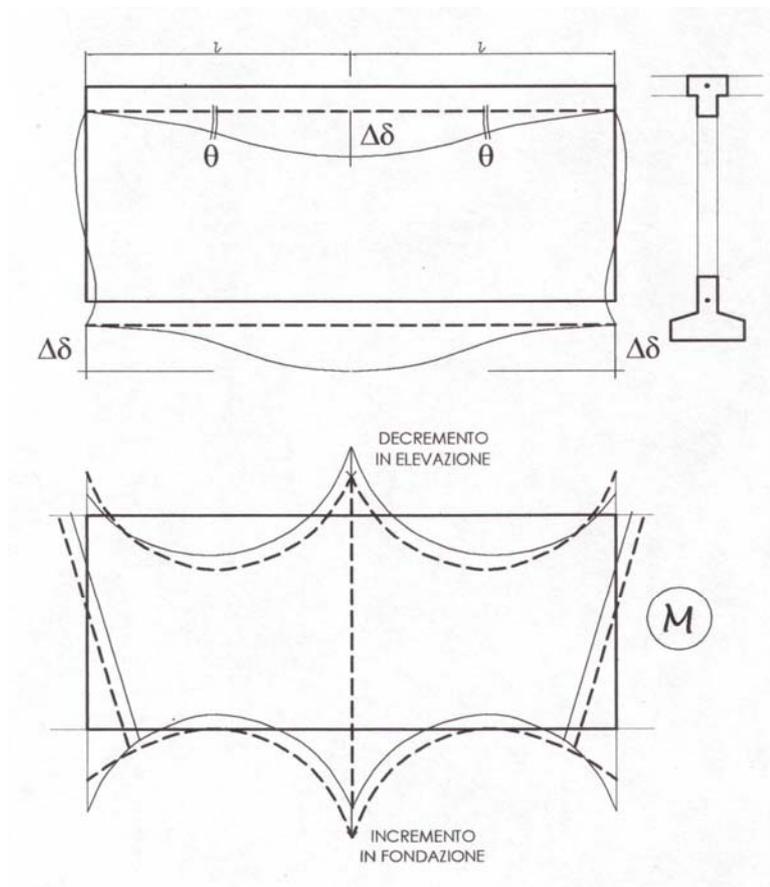
aumentare l'altezza resistente  $d$ , mentre è di scarso aiuto aumentare la larghezza della suola  $b$  fino a ricorrere ad una platea a solettone.

In presenza di pochi piani, e di pressione di contatto ammissibile molto bassa, si può arrivare all'assurdo che il solettone pesi più dell'edificio stesso incrementandone i cedimenti e le deflessioni; fenomeno analogo si può verificare con rinterri al disopra della fondazione, per risparmiare un solaio.

**FIG. G9** Analisi elastica delle reazioni iperstatiche per effetto delle deflessioni massime in esercizio, sia nella prima trave in elevazione, sia in fondazione  $(p+q) = \sigma_t b$

$$\vartheta = 0; \quad \Delta\delta_{max} = \frac{(p+q)l^4}{72EJ} - \frac{M_{es}l^2}{6EJ} \quad \text{con i cordoli}$$

$$\vartheta = \frac{(p+q)l^3}{24EJ}; \quad \Delta\delta_{max} = \frac{(p+q)l^4}{24EJ} - \frac{M_{es}l^2}{3EJ} \quad \text{senza cordoli}$$



EFFETTO DELLE DEFLESSIONI SUI MOMENTI

Indipendentemente dal riferimento locale o globale in valore assoluto (anche nei calcoli non automatici glob-loc è più immediato)

ELEVAZIONE	$M = \frac{1}{12}(p+q)l^2 - \frac{6EJ}{l^2}\Delta\delta$	con i cordoli
	$M = \frac{1}{8}(p+q)l^2 - \frac{3EJ}{l^2}\Delta\delta$	senza i cordoli
FONDAZIONE	$M = \frac{1}{12}(p+q)l^2 + \frac{6EJ}{l^2}\Delta\delta$	con i cordoli
	$M = \frac{1}{8}(p+q)l^2 + \frac{3EJ}{l^2}\Delta\delta$	senza i cordoli

Valori di  $\Delta\delta \geq 2\text{cm}$  ovvero in prima approssimazione, per  $E_t < 100\text{Mpa}$  ( $1000\text{kg/cm}^2$ ) si possono ammettere anche per fondazioni superficiali ,purché dovuti a traslazioni e rotazioni rigide (v. fig. G6)

L'altezza della fondazione è condizionata allora da un' elevata rigidezza relativa  $k_r = 0,5$  per cui:

$$d = L^3 \sqrt{\frac{E_t}{2E_c}} = \frac{L}{8} \div \frac{\ell}{4}$$

essendo  $L = \Sigma\ell$  la lunghezza dell'intera fondazione costituita da campate di luce  $\ell$  , per cui  $\ell/4$  caratterizza il campo di De Saint Venant ,oltre il quale le sollecitazioni si diffondono dai vincoli in modo "ordinato" lineare.

Non è necessario pertanto far ricorso ai pali , favorendo la regolarità della fondazione ,come visto preziosa in particolare in zona sismica(v. fig. G 12),

La rigidezza a taglio di una mensola in c.a. alta  $h$ , e spessa  $b$ , pari a  $K=3EJ/h^3=Ebd^3/4h^3$  cresce rapidamente con la dimensione  $d$  del setto.

Un modello diverso del terreno tradizionalmente usato dagli strutturasti, sempre per tener conto dell'interazione struttura-terreno, è quello di ipotizzarlo come costituito da tante molle separate l'una dall'altra e di rigidezza

$$k = \frac{\sigma_t}{\delta} = \frac{E}{bI_\delta}$$

essendo  $b$  la larghezza della suola di fondazione, come ricavabile dal primo tratto lineare della curva  $\sigma_t$ - $\delta$  desumibile dalla prova di carico su piastra sottoposta alla pressione  $p = \sigma_{tamm}$ , già descritto tramite la figura G1.

Il coefficiente  $k$  si chiama di sottofondo e fornisce la reazione del terreno secondo il modello di Winkler ispirato più alle fondazioni galleggianti sull'acqua.

In tal caso infatti la fondazione è assimilabile ad una nave e  $\delta$  diviene l'immersione di carena per cui  $k = \gamma_w = 0,001 \text{ kg/cm}^3$  peso specifico dell'acqua che reagisce con una pressione di contatto  $p = \gamma_w \delta$  sotto lo scafo.

Tale modello conduce al tradizionale calcolo della trave di fondazione, con ripartizione lineare della pressioni di contatto in modo da rispettare l'equilibrio con le reazioni dei pilastri, ma su suolo elastico idealizzato come appena descritto, ben diverso da quello di Boussinesq in cui il taglio fra le varie "molle" invece si trasmette, fenomeno invece assente nell'acqua.

La ridistribuzione delle sollecitazioni flettenti con tale modello di Winkler, rispetto a quella valutata con le ipotesi solo statiche senza deflessioni, comporta una contenuta riduzione, e richiede la valutazione di  $k(\text{kg/cm}^3)$  di non sempre facile sperimentazione su piastra (ad es in fig. G1 per  $p = 2 \text{ kg/cm}^2$  e  $\delta = 2 \text{ cm}$  risulta  $k = 1 \text{ kg/cm}^3$ ).

In proposito si ricorda che il valore  $2 \text{ Kg/cm}^2 = 0,2 \text{ MN/m}^2 = 200 \text{ kPa}$  corrisponde alla usuale pressione sotto la suola della pianta anteriore di un piede di uomo ( $\sigma_t = 70 \text{ kg} / 35 \text{ cm}^2 = 2 \text{ kg} / \text{cm}^2$ ), si ricordi anche la storica prima impronta di Armstrong per saggiare la portanza della polvere lunare peraltro con accelerazione di gravità e quindi pressione molto inferiore di quella terrestre.

La figura G1 mostra inoltre il ruolo dei cedimenti sul fattore di sicurezza, come già descritto per la valutazione della pressione di contatto ammissibile per il dimensionamento dei plinti, e descritto per la figura G5.

E' importante evidenziare che tale modello di Winkler è comunque ben lontano da quello in cui  $\delta$  è dovuto all'intero corpo di fondazione  $l$  (anziché locale  $b$ ) ovvero E' riguarda l'intera stratigrafia e non solo quella subito sotto la trave di fondazione. Solo se la stratigrafia è costituita da un solo strato

cedevole superficiale di spessore dell'ordine di  $b$ , seguita da uno strato indefinito rigido (bed rock), il modello di Winkler è simile a quello ben più attendibile di Boussinesq.

Se si ritorna ad esaminare la verifica al galleggiamento, si evidenzia che l'EC7 inizia proprio con essa ad introdurre i fattori parziali di sicurezza ,come indicato per il caso "A" in tabella a margine.

**EC7**      **Coefficienti parziali - stati limite ultimi in situazioni permanenti e transitorie**

Caso	Azioni			Proprietà del terreno			
	Permanenti		Temporanee variabili	$\tan \phi$	$c'$	$c_u$	$q_u$ <sup>1)</sup>
	Sfavorevoli	Favorevoli	Sfavorevoli				
Caso A	1,00	0,95	1,50	1,1	1,3	1,2	1,2
Caso B	1,35	1,00	1,50	1,0	1,0	1,0	1,0
Caso C	1,00	1,00	1,30	1,25	1,6	1,4	1,4

1) Resistenza a compressione del terreno o della roccia.

Per situazioni eccezionali tutti i valori numerici dei coefficienti parziali per le azioni devono essere considerati uguali a **1,0**.

Si noti come le azioni temporanee variabili sfavorevoli , quali spinte idrauliche per esondazioni, siano maggiorate fortemente, per cercare di evitare il crollo, e comunque prevedendo il livello della falda acquifera più sfavorevole, specie in condizioni di pendio, evitando intercettazioni idrauliche.

Nel paragrafo III. 6.1 la verifica al galleggiamento è svolta con i criteri deterministi, come ammesso anche dall'Eurocodice, essendo i fattori parziali della tabella indicati peraltro per problemi geotecnica convenzionali.

Il caso "B" dei fattori parziali di sicurezza riguarda problemi in cui c'è la collaborazione resistiva delle strutture , mentre il caso "C" riguarda problemi geotecnici in cui la resistenza è affidata tutta al terreno.

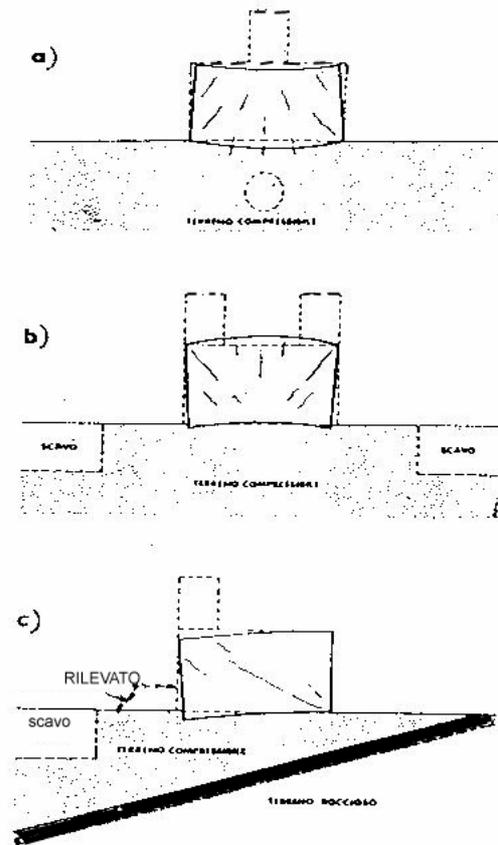
Si noti poi ,sempre in merito ai fattori parziali di sicurezza, che nell'ambito del cedimento differenziale, pari a 2 cm ogni 10m, ammesso per poter adottare le fondazioni superficiali, il prevalere delle deflessioni sulle eventuali rotazioni rigide implica cedimenti vincolari che interferiscono sensibilmente con le

sollecitazioni (v. fig. G9). Tali azioni cinematiche rientrano fra quelle equivalenti alle statiche previste nel calcolo agli stati limite. In tale ottica il termine

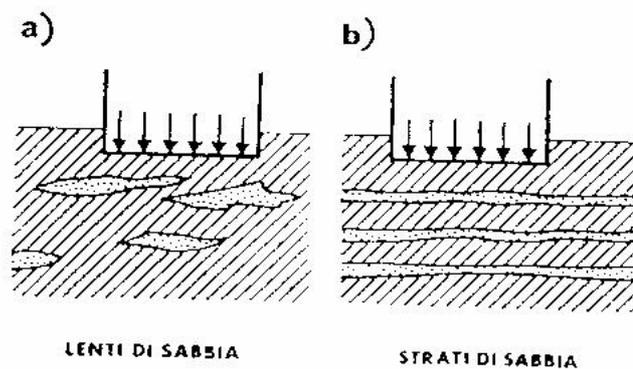
$$\gamma_q \sum_i Q_{ik} ,$$

previsto per le azioni di calcolo, include anche l'effetto degli appoggi non livellati, ammessi entro 2cm, e suggerisce l'unificazione dei fattori parziali di sicurezza (v. III 4.1).

Ciò inoltre non deve condurre all'adozione sistematica dei pali, in quanto le sollecitazioni si attenuano nel tempo per effetto dei fenomeni viscosi, o ancor più per rotazioni rigide rispettose sempre del principio della minima energia di distorsione immagazzinata, comunque limitata con i predetti cedimenti differenziali ammissibili.



Distorsioni tipiche degli edifici su terreni cedevoli: *a*, deformazione simmetrica; *b*, deformazioni anticlinale; *c*, deformazione asimmetrica



Effetto dell'estensione di strati drenanti sul decorso dei cedimenti differenziali: *a*, strati lentiformi; *b*, strati continui (Tomlinson)

**Fig. G10** Principali cause dei cedimenti differenziali

Il condizionamento della rigidezza della trave di fondazione, coadiuvata da quelle in elevazione (fig.9), tramite la freccia  $\delta$ , come svolto in III.1.3 o III.2.3, contempera le considerazioni precedenti riguardanti lo stato limite di esercizio, purché in termini semiprobabilistici anziché deterministici.

IL dimensionamento basato infine sullo stato limite ultimo  $S_L$ , specie in zona sismica, si basa sul riportare all'incastro dei pilastri le sollecitazioni ultime a cui comunque la trave deve resistere per offrire la massima priorità di resistenza. In tale ottica è altrettanto importante che la resistenza a taglio  $V_{rd}$  sia gerarchicamente sempre superiore a quella flessionale  $M_{rd}$  in modo da consentire il collasso duttile, anziché fragile (v.III.5.3).

La nuova normativa sismica del 2003 prescrive in tal senso l'adozione di fondazioni in c.a. anche per le costruzioni nuove in muratura.

La figura G 10 mette in evidenza le principali cause dei cedimenti differenziali imputabili sia alla non regolarità della struttura  $\delta$ , non compensata nel centraggio dei carichi  $\delta$ , specie di rilevati stradali, sia all'eterogeneità del terreno, soprattutto alluvionale lentiforme.

La figura G11 riprende i criteri statici della regolarità delineati (per la prevenzione sismica nella I<sup>a</sup> Parte in fig.10), estendendoli alla rigidezza in fondazione. Le scelte architettoniche della luminosità delle finestre, vanno armonizzate con le esigenze statiche  $\delta$ , viste non necessariamente solo come un impedimento, ma come possibilità architettonica d'inserire ad esempio pareti di taglio o di fondazione, per governare la preziosa regolarità della struttura e la gerarchia del collasso delle membrature.

Si evidenzia nuovamente quanto questi criteri statico- architettonici, debbano sempre precedere ogni modello di calcolo  $\delta$ , amalgamandolo con quello moderno non lineare incentrato sulla gerarchia di collasso  $\delta$ , in quanto si dimenticherebbero le radici culturali comuni.

Le figure 12 a, b sono riprese dal testo di C. Arnold, R. Reitherman "Building Configuration & Seismic Design" J.Wiley Ed. e descrivono più estesamente le

problematiche architettoniche-strutturali delle configurazioni di edifici rispettivamente regolari ed influenzati dalla gerarchia di collasso.

La figura 13 mostra il ruolo delle rigidità ai vari contributi degli spostamenti dei vari piani di un edificio e ed il ruolo del disassamento del centro delle

masse rispetto a quello delle rigidità , specie da piano a piano nel provocare effetti torsionali. Per tali aspetti i moderni criteri di valutazione dei disassi in zona sismica , si basano sul superamento dei canoni di regolarità e di eccentricità nella struttura, oltre la soglia del 25%.

La figura G 14 accenna infine appena agli aspetti dinamici delle fondazioni , i cui possibili gradi di libertà per blocchi rigidi sono tipicamente i 6 gradi euleriani descritti in figura 2.

La fig.G14 confronta dapprima le distorsioni tipiche ammesse in geotecnica con quelle ammesse in sismica, in accordo con lo spettro di risposta degli spostamenti dinamici delle strutture mostrato in fig.11 ( paragrafo I.4).

La figura G14 evidenzia in basso le corrispondenti rigidità su suolo ipotizzato elastico con cui s'intraprendono i criteri di isolamento della base fondale dal sisma , in analogia agli smorzatori che si usano per isolare le macchine vibranti.

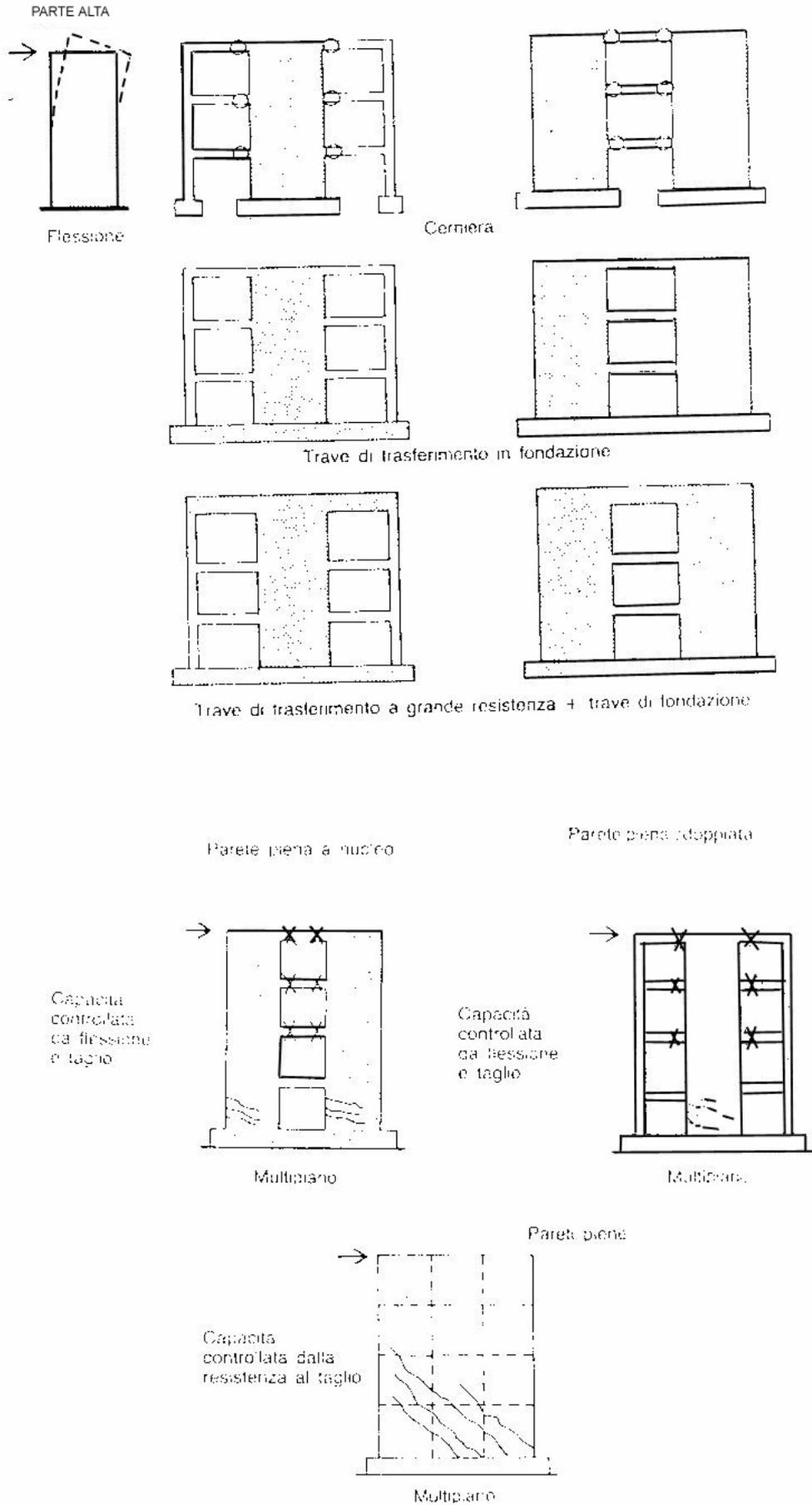
Un breve accenno è effettuato infine in figura G15 a sul tema del consolidamento delle fondazioni , che specie per le murature, è affidato spesso ai micropali ,con delicate soluzioni vincolari e d'interazione , specie in zona sismica.

Si mostra un tipo di soluzione incentrato sul placcaggio-giuntato realizzato dallo scrivente per consolidare contrafforti , voltine, tratti di strutture sotto i solai e soprattutto fondazioni in muratura e travi e pilastri in c.a.,con"protesi "mirate.

La figura G15b delinea i vantaggi e gli svantaggi di tale tecnologia, che offre una resistenza triassiale governata dal serraggio e che consente di non usare le reti elettrosaldate intonacate a cemento ,di scarsa efficacia, specie in zona sismica o per lesioni indotta da cedimenti differenziali.

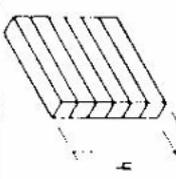
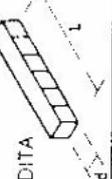
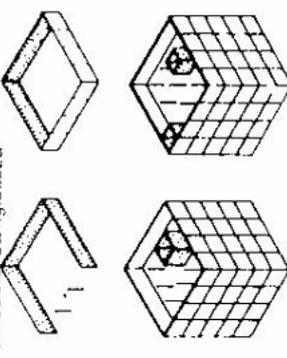
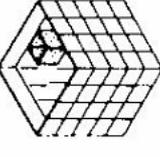
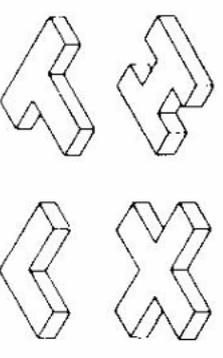
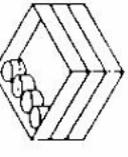
L'intervento consente di realizzare un alleggerimento dell'intero complesso fondazione –elevazione con compenso dei carichi, che può idoneamente tararsi per arrestare i cedimenti differenziali in atto, che peraltro di solito sono limitati in edifici antichi, si possono poi eliminare pericolose eccentricità.

Si consente inoltre un recupero di vani fruibili ed un'attenta ispezione archeologica, che potrebbe valorizzare ulteriormente l'immobile.

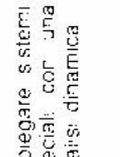
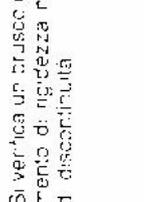
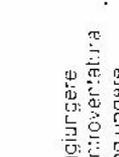
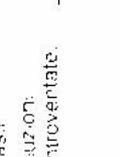
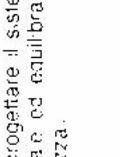


**Fig. G11** Principali criteri di regolarità e di gerarchi di collasso del complesso struttura  
in elevazione – struttura in fondazione – terreno

ASPETTI ARCHITETTONICI	PROBLEMI STRUTTURALI	SOLUZIONI
Funzionalità distribuita o irrazionalmente concentrata in alcune parti di edificio	Grandi forze di ribaltamento, grandi deformazioni che provocano danni strutturali	Rivedere le proporzioni o adottare sistemi strutturali speciali
Frequente in magazzini, edifici industriali e centri acquisti	Formazione di grandi forze di piano	Scomporre l'edificio con giunti sismici
Frequente in vecchie scuole, in edifici residenziali, multi-piano	Formazione di grandi forze d'area sul perimetro grande differenza di resistenza nelle due direzioni	Scomporre l'edificio con giunti sismici
Spesso risultano alta destinazione, es. autorimesse e negozi che richiedono pareti d'angolo chiuse	Torsione causata dalla eccessiva variazione di resistenza e rigidità	Aggiungere elementi irrigiditi e separare i muri, impiegare telai rigidi e parti leggere
Requisiti d'uso relativi alla circolazione verticale di distribuzione	Torsione causata da nucleo rigido asimmetrico	Separare il nucleo, o impiegare telai rigidi con pareti del nucleo non-collaboranti
Requisiti di programma per core sottili, es. edifici residenziali, ospedali e strutture ricche	Torsione, concentrazione di sforzi negli angoli interni	Separare i core, irrigidire il complesso, irrigidire le parti comuni
Frequente in vecchi edifici prececati al condizionamento dell'aria e all'illuminazione a ambace fluorescenti	Torsione, concentrazione di sforzi	Modifiche alla forma
Recusiti di destinazione architettonici, attrezzature, strutture speciali, piscine sopraelevate	Torsione, concentrazione di sforzi	Riadattare la distribuzione, incrementare la resistenza in prossimità della massa per raggiungere l'equilibrio

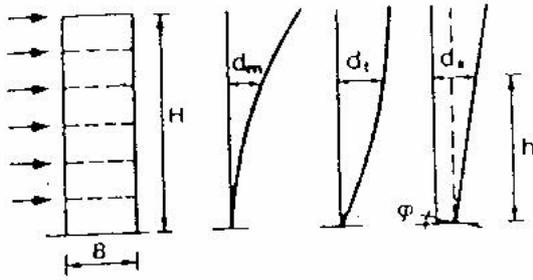
PROBLEMI DELLA CONFIGURAZIONE	ASPECTS ARCHITECTONICAL	STRUCTURAL PROBLEMS	SOLUTIONS
<p>A. PROBLEMI DI DIMENSIONI ECCESIVE</p> <p>1. RAPPORTO PROFONDITA' ELEVATO</p>  <p>2. SVILUPPO DELLA SUPERFICIE DI PIANO MOLTO GRANDE</p>  <p>3. RAPPORTO LUNGHEZZA PROFONDITA' MOLTO GRANDE</p> 	<p>Funzionalità distribuita o irrazionalmente concentrata in alcune parti di edificio</p>	<p>Grandi forze di ribaltamento, grandi deformazioni che provocano danni strutturali</p>	<p>Rivedere le proporzioni o adottare sistemi strutturali speciali</p>
<p>B. PROBLEMI DI DISTRIBUZIONE ORIZZONTALE</p> <p>1. CONFIGURAZIONE DI PIANTA SEMPLICE</p> <p>a. Variazioni perimetrali di resistenza e rigidità</p>  <p>b. Fase simmetrica</p>  <p>2. ANGOLI RIENTRANTI</p>  <p>3. MASSE ECCENTRICHE</p> 	<p>Frequente in magazzini, edifici industriali e centri acquisti</p> <p>Frequente in vecchie scuole, in edifici residenziali, multi-piano</p> <p>Spesso risultano alta destinazione, es. autorimesse e negozi che richiedono pareti d'angolo chiuse</p> <p>Requisiti d'uso relativi alla circolazione verticale di distribuzione</p> <p>Requisiti di programma per core sottili, es. edifici residenziali, ospedali e strutture ricche</p> <p>Frequente in vecchi edifici prececati al condizionamento dell'aria e all'illuminazione a ambace fluorescenti</p> <p>Recusiti di destinazione architettonici, attrezzature, strutture speciali, piscine sopraelevate</p>	<p>Formazione di grandi forze di piano</p> <p>Formazione di grandi forze d'area sul perimetro grande differenza di resistenza nelle due direzioni</p> <p>Torsione causata dalla eccessiva variazione di resistenza e rigidità</p> <p>Torsione causata da nucleo rigido asimmetrico</p> <p>Torsione, concentrazione di sforzi negli angoli interni</p>	<p>Scomporre l'edificio con giunti sismici</p> <p>Scomporre l'edificio con giunti sismici</p> <p>Aggiungere elementi irrigiditi e separare i muri, impiegare telai rigidi e parti leggere</p> <p>Separare il nucleo, o impiegare telai rigidi con pareti del nucleo non-collaboranti</p> <p>Separare i core, irrigidire il complesso, irrigidire le parti comuni</p> <p>Modifiche alla forma</p> <p>Riadattare la distribuzione, incrementare la resistenza in prossimità della massa per raggiungere l'equilibrio</p>

**Fig.G 12 a** Problematiche architettoniche riguardanti la configurazione strutturale regolare di edifici in zona sismica.

PROBLEMI DELLA CONFIGURAZIONE	ASPETTI ARCHITETTONICI	PROBLEMI STRUTTURALI	SOLUZIONE
<p>C. PROBLEMI DI DISTRIBUZIONE IN VERTICALE</p> <p>1. ARRETRAMENTI IN ALTEZZA E AGGETTI</p> 	<p>Gli arretramenti verticali dipendono dalle scelte di programma o da vincoli di area; gli aggetti: quasi sempre da requisiti estetici (moda).</p>	<p>Concentrazione di sforzi nei punti di variazione, periodi di vibrazioni diversi per le diverse parti dell'edificio, grandi forze di piano da trasferire in corrispondenza degli arretramenti degli aggetti.</p>	<p>Impiegare sistemi strutturali speciali, con una accurata analisi dinamica</p> 
<p>2. COPERTURA CON PIANO SOFFICE</p> 	<p>Scelte programmatiche: esigenza di ampi spazi liberi a piazza al piano terra o su altri piani, spesso per requisiti di immagine (moda).</p>	<p>Si verifica un brusco cambiamento di rigidità nei punti di discontinuità</p>	<p>Aggiungere controventatura Aggiungere pilastri Sezioni controventate.</p>
<p>3. VARIAZIONI DI RIGIDEZZA DEI PILASTRI (su un piano)</p> 	<p>Scelte programmatiche: necessità di spazi e soffitti di diversa altezza; spesso per requisiti di immagine (moda).</p>	<p>Si verifica un brusco cambiamento di rigidità con forze molto più accentuate sui pilastri più rigidi</p>	<p>Riprogettare il sistema struttura e ed equilibrare la rigidità.</p>
<p>4. PARETI DI TAGLIO DISCONTINUE</p> 	<p>Risultato di scelte di programma: la distribuzione vincola l'uso di pareti di taglio a piano di ingresso o è richiesta un'immagine di edificio sospeso da terra.</p>	<p>Porta ad una discontinuità nel percorso dei carichi e ad una concentrazione di sollecitazioni negli elementi che assorbono carichi maggiori.</p>	<p><b>NO</b></p>
<p>5. PILASTRI DEBOLI - TRAVI FORTI</p> 	<p>Frequente in edifici con grandi spazi vetrati — scuole, ospedali, uffici —, travi di grande luce, grandi luci.</p>	<p>La rottura di pilastri avviene prima di quella delle travi, i pilastri corti devono cercare di assorbire gli spostamenti di piano.</p>	<p><b>NO</b> inserire pareti piene e ridurre gli sforzi sui pilastri, o separare le testate dai pilastri, o usare pareti leggere intagliate.</p>
<p>6. MODIFICHE NELLA STRUTTURA ORIGINARIA</p> 	<p>Scelte programmatiche: necessità di finestre alte; frequente nel caso spesso per motivi di gestione dell'immobile (può anche trattarsi di una condizione all'interro).</p>	<p>Particolarmente grave nel caso in cui i tamponamenti di muratura rigida alterano i meccanismi strutturali, la creazione di pilastri corti e rigidi comporta la concentrazione di sforzi.</p>	<p>Diacciare i tamponamenti o usare materiali non duri.</p>

**Fig. G12b** Problematiche architettoniche riguardanti la configurazione di edifici nei riguardi della gerarchia di collasso del complesso struttura in elevazione – in fondazione – terreno in zona sismica

PARETI IRRIGIDENTE



PARETI IRRIGIDENTI

Spostamenti dovuti al taglio ( $d_t$ ) ed alla flessione ( $d_m$ )  
Forze orizzontali uniformi

$d_m$  deformazione per flessione  
inversamente proporz. a  $EJ$   $\left\{ \begin{array}{l} E \text{ modulo longitudinale} \\ J \text{ momento inerzia sezione} \end{array} \right.$

$d_t$  deformazione per taglio  
inversamente proporzionale a  $\chi GA$   
 $\chi$  fattore di forma (sez. rettangolare  $\chi \approx 6/5$ )  
 $G$ : modulo trasversale  $A$ : area sezione

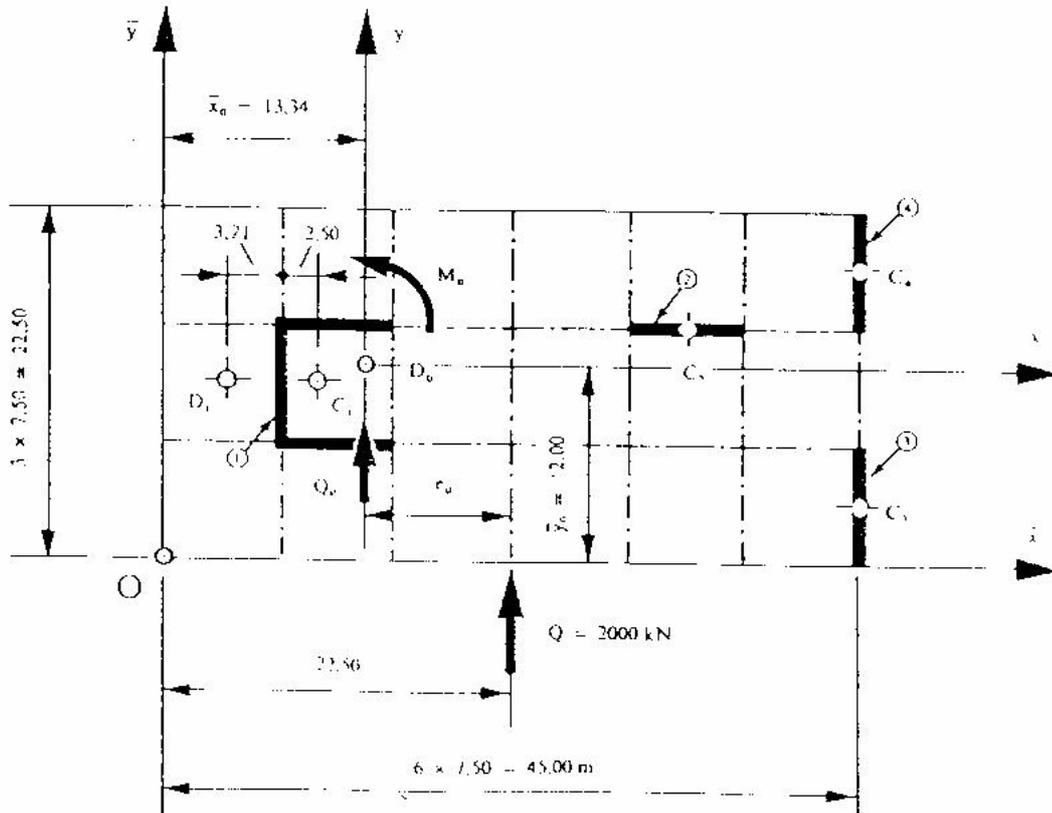
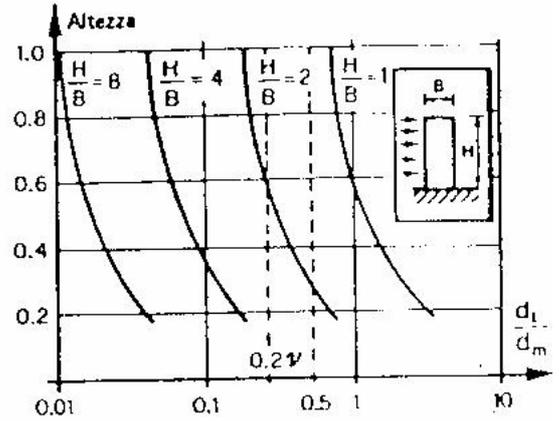
$d_s$  deformazione per spostamento della fondazione  
 $d_s = d'_t + d''_t$

traslazione  $d'_t = \frac{T}{C_t A}$   $\left\{ \begin{array}{l} T = \text{taglio alla base} \\ A = \text{area fondazione} \\ C_t = \text{coeff. terreno} \end{array} \right.$

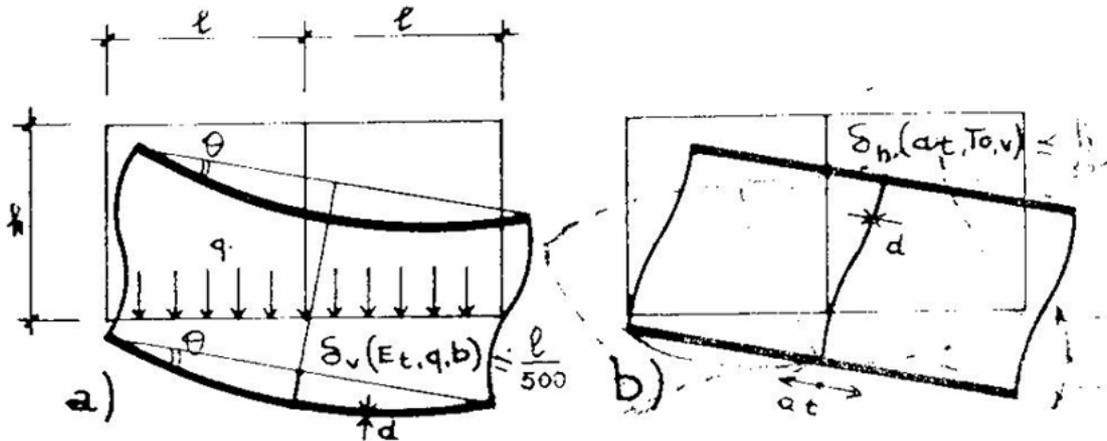
rotazione  $d''_t = \varphi h = \frac{M}{C_\varphi J} h$   $\left\{ \begin{array}{l} M = \text{momento alla base} \\ J = \text{momento d'inerzia fondaz.} \\ C_\varphi = \text{coeff. terreno} \end{array} \right.$

deformazione totale

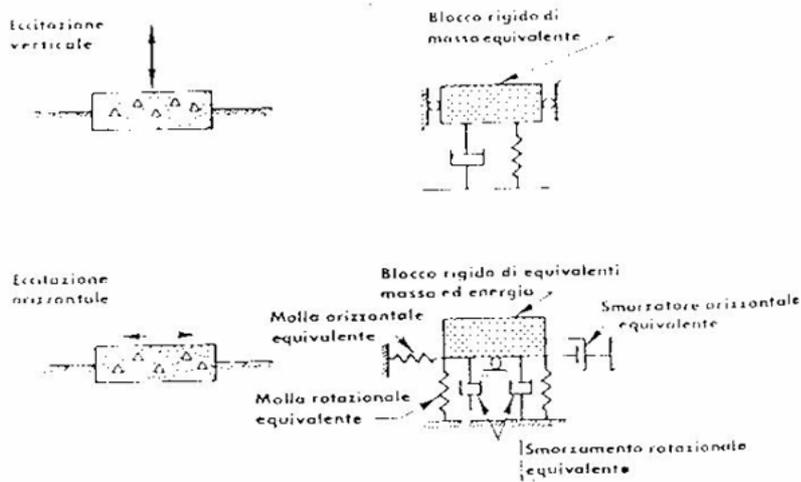
$d = d_m + d_t + d_s$



**Fig. G13** Ruolo delle rigidità negli spostamenti e nelle rotazioni, specie in presenza di disassamenti dal centro delle masse in particolare del vano in c.a. ascensori.



Spostamenti differenziali tipici: a) per cedimento fondale b) per evento sismico

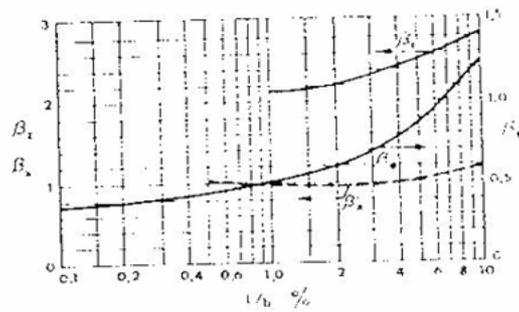


Modelli di un blocco di fondazione rigido sottoposto ad eccitazione verticale ed orizzontale su un sistema equivalente localizzato del terreno (Withman Richard).

MOTO	CONSTANTE DELLA MOLLA DI BASE CIRCOLARE
Verticale	$k_v = \frac{4 G_0}{1 - \nu}$
Orizzontale	$k_h = \frac{32(1 - \nu) G_0}{7 - 8 \nu}$
Oscillante	$k_\theta = \frac{8 G_0 h}{3(1 - \nu)}$

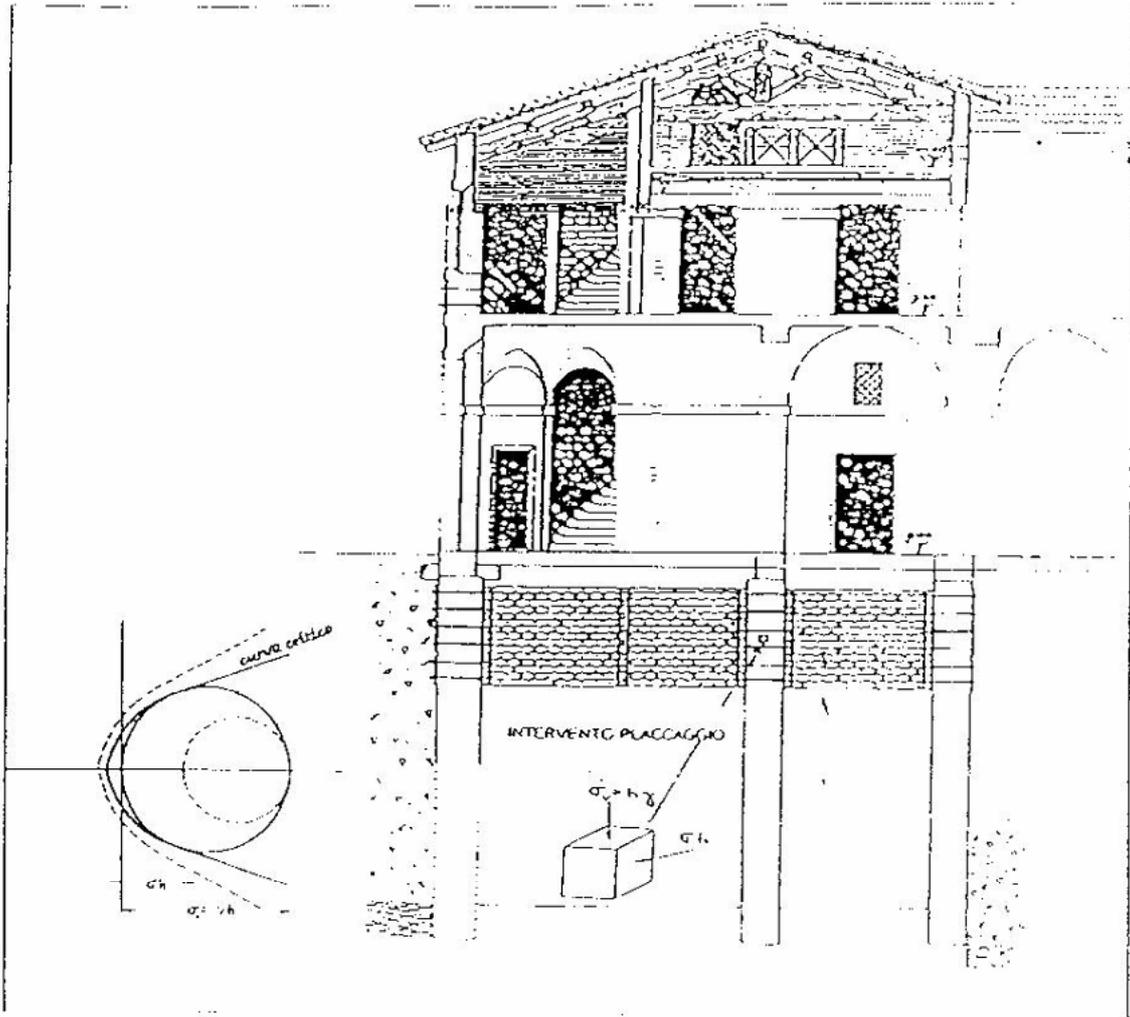
  

	DI BASE RETTANGOLARE
Verticale	$k_v = \frac{G}{1 - \nu} \beta_1 \sqrt{B L}$
Orizzontale	$k_h = 2(1 - \nu) G \beta_2 \sqrt{B L}$
Oscillante	$k_\theta = \frac{G}{1 - \nu} \beta_0 B^2$



Riduzione della molla nel caso di fondazione rigida di dimensioni  $B \times L$  (Withman Richard)

**Fig.G14** Elementi sul comportamento dinamico delle fondazioni



Incremento della sicurezza sia per aumento della resistenza dovuto al miglioramento della consistenza muraria (traslazione della curva estrinseca coulombiana verso quella a tratto) sia per trasformazione dello stato Tensionale da mono  $\sigma$  o biassiale in triassiale indotto dal serraggio (modifica del circolo di Mohr verso quello a tratto)

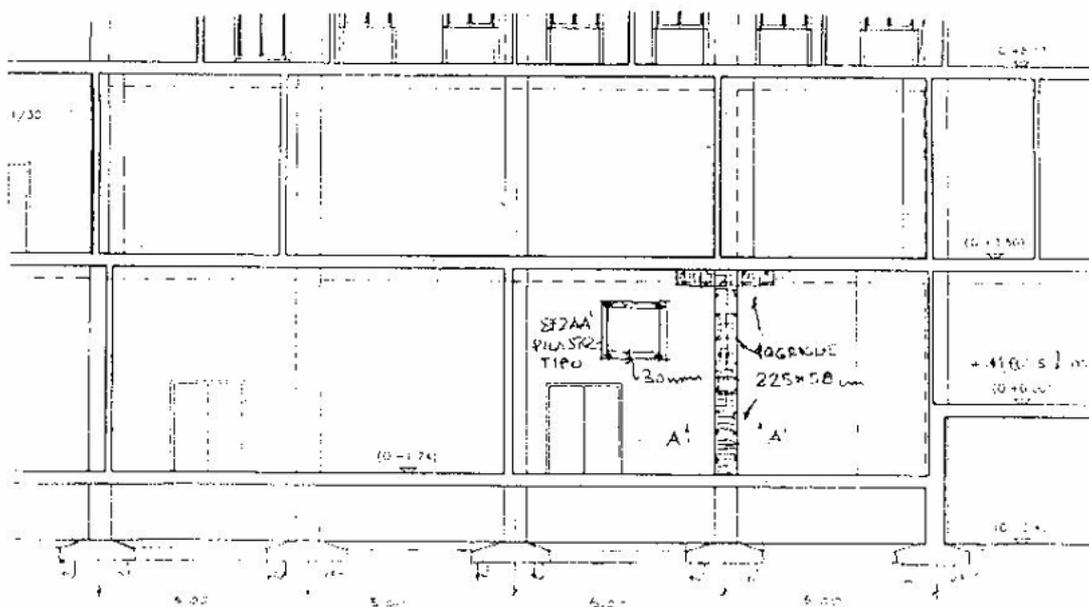


Fig. G15a Esempi di consolidamento tramite placcaggio giuntato sia di

Strutture in muratura ,sia di strutture in c.a.

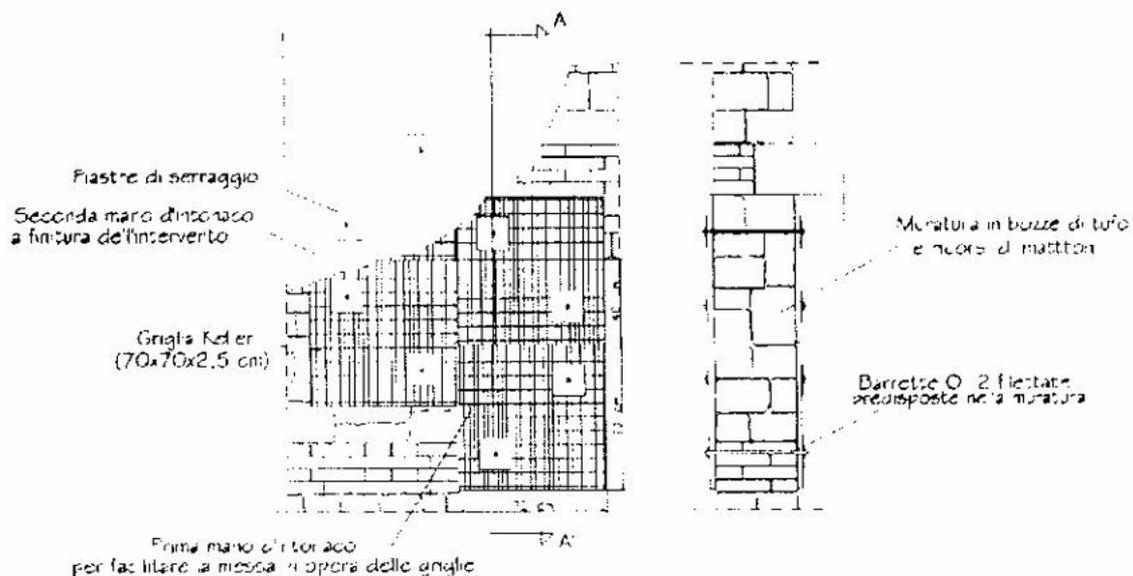
I VANTAGGI

- a) Trasformazione di una muratura a "pietra incerta", specie se molto lesionata, in una **muratura omogenea equivalente** ad una megalitica corrispondente allo sfalsamento dei giunti del placcaggio.
- b) Si colgono in tal modo i vantaggi dell'**accoppiamento costitutivo** del modello rigido-discontinuo, tipico della Statica e della Meccanica delle Rocce, e del modello elasto-plastico continuo, tipico della Scienza delle Costruzioni e della Meccanica dei Terreni
- c) **Accrescimento della capacità dissipativa** dell'energia sismica soprattutto nel caso di muratura resa vulnerabile da elevata energia cumulata nel tempo per effetto del susseguirsi dei terremoti **Eliminazione del pericolo di collasso corticale** soprattutto durante il sisma nelle murature, soprattutto in quelle "a sacco"
- d) Miglioramento della rigidezza e della resistenza della muratura **senza variazione dello schema originario**, della capacità di deformazione plastica e della sua adattabilità termica.
- e) Ripristino della resistenza a taglio (nota solitamente solo per strutture nuove) tramite il serraggio dei bulloni delle griglie che si può opportunamente dosare, **modificando il dominio di resistenza in triassiale**
- f) Interventi di protes: murate con buona flessibilità di adattamento al caso in esame, tipo pseudocordoli sotto i solai o riammorsamento di angolate.
- g) **Possibilità di realizzare interventi provvisori** mentre si effettuano studi ed indagini, evitando così costose puntelature e demolizioni incontrollate, non auspicabili sul patrimonio architettonico.
- h) **Intervento reversibile**, nel rispetto delle problematiche del Restauro e della adattabilità statica specie se provvisoria.

GLI SVANTAGGI

- a) Relativa complessità della messa in opera e dei costi più elevati rispetto ai "consolidamenti tradizionali", dovuti all'asportazione dell'intonaco, intonaco di spianatura, messa in opera delle griglie, serraggio dei bulloni, rifacimento dell'intonaco con l'uso di malte elastiche e tinteggiatura finale; i costi sono però ammortizzati dalla riduzione della superficie interessata dall'intervento di placcaggio.
- b) Impossibilità di realizzazione del placcaggio in presenza di modanature, decorazioni ed affreschi, ovvero impiego limitato solo alle "murature povere" specie modificate nel tempo.

MODALITA' DI ESECUZIONE



Vantaggi e svantaggi della tecnica del placcaggio giuntato

### III. 5.2 PREDIMENSIONAMENTO DELLA RIGIDEZZA

Si svolge di seguito un confronto fra i principali criteri di predimensionamento della trave di fondazione dell'edificio in esame, assumendo:

$$R_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2 ; f_{yk} = 440 \text{ N/mm}^2$$

e considerando l'ambiente del terreno aggressivo, per eventuali perdite nel tempo delle fognature, o per infiltrazioni di soluzioni saline antigelo.

Si ricorda per inciso anche l'importanza di controtubare le condotte del gas in zona sismica specie a livello dei montanti a piano stradale, isolandole completamente dalle linee elettriche, criteri troppo disattesi in Italia, anche se è previsto il distacco automatico nelle centrali, non sempre però ricadenti nella zona sottoposta allo scuotimento.

La larghezza  $b$  della suola della fondazione si ricava come per i plinti, dalla sola pressione di contatto ammissibile, come visto con il terreno di figura G1, sempre in funzione dei cedimenti ammissibili, per cui:

$$\sigma_{amm} = 2,0 \text{ kg/cm}^2 = 20 \text{ t/m}^2 = 200 \text{ kPa}$$

minore di quella prima assunta per i plinti.

Per l'edificio in esame si è scelto di adottare la suola solo per le travi longitudinali a 3+3 campate rispetto alle scale, mentre le fondazioni trasversali a 2 campate sono previste senza suola, data la buona portanza assunta dal terreno, e funzionanti come collegamento antisismico fra la base dei pilastri.

Il solaio del cantinato si prevede che scarichi sulle travi trasversale sul terreno tramite idoneo magrone, per cui non s'incrementano le sollecitazioni delle travi longitudinali.

In base all'analisi delle sollecitazioni III.3.2 i pilastri scaricano sulla trave di spina, per azioni rare sismiche, in particolare sussultorie pari 0,35g, combinate con il 50% dei carichi accidentali (o minore in base alla combinazione di fig.6b) e fattore d'importanza  $\gamma_I = 1$ , degli sforzi normali pari a:

$$\text{SLU } N_{dA2} \approx N_{dD2} = 630 + 0,35 \times 630 = 850 \text{ kN} ; N_{dB2} = N_{dC2} = 1,35 \times 1063 = 1435 \text{ kN}$$

La risultante dei carichi con il sisma viene:

$$\text{SLU } R_{dE} = 2 \times 850 + 2 \times 1435 = 4570 \text{ kN}$$

In assenza di sisma:  $R_d = 1,4 (2 \times 630 + 2 \times 1063) = 4740 \text{ kN} \approx R_{dE}$

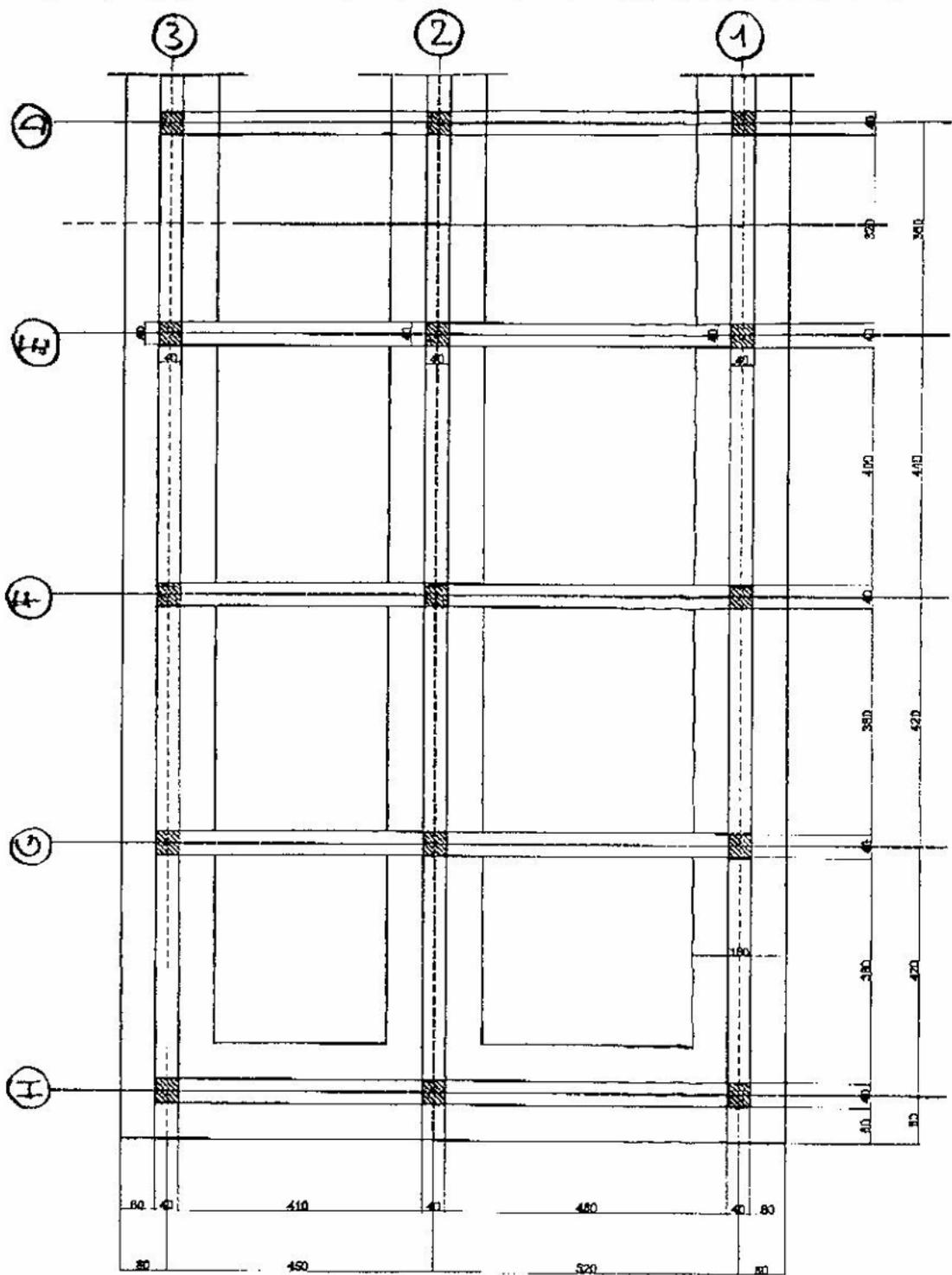


Fig. G 16 Pianta della fondazione dell'edificio in esempio

Se si suppone di far collaborare la trave longitudinale di spina anche con le mensole delle soles alle travi di fondazione trasversali, porta muro della

facciata e sotto le scale. Data l'eccezionalità dell' evento sismico, con tale ripartizione della pressione di contatto ci si riconduce in pratica al dimensionamento statico della suola più caricata.

La larghezza  $b$ , per  $l = 0,8 + 2 \times 4,2 + 4,4 + 0,8 = 14,4\text{m}$  viene pertanto :

$$b = 4570/200 \times 14,4 = 1,6\text{m} \quad (\approx 1240/200 \times 3,8)$$

Si noti che in presenza di sisma si può anche ammettere una  $\sigma_{amm} > 200\text{kPa}$  sotto la suola più caricata, ma data l'importanza gerarchica della resistenza d' incastro dei pilastri allo spiccato della fondazione, si preferisce rimanere con il terreno in campo "elastico", secondo i criteri delineati in fig.10 in I.4, e quindi si lascia  $b=160\text{cm}$  su magrone da  $10\text{cm}$ . Tale valore di  $b$  corrisponde anche alla verifica della pressione ammissibile per la campata sotto il pilastro più caricato in assenza di sisma, ma con tutti gli accidentali.

La presenza degli sbalzi di estremità  $s=0,8\text{m}$ , dovuti alle predette mensole delle travi trasversali, consente di bilanciare i momenti di continuità, per cui il momento all'incastro dello sbalzo risulta:

$$M_{da2} = \sigma_t b s^2 / 2 = 20 \cdot 1,6 \cdot 0,8^2 / 2 = 10\text{t} \cdot \text{m} = 100\text{kN} \cdot \text{m}$$

La presenza delle mensole consente poi di centrare la risultante dei carichi nel baricentro della fondazione qualora i pilastri fossero dissimetrici, anziché simmetrici come nel presente caso, ovvero di annullare l'eccentricità della risultante  $R$  ( $\sum M = 0$ ), come messo in evidenza per la fondazione del muro di sostegno al paragrafo successivo.

Si richiama che tale calcolo si basa solo sull'equazioni di equilibrio della Statica, ovvero ipotizza la fondazione come un corpo rigido, non esaminando pertanto tutta la problematica dei cedimenti prima descritta.

Il centraggio della risultante previene peraltro le rotazioni rigide, ovvero gli extrapiombi dell' edificio nel tempo, purché il terreno non sia troppo eterogeneo e lentiforme (v. fig. G.3); si ottengono benefici anche dal punto di vista dinamico in quanto le oscillazioni tendono ad alternarsi simmetricamente (v. fig.G11) rispettando i fondamentali criteri di regolarità strutturale.

L'altezza della trave condizionata dalla limitazione della freccia, come già svolto in elevazione, considerando che una curvatura tipo "imbarcamento" della fondazione, fa ruotare le estremità delle campate (v. III.1.3), risulta:

$$d_c \div 125 \cdot \sqrt{\frac{M}{bE_{\infty}}} \approx 1,0 \sqrt{\frac{M(Nmm)}{b(mm)}}$$

essendo  $E_{\infty} = 5700 \sqrt{R_{ck}} / (1 + \psi_t)$  N/mm<sup>2</sup> con  $\psi_t = 1 \div 2$  al crescere dei fenomeni viscosi del conglomerato a lungo termine, analogamente alla consolidazione del terreno completamente "drenato".

La sollecitazione flettente nella mezzera della 1<sup>a</sup> campata, considerando la trave rigida, ed approssimando la pressione di contatto a uniforme, viene:

$$T_{x_T=0} = 850 - 200 \cdot 1,6 \cdot 0,8 - 320x_T = 0 \quad \text{da cui } x_T = 1,8\text{m}$$

$$M_{d_{AB2}} = 850x_{1,8} - 200 \cdot 1,6 \cdot 0,8(0,4 + 1,8) - 320 \cdot 1,8^2 / 2 = -449\text{kN} \cdot \text{m} = 45\text{tm}$$

per cui assumendo b<sub>w</sub>=40cm per l'anima (web...con i piedi per terra e la testa in cielo, poco più di internet!) della T rovescia, come per le rotaie che sostengono i treni, risulta d=112cm, ovvero h=120cm, avendo scelto un copriferro maggiore di 5cm dato l'ambiente supposto aggressivo nel terreno.

La severità del modello rigido può essere adottata solo per calcolare M<sub>AB</sub>, ovvero nel campo delle sollecitazioni di De Saint Venant (x<sub>T</sub>=b), se si estendesse infatti a tutte le campate, si arriverebbe agli assurdi che il diagramma dei momenti crescerebbe linearmente da una campata all'altra per la presenza del contributo reattivo del terreno sotto la sola mensola, a causa del crescere lineare del suo braccio. Inoltre i momenti sotto i pilastri sarebbero nulli senza la mensola (come tante travi rovesce affiancate e semplicemente appoggiate) o crescerebbero con la predetta pendenza lineare sempre maggiore all'estendersi della lunghezza s della mensola.

Le sollecitazioni vanno invece calcolate tenendo conto dell'iperstaticità, che già considerando la continuità della trave, trascurando il calcolo a telaio, con buona approssimazione, vengono (v. fig. 10):

$$M_{d_{B2}} = -320 \cdot 4,2^2 / 10 = -565\text{kNm} > M_{d_{AB2}}$$

La redistribuzione degli sforzi nei pilastri, trascurando la  $\sigma_t$  continuità con l'elevazione, risulta pertanto:

$$V_A = (565 - 100)/4,2 = 111 \text{ kN} \quad \text{per cui} \quad N_A = 850 - 111 = 740 \text{ kN}$$

L'esempio evidenzia bene i vantaggi della Statica nel centrare la risultante sull'asse principale d'inerzia dell'edificio per prevenire le rotazioni, e parallelamente gli svantaggi dell'assurdità del calcolo delle sollecitazioni che comporta il modello rigido, ovvero se non si tiene conto della linea elastica della trave, secondo i vantaggi della Scienza delle Costruzioni, come delineato nella I<sup>a</sup> Parte. Per questo ultimo aspetto si noti anche che

l'approssimazione appena fatta per valutare il momento iperstatico non è equilibrata con lo sforzo reattivo dei pilastri, in quanto si è tenuto conto di una pressione di contatto  $\sigma_t \cdot b$  uniforme.

Se si considera tale pressione invece variabile linearmente da pilastro a pilastro, si rende il calcolo iperstatico corretto anche sotto il profilo dell'equilibrio con lo sforzo nei pilastri. Tale aspetto è tradizionalmente automatizzato nei programmi di calcolo usuali con il modello di Winkler descritto al precedente paragrafo. Si noti però che ciò, se è corretto dal punto di vista strutturale, lo meno dal punto di vista geotecnico,

il coefficiente di sottofondo  $k$  di Winkler non si correla infatti bene con il modulo elastico  $E$  caratterizzante meglio proprio gli effetti dei cedimenti differenziali, come delineato nel paragrafo successivo.

Se poi si passa all'interazione dinamica terreno struttura l'uso di  $k$  è ancor più problematico, tanto che l'Eurocodice 7 si limita a trattare solo i casi non sismici, rinviando il problema all'Eurocodice 8.

L'EC8 risolve la questione imponendo che il dimensionamento consenta di evitare la rottura fragile per taglio ultimo delle travi di fondazione, ricavandolo dai momenti resistenti ultimi in base alle armature di progetto poste all'estremità di ciascuna campata, come di seguito riportato.

In tal modo si aggira l'ostacolo della non conoscenza della distribuzione delle pressioni di contatto, essendo ritornati in prossimità del collasso verticale, alla situazione isostatica, svincolandosi dalla congruenza con i cedimenti.

Ciò dovrebbe tranquillizzare gli strutturisti, che basandosi sui modelli elastici od alle tensioni ammissibili verticali, finiscono per adottare a volte pali o micropali inutili, dimenticando oltretutto che il terreno resiste poco proprio a taglio orizzontale, specie in quanto sede delle scosse, per cui a nulla serve armare

fortemente i pali. In presenza di forti azioni inerziali orizzontali, conviene cambiare la tipologia strutturale resistente assumendola ad esempio a pozzo

.  
Sul fronte plastico (fig.5) la Statica e la Scienza delle Costruzioni si ridanno pertanto la mano ad aiutare i progettisti, a volte ancora chiusi invece nei rispettivi modelli rigidi ed elastici, la cui preziosa utilità è sana solo se presa per la quota vantaggiosa, per le combinazioni delle azioni usuali, come si è cercato di evidenziare in tutto il testo, segnalando gli arricchimenti reciproci.

### III.5.3 STATI LIMITE DI ESERCIZIO (SLE)<sub>DEF</sub> (SLE)<sub>FESS</sub>

In presenza di un cedimento  $\delta = 2\text{cm}$  e di una deflessione  $\Delta\delta = 20\%\delta = 0,4\text{cm}$ , in base a quanto prima analizzato in III. 5.1, se si approssima il terreno ad un mezzo omogeneo ed isotropo elastico (lo stato di deformazione non varia con la direzione  $E_v = E_h$ ), avente un modulo di Young medio (v.fig. G1) pari a:

$$E_t = \frac{\sigma_t \cdot b}{\delta} I_\delta = \frac{0,2 \cdot 160}{2,0} 2,5 = 4\text{kN/cm}^2 = 400\text{kg/cm}^2$$

La rigidezza relativa, trascurando il contributo a telaio dell'elevazione, risulta:

$$k_r = \frac{E_c d^3}{E_t \ell^3} = \frac{1500 \cdot 1,15^3}{4 \cdot 12,4^3} \neq 0,30 < 0,5 \text{ rigida}$$

L'incremento della sollecitazione flettente viene allora:

$$\Delta M_{dB2} = \frac{K_r \cdot b}{3} E_t \ell \Delta\delta = \frac{0,30 \cdot 0,4}{3} 40000 \cdot 3,8 \cdot 0,04 = 243\text{kNm}$$

$M_{B2} = 565 + 240 = 800\text{kNm}$  per cui, aumentando gli incastri,

$$d_c = \frac{95}{\sqrt{E_{c\infty}}} \sqrt{\frac{M}{b_w}} = 0,77 \sqrt{\frac{800000000}{400}} = 1088\text{mm} \quad ; \quad \underline{h = 120\text{cm}}$$

In base alla tensione  $f_{cd_\infty} = 0,4 \times 0,83 \times 0,85 \times 25/1,0 = 7,0\text{N/mm}^2$  risulta:

$$d = \sqrt{\frac{C_c}{f_{cd\infty}}} \sqrt{\frac{M_{B2}}{b_w}} = 1,0 \cdot 1088 = 1088\text{mm} < 115\text{cm}$$

e per l'acciaio  $f_{sd} = 220\text{N/mm}^2 = 22\text{kN/cm}^2$ , l'armatura risulta:

$$A_{s\text{mezz}} = \frac{45000}{0,9 \cdot 115 \cdot 22} = 20\text{cm}^2 = 6\Phi 20; A_{s\text{inc}} = \frac{80000}{0,9 \cdot 115 \cdot 22} = 35\text{cm}^2 = 12\Phi 20$$

$$\rho_{\text{mezz}} = \frac{20}{160 \cdot 115} 100 = 0,11\%; \rho_{\text{inc}} = \frac{35}{40 \cdot 115} 100 = 0,75\%; C_c = 7,5$$

Se si esamina poi la fessurazione, risulta:

$$d_{\text{fess}} = \sqrt{\frac{6}{f_{ctk}}} \sqrt{\frac{M}{b}} = 1,73 \cdot 661 = 1144\text{cm} = 115\text{cm}$$

$$M_{fess} = \frac{bd^2}{6} \cdot f_{ctk} = 1,6 \cdot 1,15^2 \cdot 2000 / 6 = 705 \text{ kNm} \approx 700 \text{ kNm}$$

e l'armatura minima nella suola tesa ,risulta:

$$A_{smin} = \frac{40 \cdot 110}{2} \frac{0,2}{22} = 20 \text{ cm}^2 < 10\Phi 20$$

Particolare attenzione va posta allo stato limite per contenere le vibrazioni specie sismiche, secondo i criteri dinamici ,delineati in I. 4 ed in III 1. 7 svolto per evitare la risonanza nei solai.

Solo dopo tali verifiche si possono svolgere quelle riguardanti la gerarchia del collasso, in particolare per taglio fragile ,come effettuato al paragrafo successivo, rispetto allo stato limite ultimo.

L'armatura specie a taglio riportata nell'esempio di figura G17 è stata calcolata con il metodo delle tensioni ammissibili , che conduce a risultati in pratica simili a quelli agli stati limite per l'armature longitudinali e ad una staffatura più severa a taglio, a favore della sicurezza.

Ciò induce i Progettisti a non passare ai nuovi metodi, i quali invece vonno visti sia come migliore aderenza alla reale parzializzazione del c.a. anche in esercizio, realtà che va poi meglio interpretata in termini di duttilità ed in modo da evitare la rottura fragile ,specie allo stato limite di danno sismico.

Nella figura G18 si fa solo un accenno alle fondazioni su pali e quindi

Alle fondazioni profonde, rinviando direttamente alla bibliografia consigliata per i relativi dimensionamenti, che in particolare si possono basare su apposite prove di carico, utilizzando i fattori parziali di sicurezza consigliati dall'EC7.



### III.5.4 STATO LIMITE ULTIMO (SLU)

L'armatura risulta:

$$A_{smezz} = \frac{1,4 \cdot 45000}{0,9 \cdot 115 \cdot 44} = 13,8 \text{ cm}^2; A_{sinc} = \frac{1,4 \cdot 70000}{0,9 \cdot 115 \cdot 44} = 21,5 \text{ cm}^2$$

per cui si arma per lo stato limite di esercizio.

Il dimensionamento dell' armatura a taglio, (v.III.2.5), ripartendo lo sforzo normale fra le travi longitudinali e trasversali, come fatto per il plinto, trascurando la ripartizione per l'equilibrio alla Winkler, risulta:

$$V_{sd} = \frac{1435}{4} + \frac{1,4 \cdot (800 - 100)}{3,8} = 359 + 258 = 617 \text{ kN}$$

Se le travi trasversali non poggiano sul terreno, il taglio viene:

$$V_{sd} = \frac{1435}{2} + \frac{1,4 \cdot 700}{3,8} = 718 + 258 = 1016 \text{ kN}$$

Il taglio resistente, risulta (v. III.3.5):

$$V_{rd}' = b \cdot 0,9d \cdot f_{ctk} / \gamma_c = 40 \cdot 0,9 \cdot 115 \cdot 0,1 = 414 \text{ kN}$$

$$V_{rd} = 0,3bdf_{cd} = 0,16bdR_{ck} = 0,3 \cdot 40 \cdot 115 \cdot 11,0 = 15180 \text{ kN} \gg V_{sd}$$

$$V_{rd}^* = 0,6 \cdot bdf_{tcd} = 0,6 \cdot 40 \cdot 115 \cdot 0,1 = 276 \text{ kN}$$

se si affida tutta la resistenza allo scorrimento alle staffe, risulta:

$$V_{rd}^a = V_{sd} - V_{rd}^* = 617 - 276 = 341 \text{ kN}; V_{rd,max} = 1016 - 276 = 740 \text{ kN}$$

$$A_{staffe} = \frac{V_{rd}^a \Delta_s}{z f_{yd}} = \frac{341 \cdot 215}{0,9 \cdot 115 \cdot 44} = 1,2 \text{ cm}^2 = 2\Phi 10 / 15 \text{ cm}$$

$$A_{st,max} = \frac{740 \cdot 20}{0,9 \cdot 115 \cdot 44} = 3,2 \text{ cm}^2 = 2\Phi 14$$

Le sollecitazioni sismiche si riflettono fortemente sulla staffatura.

In tali condizioni è importante evitare la rottura fragile per taglio, secondo quanto prima evidenziato, l'EC8 raccomanda di adottare un ulteriore fattore parziale di sicurezza  $\gamma_{Rd} = V_{rd} / V_{sd} = 1,2$  che proprio per i carichi uniformemente ripartiti, come quelli in fondazione, può facilmente e sistematicamente essere adottato per calcolare l'armatura (simile SLE):

$$V_{rd} = \frac{M_{rd1} + M_{rd2}}{\ell} \geq 1,2V_{sd} = 740 \text{ kN}; A_s = \frac{380 \cdot 740}{2 \cdot 0,9 \cdot 115 \cdot 44} = 31 \text{ cm}^2 < 35 \text{ cm}^2$$

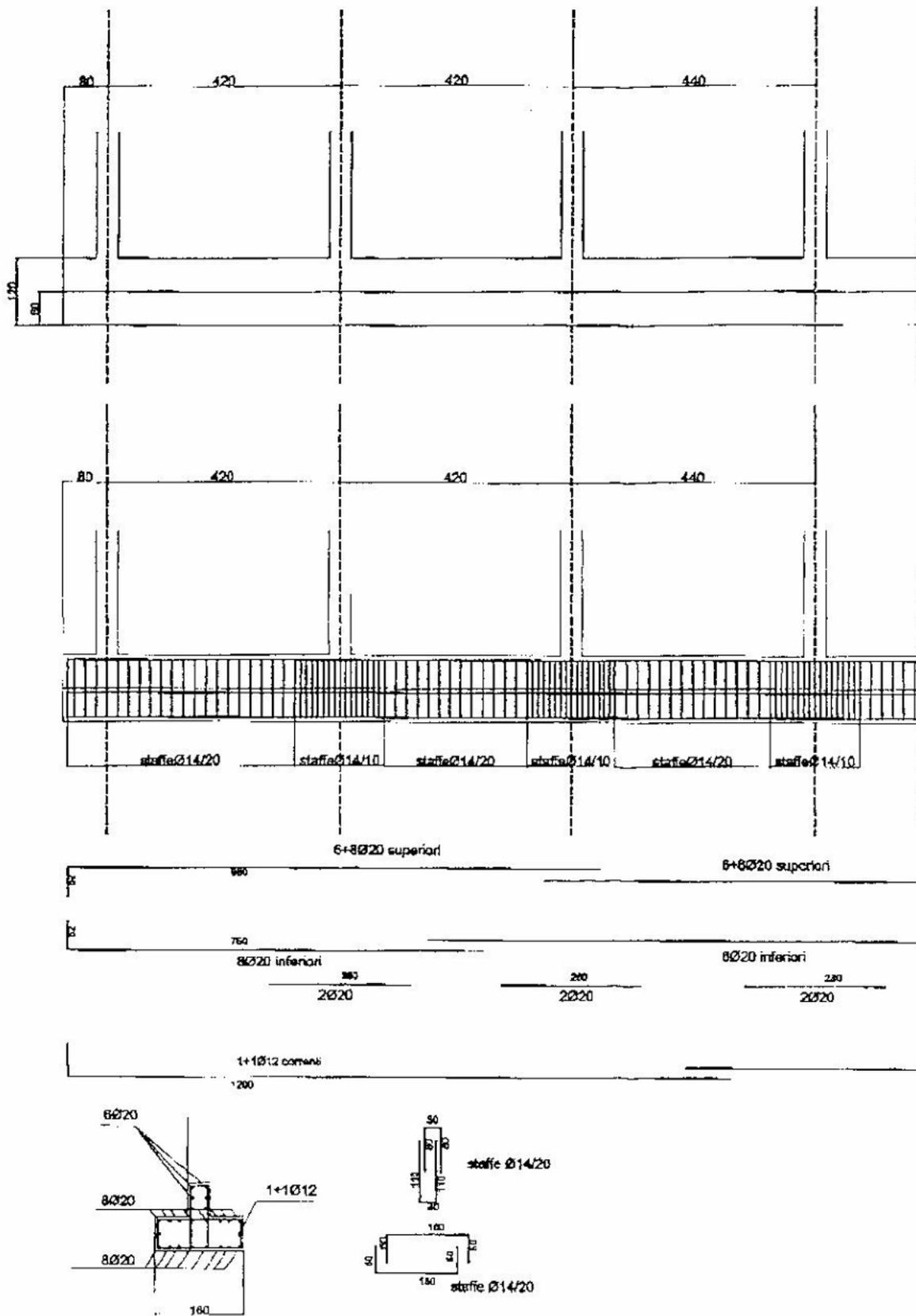
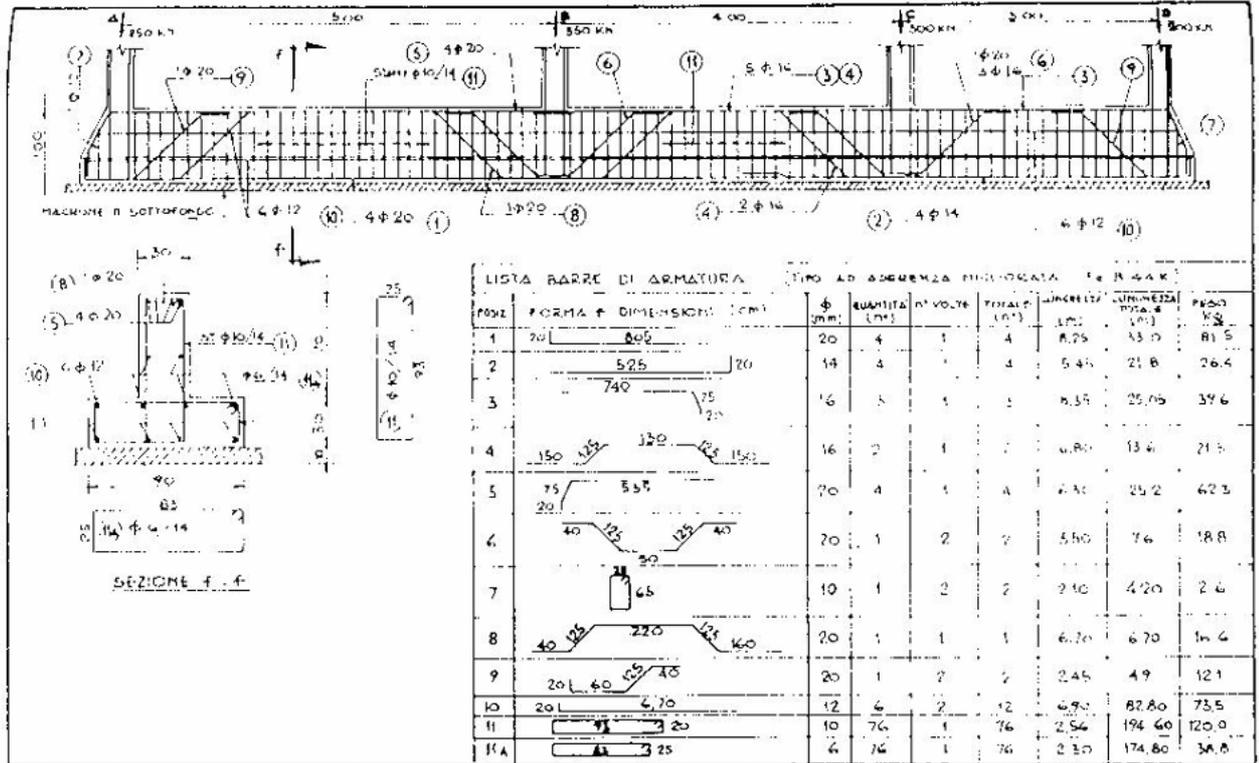
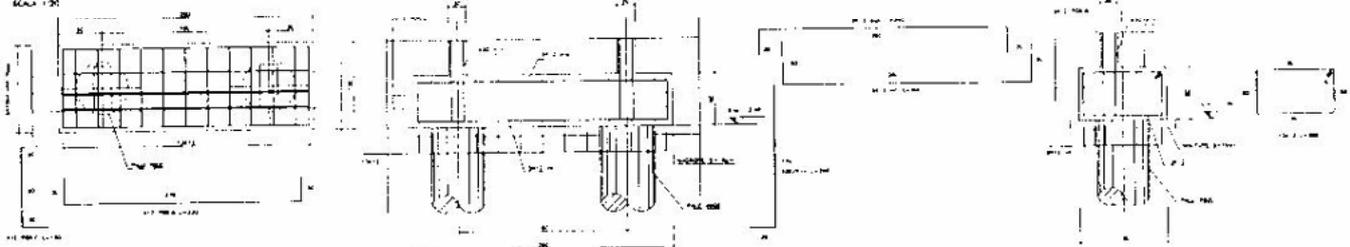


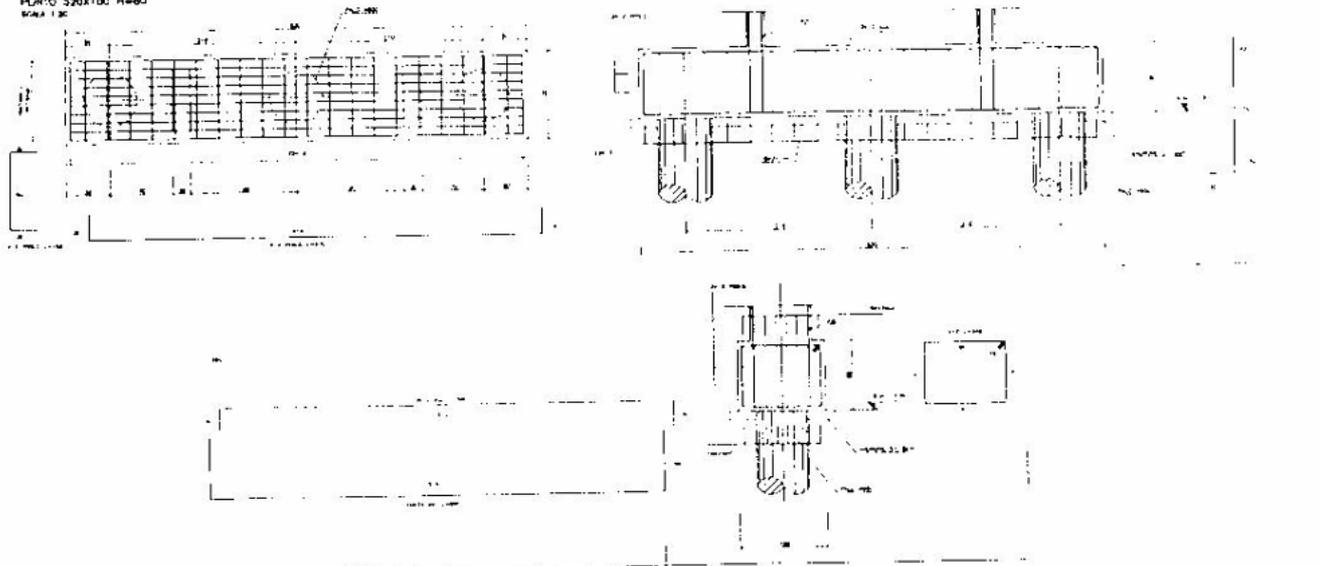
Fig. G17 Carpenteria ed armatura tipo della trave di fondazione di spina



PUNTO 290X100 H=60  
SCALA 1/20



PUNTO 320X100 H=60  
SCALA 1/20



**Fig.G18** Carpenteria ed armatura di una trave di fondazione di un edificio di due piani degli anni '60, ed esempio di carpenteria su pali.

## III.6 MURI DI SOSTEGNO

### III.6.1 VERIFICHE GEOTECNICHE DELLA SICUREZZA

La spinta  $S_a$  attiva del terreno su un muro di sostegno viene valutata secondo le classiche teorie di Coulomb e Rankine e dipende dalle caratteristiche di resistenza  $c, \varphi$  del terreno (vedi figura 4 paragrafo I 3).

La spinta dipende anche dal tipo di vincoli e di cinematismi consentiti come evidenziato in figura G19.

Se il muro ruota semplicemente rispetto alla base dell'ordine di  $h/200$ , in assenza d'acqua risulta

$$S = \frac{1}{2} K_a \gamma h^2; \quad \gamma = 1,8 \text{ } 2,0 \text{ kN/m}^3$$

Essendo  $K_a$  il coefficiente di spinta attivo diagrammato in figura G20 in funzione delle condizioni al contorno e specialmente dell'inclinazione del terrapieno che gravita sul muro e dell'attrito  $\delta$  mobilitato tra terrapieno e muro.

Se il muro è impedito di ruotare come nelle figure G19 c, eg, in quanto ad esempio è contrastato in sommità per non indurre cedimenti ad opere limitrofe il coefficiente di spinta, per profilo del terrapieno orizzontale, cresce da  $K_a$  al valore di quiete litostatico  $K_0$ , i quali rispettivamente valgono:

$$K_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}; \quad K_0 = (1 - \sin \varphi) \sqrt{\frac{\sigma'_p}{\sigma'_{vo}}}$$

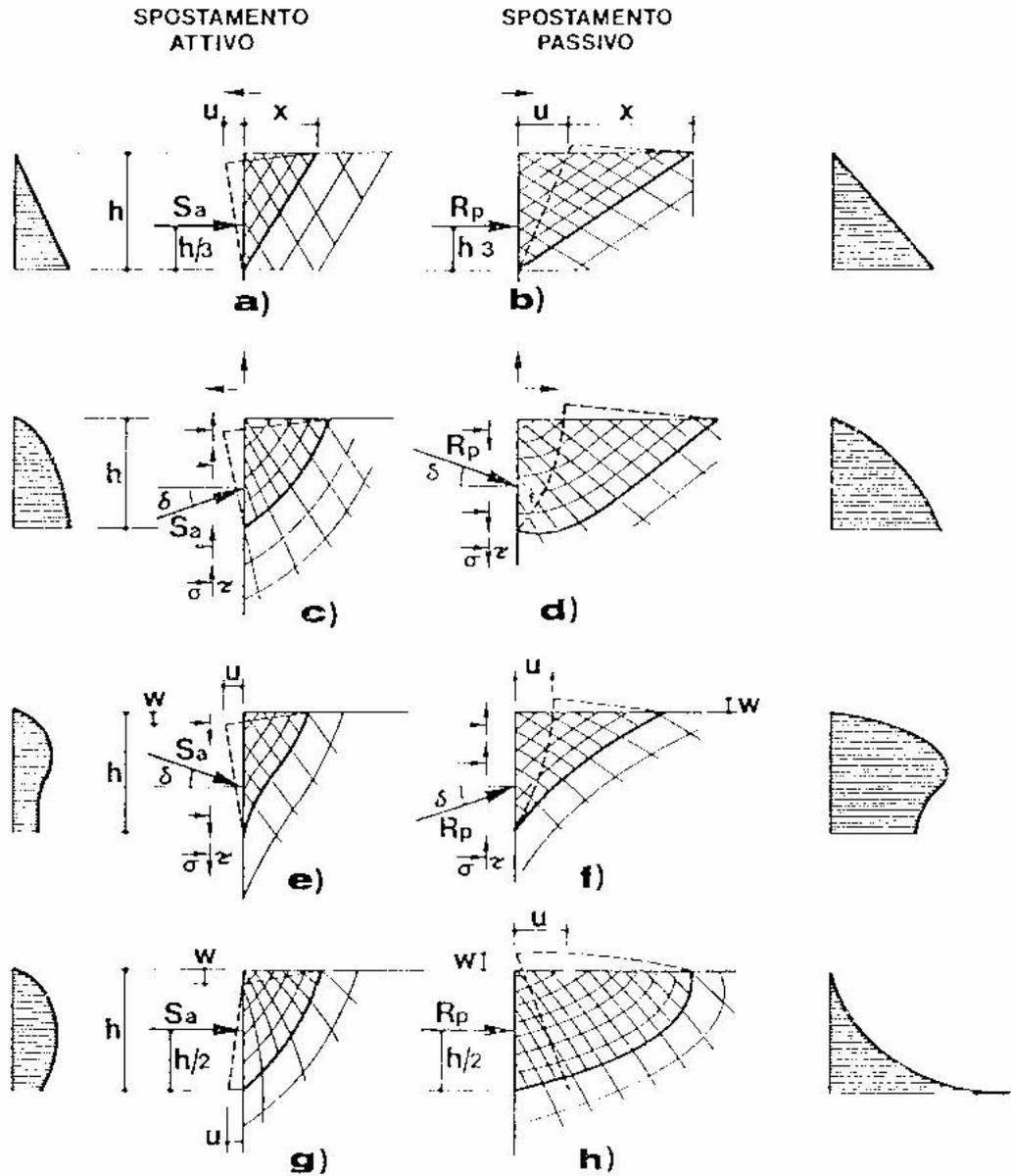
per valore della coesione  $c=0$  e per grado di addensamento  $\sigma'_p / \sigma'_{vo}$  del terrapieno se compattato.

La spinta sul muro è inoltre fortemente influenzata dalla presenza di acqua, secondo la classica distribuzione lineare di Pascal, ovvero della presenza o meno di drenaggi funzionanti a tergo del muro.

La figura G21 evidenzia con le regole della statica grafica l'aumento della spinta attiva in presenza d'acqua e dal variare del moto di filtrazione, la spinta incrementa il poligono delle forze chiuso nel caso di falda acquifera che raggiunge la sommità del muro trascinandole risulta:

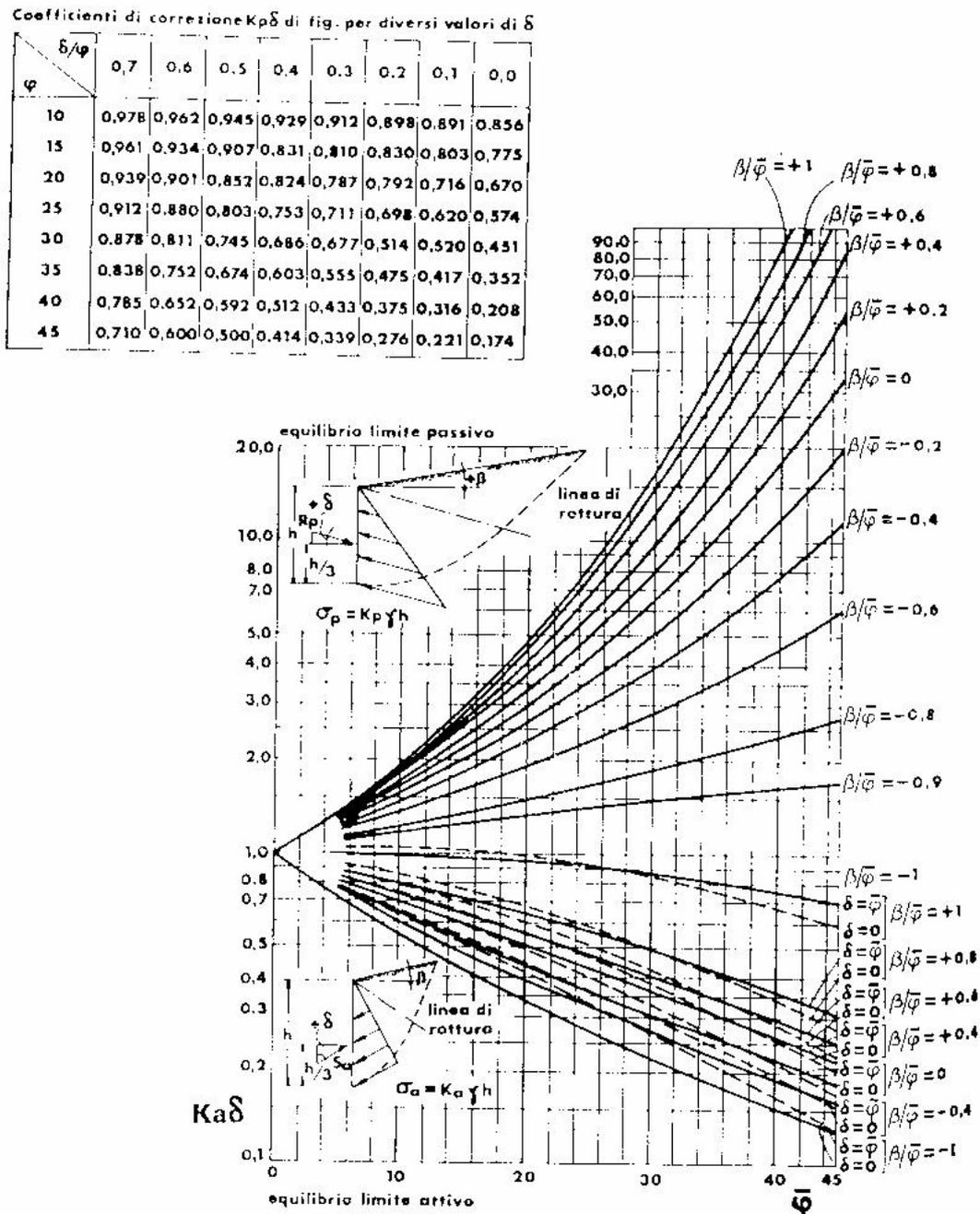
$$S = \frac{1}{2} K_a (\gamma - \gamma_w) h^2 + \frac{1}{2} \gamma_w h^2 \quad (\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3)$$

In particolare deve essere prevenuto il sifonamento idraulico.



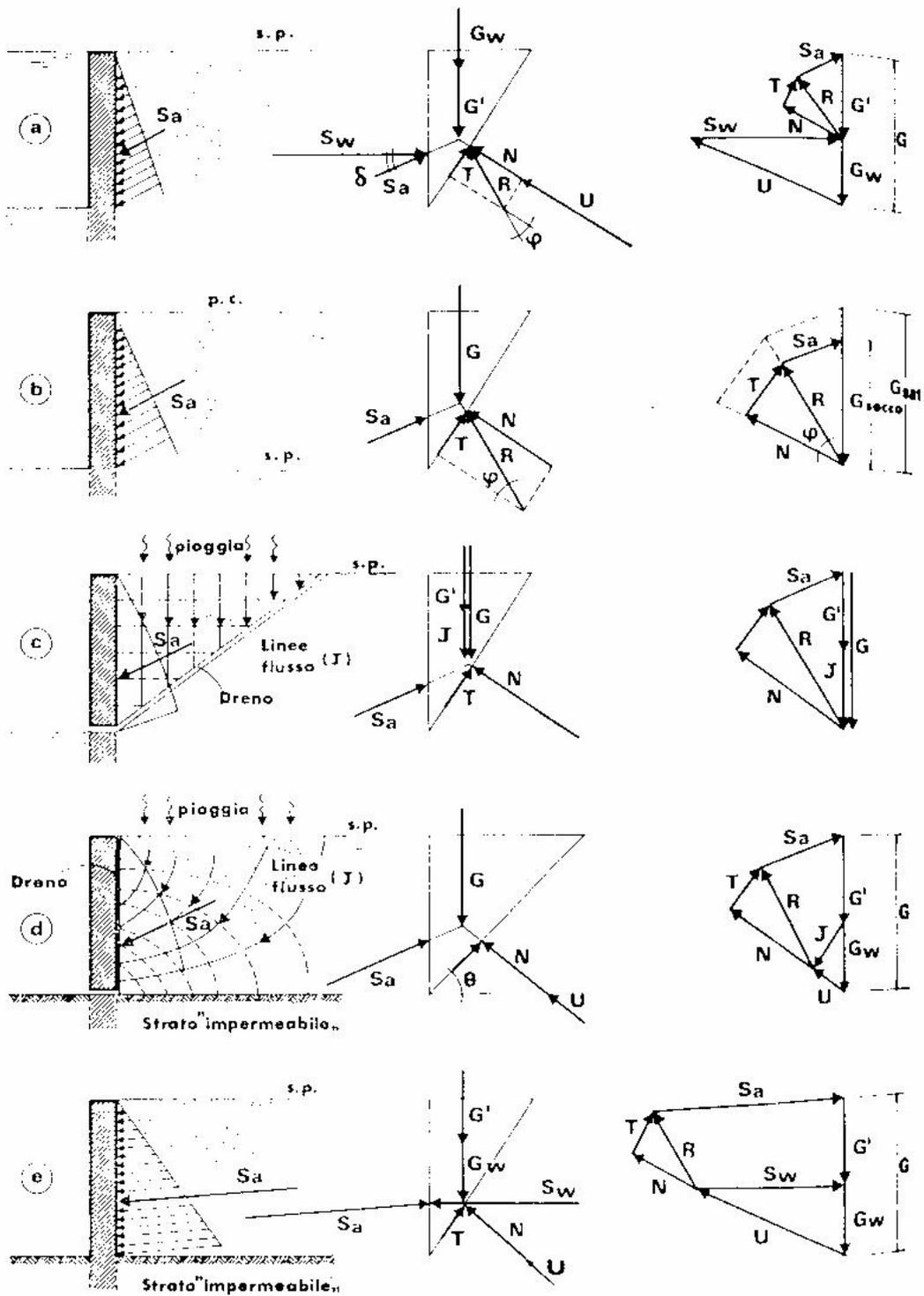
Panoramica delle curve di scorrimento, ed in particolare di quella delimitante i prismi di rottura e dei diagrammi di spinta e di resistenza correlati alle tensioni tangenziali al contatto diaframma-terreno (fig. c, d, e, f), ed alle deformazioni del diaframma (fig. g, h) (condizioni al contorno reali), rispetto alle condizioni di contorno ideali di Rankine (fig. a, b).

**Fig. G19** Variazione della distribuzione delle pressioni spingenti su un muro in funzione degli spostamenti consentiti al muro stesso.



Coefficienti di pressione laterale attiva  $K_{a\delta}(\beta)$  e passiva  $K_{p\delta}(\beta)$  al variare dell'inclinazione  $\beta$  del piano campagna e dell'angolo  $\delta$  di inclinazione della spinta; il parametro del muro è assunto verticale ( $\alpha = 90^\circ$ ) (Nav-Ducks U. S.).

**Fig. G 20** Valori del coefficiente di spinta attiva  $K_a$  in funzione delle inclinazioni del paramento e del terrapieno



Diversificazione della spinta attiva su una parete per effetto del ruolo dell'acqua nei terreni incoerenti; *a*, immersione simmetrica da ambo i lati; *b*, terreno acuto; *c*, filtrazione verticale; *d*, drenaggio verticale in presenza di strato di base "impermeabile"; *e*, immersione asimmetrica in presenza di strato di base "impermeabile" (ricostruito da illustrazioni di Lambè)

**Fig. G 21** Analisi grafica del poligono delle forze chiuso e del poligono funicolare chiuso all'evolversi delle spinte idrauliche  $S_w$ .

Particolare attenzione va fatta anche per le opere di sostegno nei riguardi delle condizioni "non drenate" e "drenate" del terreno spingente come già descritto per le fondazioni. Le condizioni "non drenate" risultano, trattandosi di decompressione, più vantaggiose di quelle "drenate", inversamente a quanto accade per le fondazioni. La coesione non drenata  $c_u$  di un terreno per esempio argilloso può rendere la scarpata provvisoria del terrapieno appena scavato in condizioni stabili, ma basta il semplice drenaggio per evaporazione all'aria o "sfioritura" da rendere drammaticamente la scarpata passibile di crollo, e di gravi rischi per gli operai, quasi a ricordare che  $\varphi_u = 0$ .

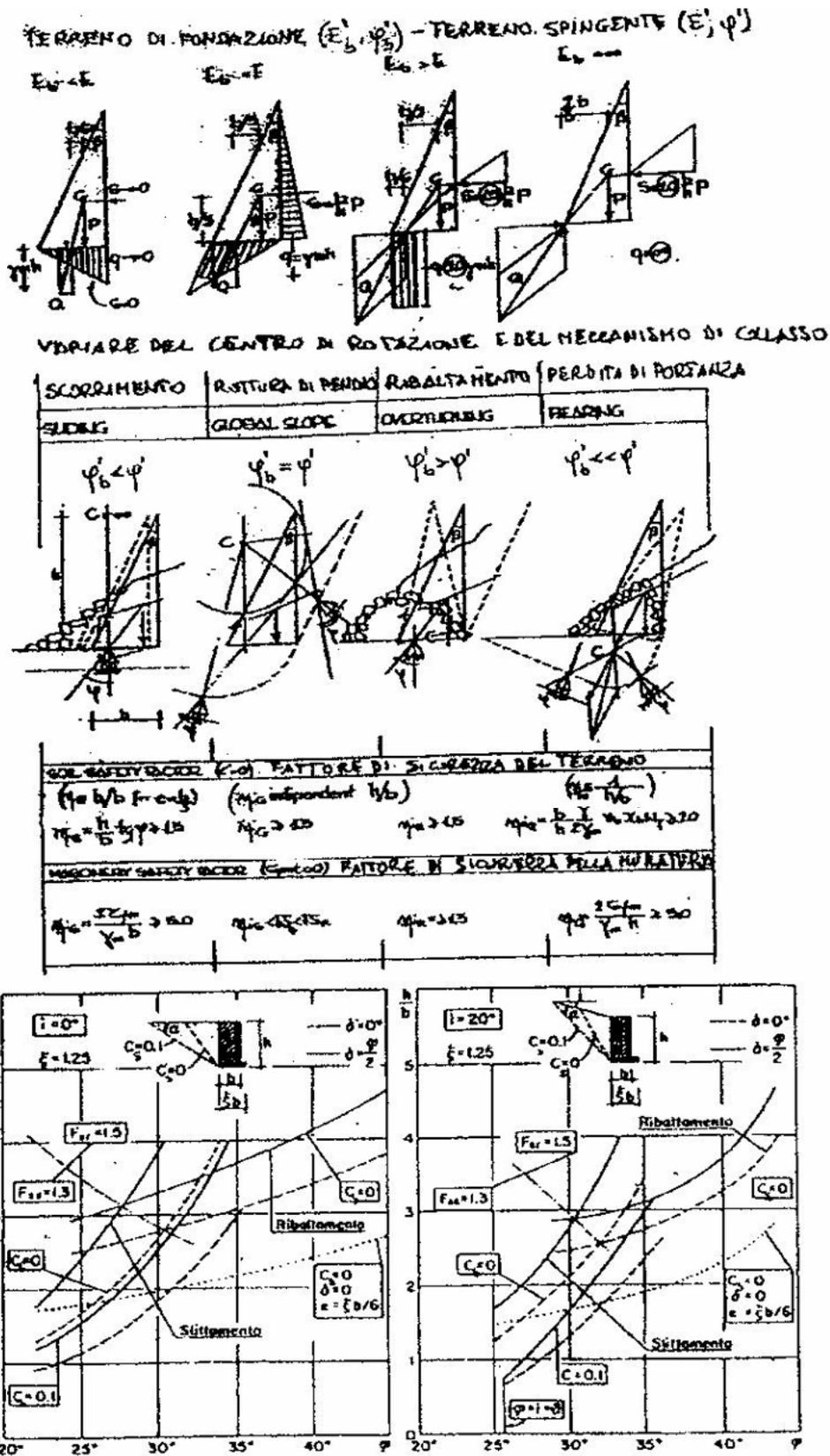
Il fatto che non si veda particolare fuoriuscita d'acqua anche in presenza di falda acquifera al piano campagna, o che non necessitano pompe non garantisce assolutamente la stabilità della scarpata solo inizialmente stabile ma con le spinte specie dell'acqua pronte a innescare il crollo. Solo con piezometri di tipo Casagrande e non con i tubi sfinestrati, passibili di evaporazione, si può misurare l'esatta posizione della falda acquifera, ed prevenire i predetti pericoli.

È emblematico poi il caso di uno scavo sostenuto da pareti in c.a. incastrate alla soletta di platea di base di un'opera poco pesante che è fuoriuscita dal piano stradale alla chiusura impermeabilizzata dello scatolare, in quanto non era stata bilanciata la sottospinta archimedeica, ovvero la sottoppressione  $\gamma_w \cdot h_c$ , essendo  $h_c$  la profondità di immersione della carena in acqua, comportandosi la fondazione come una nave (vedi anche fig. 2).

Nel caso della nave peraltro la stazza risultante deve essere  $G \leq \gamma_w V_c / \eta$  essendo  $V_c$  il volume di carena immersa al galleggiamento; la fondazione invece deve "affondare" nel terreno per essere stabile, per cui  $G \geq \eta \gamma_w V_c$ , con  $\eta = 1,2 \div 1,3$  in particolare tenendo conto anche di eventuali azioni sussultorie  $\Delta G = (0,1 \div 0,4)G$ ; in fase di costruzione si può abbassare la piezometrica, purché non s'interferisca dannosamente con le opere limitrofe (v. fig. G26).

Il dimensionamento dei muri di sostegno si basa sulle verifiche allo stato limite ultimo che sono state utilizzate in geotecnica sin dalla nascita e solo di recente sono state estese allo stato limite di esercizio, al contrario di quello che si è verificato per le strutture con le attuali normative.





Incremento delle dimensioni  $h/b$  e dei costi di un muro a gravità al ridursi delle varie caratteristiche meccaniche dei terreni e al crescere delle azioni sismiche ovvero del coefficiente di intensità  $C_s = 0.1$  d'esercizio rispetto  $C_s = 0$  delle spinte statiche.

Fig. G 22 Gerarchia dei meccanismi di collasso sia del terreno, sia della

struttura, specialmente in zona sismica.

La figura G22 evidenzia i vari tipi di verifiche agli stati limita sia del terreno ,sia della struttura di sostegno , a seconda del tipo di meccanismo di collasso che s'instaura per arrivare al crollo. Il criterio della gerarchia di collasso ,più volte richiamato in 1.3 ,per rendere meno vulnerabili possibile le strutture in zona sismica, appare ancor più evidente per i muri di sostegno.

Il centro C di rotazione del complesso muro –terreno , caratterizza il cinematismo in atto da prevenire, che risulta molto diverso per crollo per scorrimento ( $\Sigma X = 0$ ), per perdita di portanza ( $\Sigma Y = 0$ ), per ribaltamento ( $\Sigma M = 0$ ), o per rottura globale del pendio.

Gli antichi fattori  $\eta$  di sicurezza deterministici (v.1.4) , ciascuno come riportato in figura G22 per la rispettiva equazione di equilibrio scalare, perdurano, pur rivisitati dai criteri di sicurezza semiprobabilistici ,delineati nel paragrafo III. 4.

Il coefficiente di spinta  $K_a$  s'incrementa in presenza di azioni inerziali sismiche sia del terrapieno  $S_a G_t/g$  sia del muro  $S_a G_m/g$  come mostra l' inclinazione dei vettori gravitativi nell' analisi grafica pseudostatica riportata all'inizio di questa III Parte a simbolo didattico.

La figura G22 mostra in basso un'analisi parametrica dell' incidenza della gerarchia di collasso a scorrimento rispetto al ribaltamento (v. III.6.2) in presenza o meno di forze d'inerzia sismiche, in analogia a quanto descritto per il collasso a taglio ed a flessione per le strutture in c.a.(capacity design)

Si evidenzia , come fatto per le fondazioni rigide, l'emblematica situazione per cui più si vuole stabilizzare il muro a gravità , accrescendone le dimensioni, più si aumentano le forze d'inerzia, se inoltre si impedisce al muro di spostarsi , si esaltano ulteriormente le spinte ,come prima detto per  $K_o$  .

Se non s'interferisce con opere a monte del muro , è opportuno consentire spostamenti contenuti ( $h/200$ ) dei muri o ricorrere ad opere di sostegno molto flessibili, come le fasciate modernizzate nei crib wall.

La complessa Geologia italiana può comportare muri che interagiscono parte con ammassi rocciosi più o meno fessurati e parte con terreni in falda acquifera, per cui è fondamentale zonizzare con giunti la struttura, e non ostacolare assolutamente il deflusso delle acque ,inserendo idonee caditoie.

Le spinte, sia sismiche sia geologiche, possono poi essere non solo normali al muro (statica piana), ma vanno verificate tridimensionalmente.



### III. 6.2 STATO LIMITE DI ESERCIZIO

Il dimensionamento di un muro si basa tradizionalmente sui margini di sicurezza rispetto a ciascun tipo di meccanismo di rottura, come prima delineato, e come svolto in figura G22.

Si noti in particolare che la verifica a ribaltamento è fatta scegliendo il polo A al piede del muro, tale polo è stato denominato:

-A<sub>0</sub> per il dimensionamento corrispondente al fattore di sicurezza a ribaltamento  $\eta_r = 1$ , ovvero a collasso, (muro tratteggiato in fig.G23).

-A<sub>r</sub> per  $\eta_r = 1,5$ , minimo di norma, corrispondente a circa un' eccentricità della reazione risultante R<sub>t</sub> del terreno, al limite del nocciolo d'inerzia della base fondale del muro ( $e=b_r/6$ ).

-A per risultante R<sub>t</sub> centrata nel baricentro della fondazione larga b, per incremento della lunghezza della mensola anteriore.

Si richiama in merito che la verifica al ribaltamento non dipende dal polo A, essendo il momento risultante normale alla risultante ( $M \times R = MR \cos 90^\circ = 0$ ) invariante con il polo,

Lo stato di esercizio prevede che  $M_{stab} \geq \eta_r M_{rib}$ , per cui la distanza A<sub>0</sub> – A, materializza proprio la sicurezza al ribaltamento, se si sceglie come polo il baricentro G della fondazione, si evidenzia il corrispondente ruolo dell' eccentricità  $e > 0 < b/6$ .

La presenza della mensola anteriore, considerando il muro come un corpo rigido, presenta gli stessi vantaggi statici visti per la mensola all'estremità della trave di fondazione. Si può infatti centrare la reazione del terreno nel baricentro della fondazione, eliminando i cedimenti per rotazioni rigide  $\theta$ , in modo da mantenere i cedimenti differenziali in campo ammissibile, e conseguentemente basare la dimensione b solo sulla portanza  $\sigma_{tamm}$ , secondo la problematica già descritta per i plinti (v. fattori di portanza  $N_c, N_q, N_\gamma$ ).

Gli svantaggi sono stati già evidenziati al paragrafo precedente, in merito alla crescita enorme delle dimensioni se il modello rigido si vuole estenderlo all'intera opera di sostegno, come visto nella I<sup>a</sup> Parte.

Nella figura G23 sono riportate le varie verifiche , per quanto riguarda la valutazione della portanza ultima si noti che è sistematicamente ridotta dal coefficiente d'inclinazione  $\chi_t = (1 - tg\delta)$  essendo  $\delta$  l'inclinazione della risultante ,ovvero l'angolo di attrito mobilitato con cui la reazione del terreno si oppone allo scorrimento.

La verifica dei cedimenti viene descritta per il caso di terreno elastico omogeneo ed isotropo, ad esempio per  $E=400 \text{ kg/cm}^2 = 4 \text{ kN/cm}^2$  ,  $\delta_v < 2 \text{ cm}$  , ammissibile per basare il dimensionamento sulla sola portanza,

Inoltre  $\delta_h = \frac{h}{b} \delta_v \approx \frac{h}{500}$  corrisponde congruentemente allo spostamento che consente l'instaurarsi dello stato di spinta attivo (v. fig.G 19) , ovvero per deformazioni del terreno del 2‰ tipiche del campo lineare elastico descritto in fig.3 nella Iª Parte.

Si noti che per fondazioni del muro su roccia  $\theta = 0$  per cui il coefficiente di spinta da  $K_a$  cresce a  $K_o$  , però se si compatta il terrapieno , crescendo  $\varphi$  ,si riduce il coefficiente fino a valori intorno a  $K= 0,1 \div 0,2$  .

La larghezza della fondazione ,per coesione  $c=0$ , risulta;

$$b = h\sqrt{\eta_r K_a} \approx \frac{h}{2} = 3,0 \text{ m}$$

in prima approssimazione , in base anche alla conoscenza dei parametri geotecnica e dei relativi fattori parziali di sicurezza.

La classica verifica di Coulomb allo scorrimento basata proprio sulla definizione dell'angolo d'attrito  $\varphi$  ovvero  $tg\varphi = S / G$  per il fattore di sicurezza  $\eta_s = 1$  , per cui  $\varphi$  rappresenta l'apertura del cono di attrito , oltre la quale l'inclinazione della risultante instaura la perdita di stabilità per scorrimento. Per inciso emblematico è in merito il comportamento delle automobili molto pesanti e potenti su strada innevata, rispetto a quelle piccole e poco potenti. La componente del peso dell'auto pesante sul piano inclinato , come evidenziato da Galilei, supera subito la resistenza per basso attrito dovuto alla superficie sdruciolevole, che invece è meno impegnata da auto più leggere (v. figura G 26 riguardante la stabilità dei pendii).

Solo in pianura la macchina più pesante è più vantaggiosa di quella leggera, così i ricchi rischiano di scivolare subito appena c'è la difficoltà della salita, illudendosi anche di essere più potenti.

In presenza del sisma, nella figura G 22, viene evidenziata la gerarchia di collasso fra la rottura per scorrimento e quella per ribaltamento.

Per  $\varphi < 30^\circ$  e per accelerazioni di progetto caratterizzata dal coefficiente sismico  $C_s = 0,1$ , della precedente normativa sismica, la figura segnala che il dimensionamento del muro è condizionata anzitutto dalla carenza di resistenza allo scorrimento.

Con l'EC8 il predetto risultato permane, ma anziché essere svolto per lo stato limite di esercizio, è trattato con i valori dell'accelerazione più realistici visti nella prima Parte in I.4, per lo stato limite di danno. Si possono allora ammettere spostamenti del muro, specie orizzontali, maggiori di quelli sopra descritti, se non ci sono opere a monte che condizionano tali spostamenti. Si noti che dopo che il muro si è spostato a causa del terremoto, si ripristina la resistenza attritiva, che specie con i terreni incoerenti anziché degradarsi verso i valori residui può addirittura crescere per addensamento del terreno vibrocompattato dalle scosse. Per questa ragione frane in atto nei conoidi di detrito pedemontano, si esauriscono dopo un evento sismico. Naturalmente succede esattamente il contrario con terreni coesivi ed in presenza di falda d'acqua, con i disastri che tanto piagano l'Italia e che potrebbero essere prevenuti se almeno si realizzasse il continuo disciplinamento delle acque, con chiare competenze e capitoli di spesa pubblica agricolo-forestale.

Le sollecitazioni massime nelle sezioni principali del muro a sbalzo in c.a. sono calcolate in figura G24 in assenza di sisma, per gli usuali fattori parziali di sicurezza  $\gamma_g = 1; \gamma_t = 1$  d'esercizio.

Vanno in particolare valutati i sovraccarichi sul ciglio del muro, specie se di collisione, se l'opera è di sostegno stradale, o gli scalzamenti al piede, specie se l'opera è vicina ad un corso d'acqua.

Vanno anche evitati rinterri con terreni argillosi specie sovraconsolidati, che nel tempo con le infiltrazioni piovane diventano fortemente spingenti per rigonfiamento.

Le armature conseguenti, secondo i metodi SLE già visti per altre membrature, sono riportate nelle figura G25, con il tipico estratto dei ferri.

Nella figura G26 infine in alto sono delineati gli spostamenti tipici nell'intorno di opere di sostegno di scavi, che s'incrementano sensibilmente ,se si deprime la falda acquifera.

**RIBALTAMENTO**

$$S = \frac{1}{2} K_0 \gamma h^2 \text{ (KN/m)}$$

$$G = \gamma_m h b_z \text{ (KN/m)}$$

$$R_t = \sqrt{G^2 + S^2} \text{ (KN/m)}$$

$$M_{stab} = \frac{1}{6} K_0 \gamma h^3 \text{ (KN.m/m)}$$

$$M_{stab} = \frac{1}{2} \gamma_m h b^2 \text{ (KN.m/m)}$$

**SCORRIMENTO**

$$\eta_s = \frac{G + \gamma h}{S} \geq 1,3$$

$$b_s \pm \frac{\eta_z k_a}{2 \gamma h} h \geq b_z$$

**PORTAZIONE**

Terrano: non drenata ( $\phi=0$ )

$$\sigma_{b\text{amm}} = \frac{c_u N_c}{\eta} = 2c_u$$

Terrano drenata ( $c=0$ )

$$\sigma_{b\text{amm}} = (\gamma h \eta_q + \gamma \frac{b}{2} \eta_{\gamma}) \chi_t$$

Fattore d'inclinazione

$$\chi_t = (1 - \tan^2 \theta)^2$$

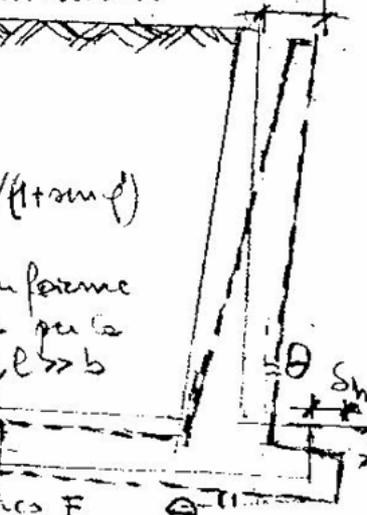
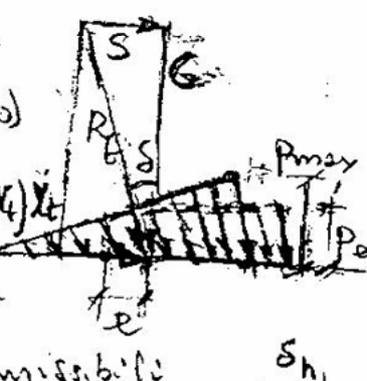
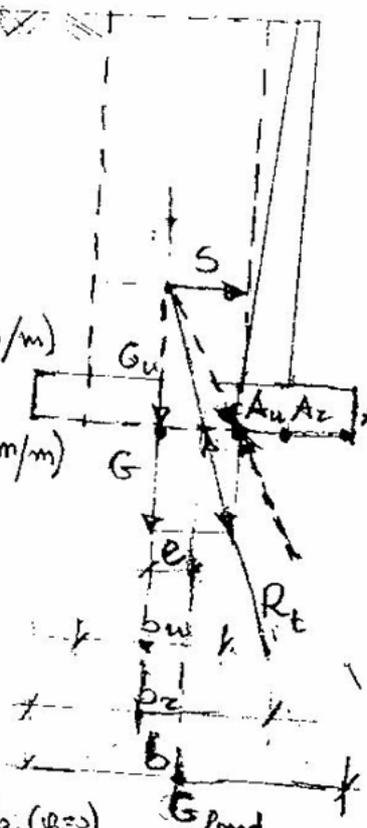
Circostanze ammissibili

Terrapieno  
 $c=0$

$$K_0 = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$$

Fondazione monoforcata  
fattore di forma per la  
portanza  $\beta=1$ ,  $e \gg b$

Terrano di fond.  
semispazio elastico E



$$\eta_{cu} = 1; \sum M_u = 0$$

$$\frac{1}{2} \gamma_m h b_u^2 = \frac{1}{6} K_0 \gamma h^3$$

$$b_u \approx h/3$$

$$\eta_{zib} \approx 1,5; M_{stab} = \eta_z M_{zib}$$

$$\frac{1}{6} \gamma_m h b_z^2 = \eta_z \frac{1}{6} K_0 \gamma h^3$$

$$b_z \pm h \sqrt{\eta_z k_a} \geq b_s$$

$$e \approx \frac{b_z}{2} - \frac{M_{stab} - M_{zib}}{\gamma_m h b} \approx \frac{b_z}{6}$$

$$b \approx b_z + 2e \approx \frac{4}{3} b_z$$

per centroso  $R_t$  in fondazione

$$p_{max} = 2 \gamma_m h; e = b_z/6$$

$$p_{eq} = \frac{3}{4} p_{max} \leq \sigma_{b\text{amm}}$$

$$p_{max} = \frac{4}{3} \frac{\gamma_m h b_z}{b_z - 2e} \quad e > b_z/6$$

$$p_{eq} = \frac{\gamma_m h b_z}{b_z - 2e} \leq \sigma_{b\text{amm}}$$

$$\delta_{ho} \approx \frac{1}{4} \frac{S}{E} \quad (\delta_{ho} = 0 \text{ su terreno})$$

$$f_{\theta} \approx \frac{1}{2} \frac{8 M_z}{b_z^3 E} \quad (\theta = 0 \text{ per } b_z = b)$$

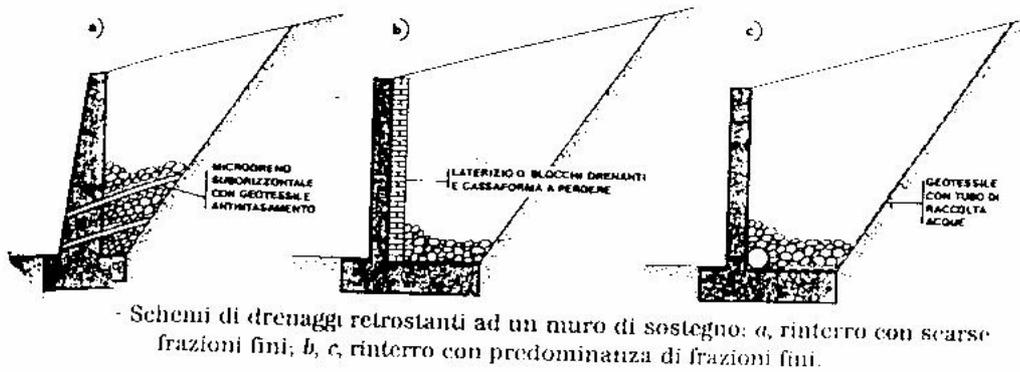
$$\delta_h = \delta_{ho} + h \tan \theta < h / (200 + 500)$$

$$\approx \frac{S}{4E} \left( 1 + \frac{h^2}{3b^2} \right) < \frac{h}{(200 + 500)}$$

$$\delta_v \approx \frac{3}{2} \frac{\gamma_m h}{E} b \tan \theta \leq (3 + 5) \text{ cm}$$

in base interfaccia opere e monte

Fig. G 23 Principali verifiche geotecniche per il dimensionamento di un muro.



Sez. A-A

per sovraccarico  $q = \gamma s_2$

$$T = \frac{1}{2} k_0 \gamma h^2 \rightarrow A_{stA}$$

$$M = \frac{1}{6} k_0 \gamma h^3 \rightarrow A_{sA}$$

Sez. 3-B

per  $e = b/6$

$$T = \frac{1}{2} \gamma h \bar{b} \rightarrow A_{stB}$$

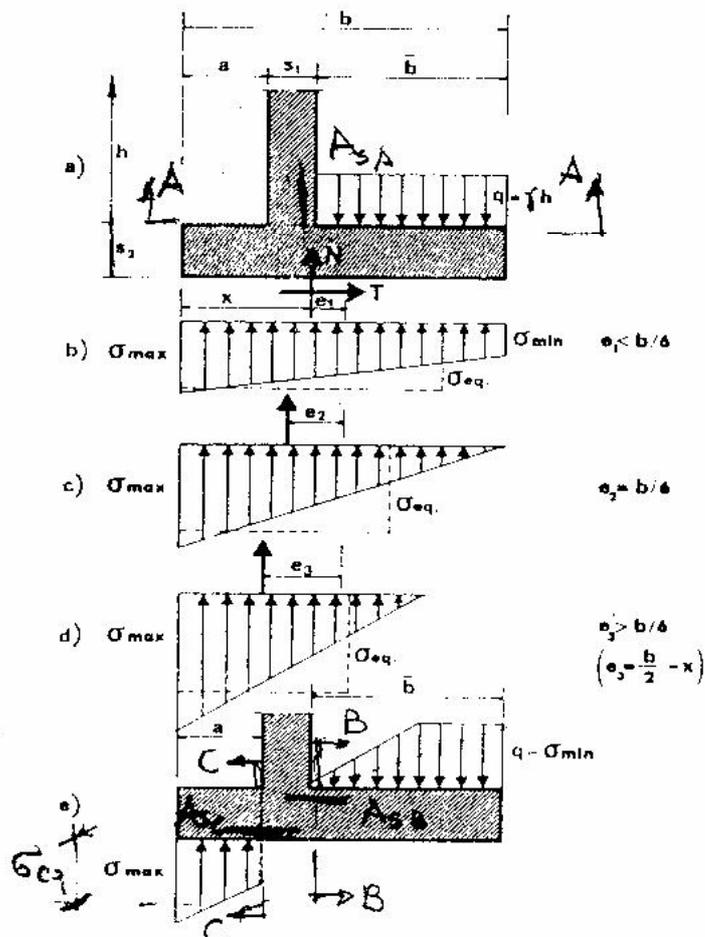
$$M = \frac{1}{3} \gamma h \bar{b}^2 \rightarrow A_{sB}$$

Sez. CC

per  $\gamma_m = \gamma$

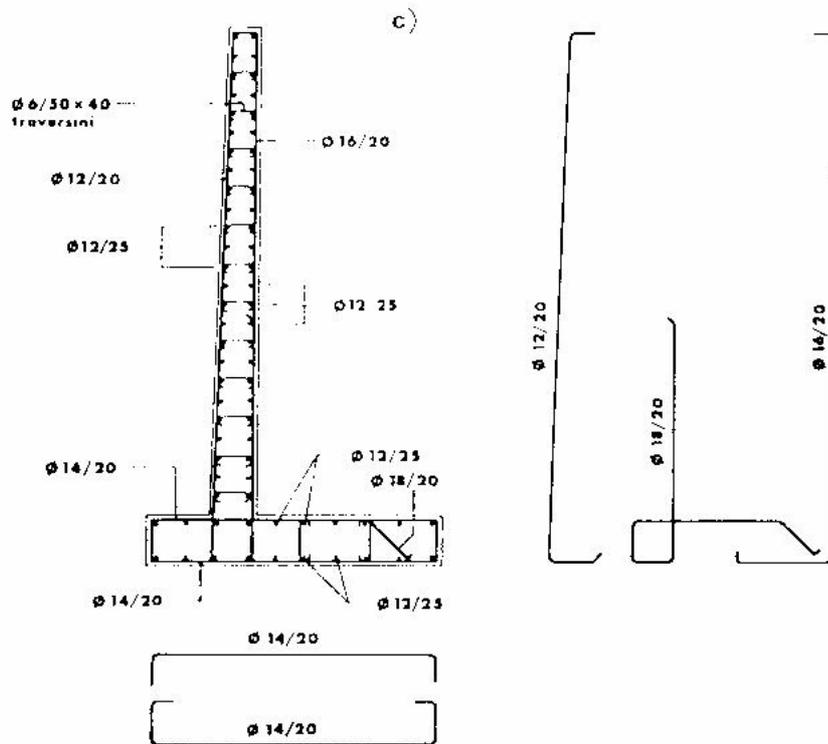
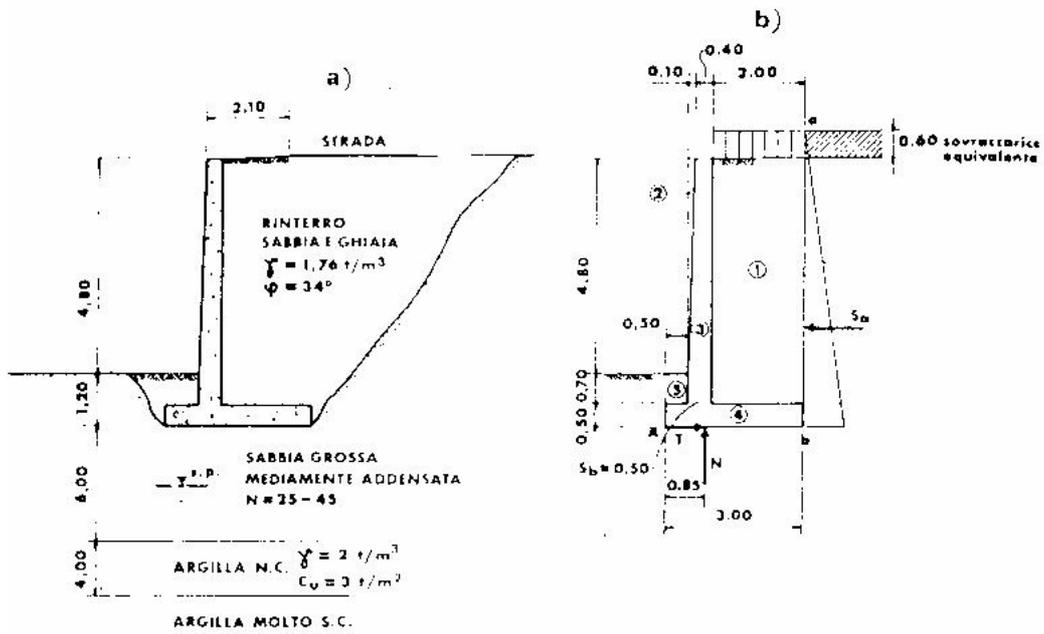
$$T = \frac{3}{2} \gamma h a \rightarrow A_{stC}$$

$$M = \frac{3}{4} \gamma h a^2 \rightarrow A_{sC}$$



Diagrammi della pressione alla base di un muro di sostegno: a, azioni sul muro; b, risultante entro il terzo medio; c, risultante sul terzo medio; d, risultante esterna al terzo medio; e, diagramma risultante delle pressioni di contatto sollecitanti il basamento per il caso d.

Fig. G 24 Calcolo delle sollecitazioni massime nelle principali sezioni del muro



• Esempio di calcolo di un muro a mensola in c.a.: a, caratteristiche geometriche e del terreno; b, azioni sul muro; c, progetto.

**Fig.G 25** Carpenteria ed armatura tipo di un muro in c.a. a sbalzo.

### III.6.3 STATO LIMITE ULTIMO (SLU) ( C.A. eMURATURE)

Nei riguardi del terreno, il calcolo SLU è già intrinsecamente compreso in quello SLE sopra svolto, come verifica geotecnica .

Nei riguardi della struttura in c.a. ci si limita ad evidenziare la verifica per evitare la rottura per taglio fragile, in presenza di sisma, come effettuato per la trave di fondazione.

Per inclinazione  $i$  del pendio di monte e paramento del muro verticale, il collasso si verifica se fosse indefinito per:

$$tgi \geq tg\varphi - tg \frac{a_{gx} / g}{1 - a_{gz} / g}$$

essendo  $a_{gx}$  la componente ondulatoria e  $a_{gz}$  quella sussultoria.

La figura G26 delinea la verifica statica grafica di un pendio ,non indefinito,evidenziando ancora l'importante ruolo della superficie piezometrica della falda acquifera.

Il coefficiente di spinta attivo, per spostamenti ciclici non impediti del muro, inglobando nel terrapieno, in prima approssimazione ,anche l'inerzia del muro, (v. figura in copertina della III parte)sale a :

$$K_{aE} \approx K_a + a_{gx} / g$$

con distribuzione presso ria delle spinte inerziali massima in sommità e nulla alla base, al contrario del distribuzione statica, e con braccio della spinta che, sempre in prima approssimazione ed in sintonia con lo scuotimento ,s'innalza da  $h/3$  a  $2h/3$ .

Si ricorda che il coefficiente di spinta attivo  $K_a$  è funzione dell'angolo  $45^\circ - \varphi / 2$  ovvero dell'angolo medio fra quello di natural declivio  $\varphi$  per cui il pendio è ancora possibile e l'angolo di  $45^\circ$  per cui la componente gravitativa secondo un piano inclinato bilancia quella normale al piano stesso.

Il rapporto altezza su base ,diagrammato in fig. G 22, è dell'ordine di:

$$\frac{h}{b_E} = \frac{h}{b} = \frac{(tg\varphi - a_{gx} / g)}{tg\varphi} \cdot \frac{K_a}{K_{aE}}$$

Il taglio sollecitante massimo viene:

$$V_{sd} = \frac{2}{3} K_{aE} \gamma h^2 = 0,67 \cdot (0,2 + 0,35) 19 \cdot 5,5^2 = 212 \text{ kN} / \text{m}$$

Il taglio resistente, per  $\gamma_{Rd} = 1,2$ , per evitare la rottura fragile deve risultare:

$$V_{rd} = 1,2 \cdot 212 = 254 \text{ kN} / \text{m} < V_{rd}' = 0,6 \cdot 45 \cdot 100 \cdot 0,1 = 270 \text{ kN} / \text{m}$$

essendo 45cm lo spessore senza copriferro del muro alla base.

L'armatura a taglio viene pertanto quella costruttiva limite a fessurazione

$$A_{st} = \frac{f_{ctk}}{f_{yk}} \Delta_{sx} \Delta_{sz} = \frac{0,2}{44} 20 \cdot 25 = 2,26 \text{ cm}^2 = 1 \text{ traver sin o } \Phi 12 / 20 \times 25$$

disposti a quinconce, per cucire le armature all'intradosso e all'estradosso della parete, da diradare con il ridursi del taglio, rispetto all'interasse sopra valutato  $\approx 10 \Phi 12 / \text{m}^2$  per la fascia basale della parete.

Per inciso rapporti simili di cucitura sono indicati anche per il consolidamento, in zona sismica, delle murature per consentire di legare intonaci cementizi rinforzati con reti elettrosaldate.

Si richiama in merito, che tale tecnologia funziona solo se le armature confluiscono nei vincoli di appositi cordoli, se si vuole "copiare" il c.a. Per realizzare questi ultimi si devono però fare demolizioni praticamente selvagge, oltre alle intense perforazioni per le cuciture dei muri, che staticamente non si sentono affatto aiutati dalla nuova pelle aggiunta, oltretutto rigida e non traspirante, in quanto le tensioni vi migrerebbero solo in caso di sisma.

Se poi l'intervento non è iperstatico, ma cosmetico, si stravolge anche l'adattabilità plastica ed attritiva delle murature.

L'iperstaticità infine desta sollecitazioni di pressoflessione e quindi delle non gradite trazioni, che potrebbero essere eluse dall'isostaticità originaria, per cui il rinforzo resisterebbe a trazioni destinate da esso stesso!

Per tali aspetti gli interventi di placcaggio giuntato descritti nelle figure 15 a,b, progettati dallo scrivente per consolidare sia le murature che il c.a. specie nei vincoli, appaiono più efficaci, soprattutto se si devono fare nuovi intonaci.

Nel caso di murature da lasciare in vista , secondo i canoni del restauro, si può ricorrere ad una serie di capochiavi diffusi trversalmente, in vista e murati negli interventi tradizionali di "scuci e cucì".

Tali interventi riguardano edifici con piccoli periodi propri , ovvero di pochi piani ricadenti all'inizio dello spettro , poco amplificato rispetto

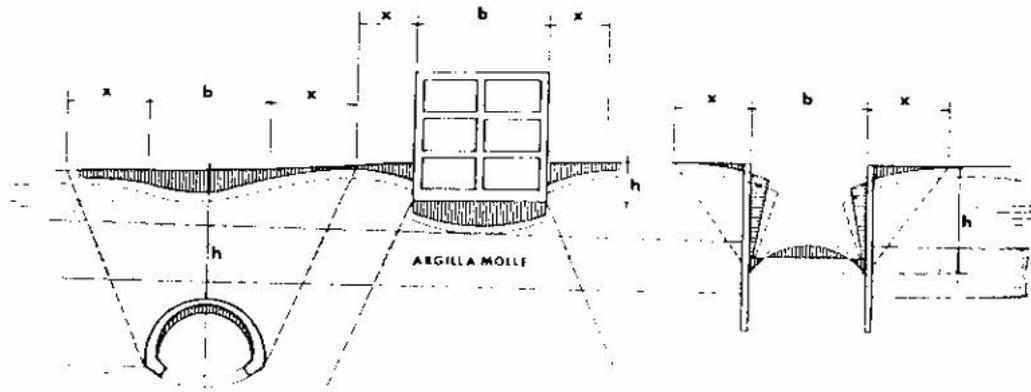
all'accelerazione a terra ( $v$ , fig. 11 in I.4 ) In particolare le protesi possono essere localizzate, dosandone le rigidzze , in modo da centrare il centro delle rigidzze globali con il baricentro, il quale può anch'esso essere modificato ad esempio alleggerendo l'opera di eventuali superfetazioni.

Interventi i di consolidamento delle murature incentrati sull' isolamento con smorzatori sismici ad esempio dell'intera fondazione, possono essere placcati ai bordi del nuovo giunto , per contemperare la delicata esecuzione.

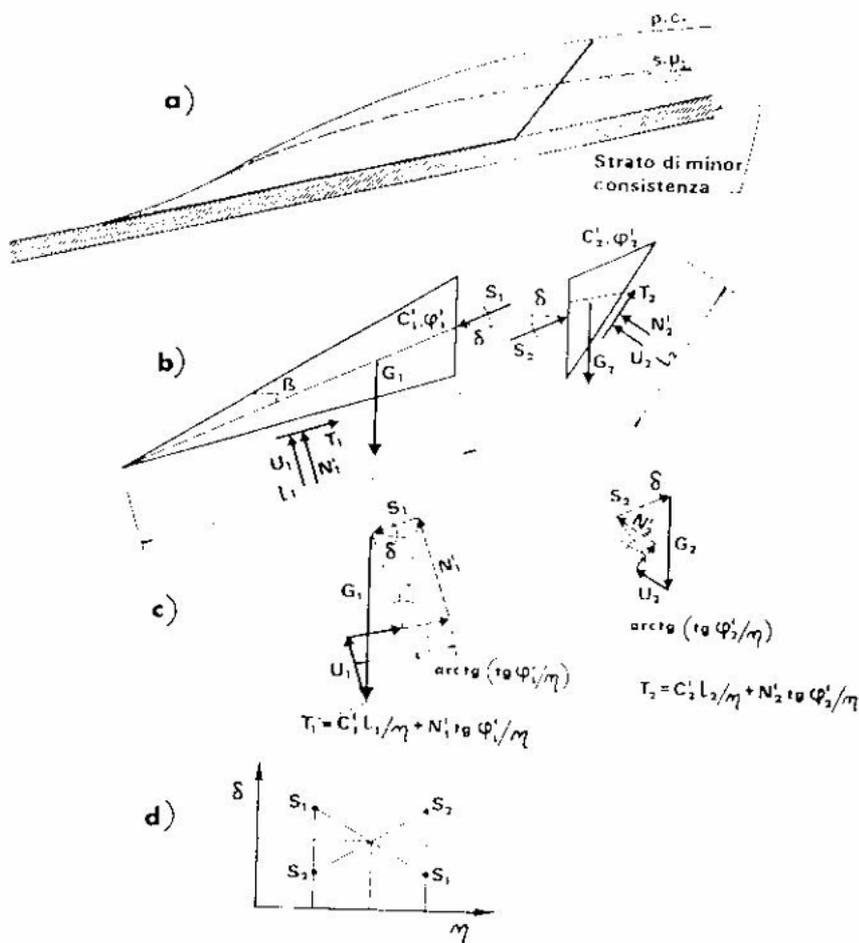
Gli interventi di placcaggio servono anche per opere che hanno subito forti rimaneggiamenti nel tempo , specie se la tessitura muraria è di consistenza incerta e degradata, o/e se le murature hanno subito sensibili cedimenti differenziali del terreno (Fig. G 15).

Con i muri antichi in muratura ,è infine conveniente ,ove possibile, alleggerirli con scavi archeologici, anziché ricoprirli in c.a., rifacendo i drenaggi ed il disciplinamento delle acque.





Schema delle deformazioni del terreno nell'intorno di scavi sia a cielo aperto che chiusi e loro zone d'interferenza con opere antrate. La linea a tratto indica l'iteramento delle deformazioni provocate dal abbassamento della falda idrica.



a, scottimento di un pendio indebolito da uno strato di minore resistenza; b, prisma e forze agenti; c, poligoni d'equilibrio dei vari prismi; d, ricerca del coefficiente di sicurezza comune ai due prismi

**ig. G 26** Interferenza fra opere, in particolare in falda acquifera, ed analisi statica grafica della stabilità di un pendio con acquifero.